

## MODELAMIENTO Y SIMULACION DE SISTEMAS MIMO

Viviane Molineros Guevara  
Facultad de Ingeniería en Electrónica y Telecomunicaciones (FIEC)  
Escuela Superior Politécnica del Litoral (ESPOL)  
Campus Gustavo Galindo, Km 30.5 Vía Perimetral  
Apartado 09-01-5863. Guayaquil, Ecuador  
[vmoliner@fiec.espol.edu.ec](mailto:vmoliner@fiec.espol.edu.ec)  
Msc. Hernan Cordova  
[hcordova@fiec.espol.edu.ec](mailto:hcordova@fiec.espol.edu.ec)

### RESUMEN

Los sistemas de múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO) aprovechan de la propagación multicamino para disminuir la tasa de error e incrementar la tasa de transmisión. El estándar IEEE 802.11n utilizara este tipo de tecnología para obtener velocidades de hasta 600Mbps y también ya está probado que la tecnología celular 4G podrá lograr tasas de transferencia de hasta 100Mbps a una distancia de 200m.

MIMO tiene tres principales categorías entre ellas están: Beamforming, Spatial Multiplexing y Diversidad de código.

En este proyecto hablaremos de la tecnología Beamforming, la cual permite una máxima radiación de la señal deseada hacia el usuario y en la dirección de los usuarios interferentes la señal se reduce. Esta técnica utiliza dos tipos de ecualizador para poder hallar la matriz de pesos, entre estos consta: Zero Forcing y el Minimum Mean Square Error.

**Palabras Clave:** Zero Forcing, MIMO, Minimum Mean Square Error, Beamforming

### ABSTRACT

Systems multiple input multiple output (MIMO) take advantage of multipath propagation to reduce the error rate and increase the transmission rate. The IEEE 802.11n standard this kind of technology used for data rates up to 600Mbps and is already proven that 4G cellular technology can achieve transfer rates up to 100Mbps at a distance of 200m. MIMO has three major categories among them are: Beamforming, Spatial Multiplexing and Diversity Code.

In this project we will discuss Beamforming technology, which allows a maximum radiation of the desired signal to the user and in the direction of users interfering signal is reduced. This technique uses two types of EQ to find the matrix of weights between these includes: Zero Forcing and Minimum Mean Square Error.

**Keywords:** Zero Forcing, MIMO, Minimum Mean Square Error, Beamforming

## I. INTRODUCCION

La interferencia co-canal ocurre cuando una misma frecuencia de portadora de dos transmisores separados físicamente (por ejemplo dos estaciones de base) llegan a un mismo receptor al mismo tiempo. Este problema no solo ocasiona una limitación en la capacidad del sistema (en número de usuarios por unidad de superficie), sino también ocasiona una degradación en el BER hasta llegar a niveles desfavorables.

Actualmente en muchos sistemas de multiacceso fijo y algunos de telefonía móvil, las estaciones de base se diseñan para una cobertura RF mediante despliegues tipo celular con antenas sectorizadas que usan diferentes frecuencias que efectivamente multiplican el número de canales disponibles. Al aumentar la necesidad de mayor capacidad, se debe reducir el área de cobertura generándose una mayor repetición de las portadoras de cada celda con lo que aumenta la probabilidad de interferencias tipo cocanal.

El propósito de los métodos de reducción de este tipo de interferencias cocanales apunta a mejorar el BER, el C/I (relación portadora a interferencia) y la capacidad de la red.

MIMO es una técnica que utiliza la diversidad de las señales multitrayectoria (multipath) para incrementar la habilidad de un receptor de recobrar los mensajes de la señal modulada, aumentar la tasa de transmisión y reducir la tasa

de error. En breves palabras, MIMO aumenta la eficiencia espectral de un sistema de comunicación inalámbrica por medio de la utilización del dominio espacial. Las interferencias co canales si afectan la

capacidad de un sistema MIMO, debido a su naturaleza de multiples transmisores y receptores como lo expresan los autores en [3], provocando una disminución significativa en esta.

Esta investigación está organizado de la siguiente forma: la sección II presenta el modelo del canal, la sección III se encuentran las soluciones del problema, la sección IV una breve explicación de la simulación a utilizar, en la sección V los resultados de las simulaciones, y por último, en la sección VI, las conclusiones.

## II MODELAMIENTO DEL CANAL

El sistema a utilizar será un sistema MIMO 2x2 donde la interferencia co-canal proviene de otros usuarios cercanos [3], en el cual se consideran las siguientes asunciones:

El transmisor conoce la información de estado del canal (CSI).

