

4. (10 Puntos) Sean las funciones:

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2 / f(x, y, z) = (xyz, x+y+z)$$

$$g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3 / g(x, y) = (x^2+y^2, xy, x^2)$$

$$h: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 / h(x, y) = (x^2+y^2, x^2-y^2)$$

Calcule $Df \circ g \circ h(1, 1)$.

Plantea correctamente el teorema 2 p.

Calcula las matrices derivadas y los respectivos puntos 5 p.

Resuelve el producto 2 p.

Presenta la respuesta en forma clara y ordenada 1 p.

5. (10 puntos) Cierta empresa tiene un nivel de producción dado por $f(x, y) = 10(1 - e^{-x^2-y^2})$, donde x representa las unidades de capital e y las unidades de trabajo. Actualmente se produce con 2 unidades de capital y 3 unidades de trabajo.

Determine y explique:

- La dirección en la que deberán variarse las unidades de capital y trabajo para que el nivel producción aumente lo más rápido posible.
- La rapidez con la que aumentará la producción si se realiza la variación en esta dirección.

Calcula el vector gradiente en el punto (2, 3) y simplifica 3 p.

Explica que ésta es la dirección de crecimiento más rápido 2 p.

Calcula la norma del vector gradiente en el punto (2, 3) y simplifica 3 p.

Explica que ésta es la razón de crecimiento más rápido 2 p.

6. (10 puntos) Escriba la fórmula de Taylor de segundo orden para aproximar $f(x, y) = \cos(x+y)$ en valores pequeños de x e y .

Plantea correctamente la fórmula de Taylor de 2º orden 2 p.

Realiza los cálculos requeridos por la fórmula hasta la 1ª derivada 3 p.

Realiza los cálculos requeridos por la fórmula hasta la 2ª derivada 3 p.

Presenta la respuesta en forma clara y simplificada 2 p.

7. (10 puntos) Determine los puntos críticos de $f(x, y) = 2x^2 - 3xy + y^2 + x^3$ y califíquelos como máximos relativos, mínimos relativos o puntos de silla.

Plantea el gradiente de f igual a cero y el sistema de ecuaciones 2 p.

Obtiene los dos puntos críticos 2 p.

Expresa la matriz Hessiana 1 p.

Evalúa los puntos y calcula los valores propios de cada matriz 3 p.

Concluye que uno es punto de silla y el otro es un mínimo relativo 2 p.

Atte.

Ing. Soraya Solís

Coordinadora de la asignatura