

4. Determinar la solución de la ecuación diferencial y del problema de valor inicial dado:

(30 puntos)

a)  $e^x dx + (e^x \cot(y) + 2y \csc(y)) dy = 0$

| CRITERIO   | PUNTAJE |
|--|---------|
| Aplicando el criterio de exactitud, Identificar que la ecuación no es exacta                                 | 2       |
| Identificar el factor integrante   | 3       |
| Multiplicar el factor integrante por todos los términos de la ecuación diferencial y demostrar que es exacta | 2       |
| Determinar la solución F(x,y) integrando M con respecto a x o N con respecto a y                             | 3       |
| Determinar la función que depende o de x o de y.   | 3       |
| Especificar la solución general de la ecuación diferencial.  | 2       |

b)  $x^2 \frac{dy}{dx} + xy = \frac{y^3}{x}; y(1) = 1$

| CRITERIO  | PUNTAJE |
|---|---------|
| Expresa la ecuación diferencial en la forma canónica  | 0.5     |
| Multiplica la ecuación diferencial obtenida por $y^{-3}$  | 0.5     |
| Indica el cambio de variable a utilizar: $v = y^{-2}$ , y su derivada $\frac{dv}{dx}$   | 2       |
| Realiza las sustituciones, obtiene una ecuación lineal para la variable $v$ y la expresa de forma canónica.                     | 1       |
| Determinar el factor integrante   | 2       |
| Multiplicar el factor integrante por la ecuación en forma canónica  | 1       |
| Reconocer y expresar uno de los miembros como la derivada del producto entre el factor integrante con la variable dependiente y | 1       |
| Integrar el lado derecho de la ecuación   | 2       |
| Despejar y  | 1       |
| Reemplazar las condición inicial  | 1       |
| Determinar el valor de la constante de integración  | 2       |
| Especificar la solución del problema de valor inicial   | 1       |