

**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**  
**INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS**  
**Examen Final de Estadística para Ingeniería**

Νομβρε .....

Παραλελο.....

**Guayaquil, septiembre 3 de 2009**

**Instrucciones.** Este examen debe ser resuelto individualmente, lo cual significa sin ayuda de personas en o fuera del aula. Si tiene alguna pregunta, levante su mano y consulte al profesor, que es la única persona autorizada para hablar con usted mientras dura el examen. Puede utilizar, pero no intercambiar, una regla y una calculadora, a mas de su material de escritura. Cada uno de los siete temas tiene igual ponderación. **Apague sus celulares.** Resuelva en orden.

**Τεμασ:**

1.- Pruebe que si  $X$  es una variable aleatoria continua, entonces  $F(x) = P(X \leq x)$  tiene distribución uniforme con parámetros  $\alpha = 0$  y  $\beta = 1$ .

$$X_2^T = \begin{pmatrix} 13 & 7 & 8 & 10 & 8 & 8 & 12 \\ 7 & 7 & 8 & 19 & 8 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

2.-  $X^T = (X_1, X_2)$  es un vector aleatorio cuya distribución conjunta es  $f(x_1, x_2) = k(x_1 + x_2)$  siendo  $S_x = \{(X_1, X_2) \in \mathbb{R}^2 / (X_1 = 1; 2; 3; y, X_2 = 1; 2)\}$ . Determine y grafique el histograma de  $Y = X_1 / X_2 = 2$  y calcule  $\text{var}(W)$ , si  $W = X_2 / X_1 = 3$ .

Se requiere que las viscosidades promedios de los dos líquidos sean iguales a fin de facilitar un proceso químico y mejorar el rendimiento del producto final. ¿Son estos fluidos los adecuados para el éxito del objetivo perseguido? Use valor  $p$ .

3.- Se toma una muestra de tamaño  $n$  de una población  $X$  que se sabe es  $N(\mu, 36)$  y que representa la cantidad de agua en metros cúbicos por segundo que fluyen por un canal de riego regional. El propósito es verificar el contraste de hipótesis  $H_0: \mu = 30 \text{ m}^3$  vs  $H_1: \mu \geq 30 \text{ m}^3$ , a través de una prueba  $\phi$ . Para efectuar la verificación, se propone como Región Crítica de la prueba, el siguiente subconjunto de  $\mathbb{R}^n$ :

$$C(X) = \{(X_1, X_2, \dots, X_n) \in \mathbb{R}^n / \bar{X} > k\}$$

5.- En el tema previo, ¿Es correcto suponer igualdad de varianzas? Use valor  $p$ .

6.- El Estadístico  $S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{(n_1 + n_2 - 2)}$  es

un *Estimador* de la Varianza común  $\sigma^2$ , de dos Poblaciones Normales, de las que se toman dos Muestras Independientes de tamaño  $n_1$  y  $n_2$ , ambos tamaños grandes; las Varianzas Muestrales son respectivamente  $s_1^2$  y  $s_2^2$ . Probar que  $S_p^2$  es un *Estimador Insesgado* de  $\sigma^2$ .

Se imponen las condiciones: el nivel de significancia  $\alpha$  de la prueba debe ser 0.02 y la potencia  $\beta_\phi(35) = 0.97$ . Determine  $n$  y  $k$  para que se cumplan las condiciones dadas; luego de esto, determine  $\beta_\phi(33)$  y  $\beta_\phi(29.5)$  y bosqueje el gráfico de la potencia de la prueba.

7.- La producción que llega al mercado, de un fabricante de repuestos automotrices es clasificado por el Departamento de Calidad de una corporación como *Excelente*, *Muy Buena* y *Aceptable*. Las piezas se las fabrica en tres diferentes factorías y la producción clasificada durante un día se la presenta a continuación:

4.- Se compara la viscosidad de dos líquidos utilizados como parte de un combustible experimental. Se sabe que la Dispersión de la viscosidad de ambos líquidos, medida por la Desviación Típica es  $\sigma_1 = \sigma_2 = 2.3$ , pero se desconoce si sus medias  $\mu_1$  y  $\mu_2$  son iguales. Se toman dos *Muestras Independientes* de cada fluido y se les mide su viscosidad en las mismas unidades y los resultados son los siguientes:

Líquido 1:

$$X_1^T = \begin{pmatrix} 9 & 6 & 9 & 9 & 8 & 7 & 7 & 7 \\ 6 & 6 & 8 & 11 & 4 & 14 & 7 & 11 \end{pmatrix}$$

Líquido 2:

Factoría	Calidad		
	Excelente	Muy buena	Aceptable
A	1300	3215	423
B	1645	670	467
C	2567	1329	334

¿Es la calidad el producto Independiente de la factoría que la fabrica? Use valor  $p$ .