El modelo de canal es el flat fading Rayleigh: donde los componentes de  $h_{i,j}$  de la matriz H son independientes e idénticamente distribuidos [2]. Como el canal es flat fading, el multipath se reduce a un solo tap. Al ser el canal tipo plano (flat) estamos diciendo que todas las bandas de frecuencia sufren de la misma magnitud de desvanecimiento (fading), el cual representa cambios rápidos de la señal sobre pequeñas distancias o intervalos temporales.

No se toman en cuenta los desplazamientos Doppler debido a que se asume que el sistema inalámbrico es fijo por lo que no existe movimiento relativo entre el transmisor y el receptor.

La señal que recibe la antena 1 es:

$$y_1 = h_{1,1}x_1 + h_{1,2}x_2 + n_1$$

$$y_1 = [h_{1,1} \quad h_{1,2}] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + n_1$$

La señal que recibe la antena 2 es:

$$y_2 = h_{2,1}x_1 + h_{2,2}x_2 + n_2$$

$$y_2 = [h_{2,1} \quad h_{2,2}] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + n_2$$

La señal enviada vendría dada por:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} \\ h_{2,1} & h_{2,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix}$$

Se puede representar matricialmente la señal que llega al receptor como:

$$y = Hx + n$$

Donde la matriz H representa los distintos caminos de propagación que son creados por la cantidad de antenas existentes tanto en el transmisor como en el receptor; n es ruido blanco Gaussiano con covarianza  $\sigma^2 I$  y x es el vector de transmisión.

### III. SOLUCIONES DEL PROBLEMA

Beamforming es una técnica que en el transmisor, la salida de cada dipolo del arreglo se pondera por un factor de pesos, cuyo valor es asignado mediante algún algoritmo escogido, permite una máxima radiación de la señal deseada hacia el usuario (lóbulo principal) y en las direcciones de los suscriptores interferentes el nivel de potencia transmitida se reduce.

La señal que será transmitida viene dada por la siguiente expresión [1]:

$$r = \sum_{n=0}^{N-1} w_n^* x_n = w^H x$$

Donde  $w^H$  es la transpuesta conjugada compleja (Hermitian) del vector de ponderaciones w y x representa el vector de la señal deseada (de longitud N).

La señal recibida es una suma de las señales de varios usuarios [1], donde se designa a la señal "deseada" como:

$$x = \alpha h_0 + n,$$

$$n = \sum_{m=1}^M \alpha_m h_m + \text{noise}$$

En donde  $\alpha$  es un término relacionado con cancelación de la interferencia y el ruido.

La señal de salida del transmisor viene dada por la siguiente ecuación:

$$y = \sum_{n=0}^{N-1} w_n^* x_n = w^H x \quad (5)$$

$$y = w^H (\alpha h_0 + n) \quad (6)$$

$$y = w^H \left[ \alpha h_0 + \left( \sum_{m=1}^M \alpha_m h_m + \text{noise} \right) \right] \quad (7)$$

$$y = \alpha w^H h_0 + w^H \sum_{m=1}^M \alpha_m h_m + w^H \text{noise} \quad (8)$$

$$y = \alpha w_0 h_0 + \sum_{m=1}^M \alpha_m w_m h_m + \text{noise} \quad (9)$$

Mediante el desarrollo de las ecuaciones presentadas anteriormente podemos observar claramente que la señal y está compuesta por  $\alpha w^H h_0$  siendo estos los valores de la señal deseada, mientras que

$\sum_{m=1}^M \alpha_m h_m$  son las señales interferentes no deseadas. Finalmente sabemos que los pesos pueden variar dependiendo de los datos recibidos.

Para calcular los pesos ( $w^H$ ) del beamforming utilizaremos el algoritmo MMSE (Minimum mean square error), el cual considera la reducción de la potencia media de la señal de error, que es la diferencia entre una señal de referencia conocida en la estación base receptora, y la señal de salida [1].

La señal de error viene dada por la siguiente ecuación, en donde  $y(t)$  es la señal de salida del transmisor y  $d(t)$  es la señal de referencia en la estación base receptora:

$$e(t) = y(t) - d(t) \quad (10)$$

$$e(t) = w^H x(t) - d(t) \quad (11)$$

Luego para poder encontrar los pesos de la matriz  $w$  debemos de hallar el mínimo de la señal de error  $e(t)$ :

$$w_{MMSE} = \arg \min_w E\{|e(t)|^2\} \quad (12)$$

$$E\{|e(t)|^2\} = E\{|w^H x(t) - d(t)|^2\} \quad (13)$$

$$E\{|e(t)|^2\} = E\{|w^H x(t)w^H x(t) - w^H x(t)d(t) - w^H x(t)d(t) + d(t)d(t)|\} \quad (13.a)$$

