



NOMBRE: PARALELO: 01

TEMAS

Tema 1. (20 puntos) Para una variable aleatoria X , cuya función de densidad es:

$$f(x) = \begin{cases} -|x-1|+1, & 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{resto de } x \end{cases}$$

- Determine la media y la varianza de X
- Determine la función de distribución acumulada de X
- Utilice el resultado en el literal b), para determinar: el rango intercuartil, $P(X \leq 0.5)$, $P(0.5 \leq X \leq 1.5)$

Tema 2. (15 puntos) Sea X una variable aleatoria con distribución $G(\alpha, \beta)$. Demuestre que $\mu_X = \alpha\beta$ y que $\sigma^2_X = \alpha\beta^2$

Tema 3. (20 puntos) Se supone que la longitud, en centímetros, del diámetro de unos discos de música, es una variable $N(25, 2)$. Los discos son admitidos como "conformes" por el Departamento de Calidad del comprador, si su diámetro tiene longitud no mayor a 26.5 mm. y no menor que 24 mm.

- ¿Qué porcentaje de los discos son admitidos por el comprador?
- Suponga que se seleccionan aleatoriamente 8 de estos discos, ¿cuál es la probabilidad que a lo mucho uno de ellos sea admitido?
- Suponga que se miden de manera secuencial e independiente, los diámetros de estos discos, ¿cuál es la probabilidad que el octavo disco seleccionado sea el cuarto en NO ser admitido?
- Si se escogen de manera aleatoria 300 de estos discos, ¿cuál es la probabilidad que entre 150 y 200 sean admitidos?

Tema 4. (20 puntos) El tiempo total (en horas) que un camión permanece en un almacén está definido por una variable aleatoria X . Sea Y la variable tiempo de espera en la cola (en horas), y Z el tiempo de descarga ($X = Y + Z$). La distribución conjunta de X y Y es:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{4} e^{-\frac{x}{2}}, & 0 \leq y \leq x < \infty \\ 0, & \text{resto de } (x, y) \end{cases}$$

Se pide:

- Calcular el tiempo medio de descarga
- Calcular el coeficiente de correlación entre el tiempo total y el tiempo de espera en la cola
- ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo total que permanece el camión sea menor a una hora y que el tiempo de espera en la cola sea mayor a 30 minutos?
- Determine la densidad de la variable aleatoria Z , tiempo de descarga

Tema 5. (15 puntos) Sean (X_1, X_2, \dots, X_n) , n variables aleatorias independientes, con distribución Poisson. Sea $U = X_1 + X_2 + \dots + X_n$. Determine la distribución de U , para los siguientes dos casos:

- Asumiendo que el parámetro de la Poisson es el mismo para las n variables aleatorias
- Asumiendo que el parámetro de la Poisson no necesariamente son iguales en las n variables aleatorias