

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL  
INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS

ECUACIONES DIFERENCIALES

SEGUNDA EVALUACIÓN: SEPTIEMBRE 05 DE 2008:

EVALUACIÓN	NOTA
TEMA 1	
TEMA 2	
TEMA 3	
TEMA 4	
TEMA 5	
TOTAL EXAMEN	
DEBERES Y LECCIONES	
TOTAL	

Nombre:..... Paralelo:.....

Firma:.....

1. (15 puntos)

Determine la solución general de la ecuación diferencial:

$$xy'' - (1+x)y' + y = 0$$

mediante series de potencias de x. Utilice la raíz de menor valor de la ecuación indicial asociada a la ecuación diferencial dada para establecer la primera solución, exprese ésta como una función elemental; y, luego utilice algún procedimiento conocido para definir la segunda solución linealmente independiente e igualmente exprese la como una función elemental.

$$x_0 = 0 \Rightarrow P(x) = x \Rightarrow P(x_0) = 0$$

$x_0$  punto singular

$$i) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(-1-x)}{x} = -1 = p_0 \Rightarrow x_0 \text{ pto singular regular}$$

$$ii) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2(1)}{x} = 0 = q_0 \Rightarrow r(r-1) - r = 0$$

$$r^2 - 2r = 0 \Rightarrow r(r-2) = 0$$

$$\Rightarrow \underline{r_1 = 0}, \underline{r_2 = 2}$$

con  $r_1 = 0$

$$\Rightarrow y_1 = \sum_{n=0}^{\infty} A_n(r_1) x^{n+r_1}$$

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} A_n x^{n+r}, \quad A_0 \neq 0; \quad y' = \sum_{n=0}^{\infty} A_n(n+r) x^{n+r-1}$$

$$y'' = \sum_{n=0}^{\infty} A_n(n+r)(n+r-1) x^{n+r-2}$$

$$\Rightarrow x \sum_{n=0}^{\infty} A_n(n+r)(n+r-1) x^{n+r-2} - \sum_{n=0}^{\infty} A_n(n+r) x^{n+r-1}$$

$$- x \sum_{n=0}^{\infty} A_n(n+r) x^{n+r-1} + \sum_{n=0}^{\infty} A_n x^{n+r} = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} A_n(n+r)(n+r-1) x^{n+r-1} - \sum_{n=0}^{\infty} A_n(n+r) x^{n+r-1} - \sum_{n=0}^{\infty} A_n(n+r) x^{n+r} + \sum_{n=0}^{\infty} A_n x^{n+r} = 0$$