

Efrén Jaramillo

EXAMEN DE AVANZADAS

Febrero 2008

Nombre

e-mail

Observa que los temas no tienen el mismo valor. El tema de mayor valor fue enviado como deber, con otro ejercicio y en otro intervalo desde luego, y eso marca la dificultad general del examen.

Es importante que recuerdes que creo en ti, y que se que si te esfuerzas lograrás pasar el curso.

¡Suerte!

(A un compañero nuestro no le gusta esta exhortación; más la escribo aquí a pesar de eso)

1 Sea $\{-1/2, -3/2, -5/2, \dots\}$ una sucesión de números negativos. Demostrar que:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} 1 / \text{abs}(\Gamma(X_n)) \rightarrow \infty$$

Sobre la sucesión dada.
(15 puntos)

2 Dada la función $f(x) = x \sin(x)$ en el intervalo $(0, \pi/2)$ se construye otra, igual a la dada en ese intervalo, pero repetida periódicamente hacia la derecha.

¿Es transformable la función mediante Fourier? ¿Por qué no?

Calcula la transformada de Laplace de esa función y demuestra que la transformada tiene, como factor, la expresión $(1 - \exp(-s \pi/2))$. Si no tiene transformada de Laplace, otra vez, explica por qué.
(15 puntos)

3 Demuestra que se cumple la siguiente relación:

$$x J'_p(x) = -p J_p(x) + x J_{p-1}(x)$$

(20 puntos)

4 Expresa en términos de funciones elementales la función $J_{3/2}(x)$.
(20 puntos)

5 Te dan como dato el vector $r(l)$ que contiene las 23 primeras raíces de la función de Bessel de orden $5/2$. Además, y en el intervalo $(0, 23)$ te dan la función $f(x) = x \sin(x)$.

Escribe un programa en Matlab para desarrollar esa función en serie de Fourier-Bessel. Como resultado además el programa debe darte dos gráficos, el de la función y el de la suma parcial de la serie. En una hoja transcribe lo que haz escrito y luego, en tu casita, revisa cuán bien haz trabajado. Tú mismo después vas a enviarme una calificación a tu profesor con la nota que te mereces. Es obvio que el profesor va a tomar tu calificación como una sugerencia tan solo; es una forma de probar cuan balanceado eres a la hora de emitir un juicio que te afecta.

(30 puntos)