$$= E\{w^H x x^H w - w^H x d^* - x^H w d + d d^*\} \quad (14)$$

$$= w^H E\{x x^H\} w - w^H E\{x d^*\} - E\{x^H d\} w + E\{d d^*\} \quad (14.a)$$

Reemplazamos  $r_{xd} = E\{x d^*\}$  y  $R = E\{x x^H\}$  y obtenemos la siguiente ecuación, la cual es

conocida como valor del error esperado (expected error value):

$$= w^H R w - w^H r_{xd} - r_{xd}^H w + d d^* \quad (15)$$

$$\frac{\partial E\{|e(t)|^2\}}{\partial w^H} = R w - r_{xd} = 0 \quad (16)$$

$$\Rightarrow w_{MMSE} = R^{-1} r_{xd} \quad (17)$$

Para obtener el  $w_{MMSE}$  se debe de derivar la ecuación (15) con respecto a  $w^H$  e igualar a cero para así hallar el valor mínimo de la ecuación presentada anteriormente.

Zero forcing beamforming es una técnica muy eficaz para suprimir las interferencias co-canales, ocasionadas por la gran cantidad de usuarios, y el ISI (interferencia entre simbolo) siempre y cuando el canal de bajada (downlink) sea perfectamente conocido y el ángulo de separación sea lo suficientemente grande con el fin de cancelar todas las interferencias existentes y disminuir la cantidad de potencia requerida en la antena [8]; de lo contrario el rendimiento el sistema se puede degradar considerablemente.

Mediante el uso de esta técnica se puede elegir los vectores de pesos para evitar las interferencias entre los usuarios [5], pesos que pueden ser encontrados al invertir la matriz del canal compuesto de los usuarios.

El rendimiento del Zero forcing beamforming se degrada cuando la información del canal en el transmisor (CSI) es inexacta [6].

Para eliminar la interferencia co canal, se debe cumplir la siguiente condición:  $h_k w_j = 0$  para  $j \neq k$  [6]. Donde  $H = [h_1^T \dots h_k^T]^T$  y  $W = [w_1 \dots w_k]$  respectivamente. El óptimo  $W$  está diseñado para obtener la máxima relación de señal a ruido (SNR).

Mediante el uso de esta técnica (ZFBF) obtenemos que la matriz  $W_n$ , la cual satisface la condición de cero interferencias; puede ser implementada como en [7].

$$W_n(S_n) = H_n(S_n)^\dagger$$

$$W_n(S_n) = H_n(S_n)^*(H_n(S_n)H_n(S_n)^*)^{-1}$$

#### IV. SIMULACION

En esta sección, mediante el uso del simulador Matlab, se realizara la simulación de los métodos vistos en la sección anterior; siendo estos: zero forcing beamforming y MMSE beamforming, donde se utilizara el sistema MIMO 2x2 con canal flat Rayleigh fading y cuatro modulaciones BPSK, BFSK, QPSK y QAM; ruido AWGN y los dos ecualizadores explicados anteriormente. Para el efecto se usaran las siguientes ecuaciones:

##### Ecualizador Zero Forcing:

$$W_n(S_n) = H_n(S_n)^\dagger$$

$$W_n(S_n) = H_n(S_n)^*(H_n(S_n)H_n(S_n)^*)^{-1}$$

##### Ecualizador MMSE:

$$W_n(S_n) = [H_n(S_n)^* + N_0I]^{-1}H_n(S_n)^*$$

Como lo visto en la sección anterior donde sabemos que para obtener los pesos de la matriz  $W$ , a la matriz  $H$  se la invierte y eso es lo que la autora de la simulación realiza en la parte del receptor.

Tomando como constantes:

$N = 10^6$  siendo los números de símbolos  $q$  van a hacer enviados

$n_{Tx}$  y  $n_{Rx}$  son las variables del transmisor y receptor respectivamente y son igual a dos

cada una debido a que el sistema es un MIMO 2x2.

En la simulación realizada, se aprecia como la implementación descrita hace uso de cálculos matriciales por medio de funciones especializadas como por ejemplo: kron, reshape, squeeze, etc. Esto hace innecesario el uso de lazos tradicionales de programación como el for y el while, lo cual reduce considerablemente el tiempo de procesamiento y el tamaño del código.

El transmisor genera números aleatorios entre 0 y 1 que luego pasan por un modulador de BPSK, de ahí se utilizan las funciones descritas en el párrafo anterior para poder así obtener de una forma más eficiente la señal a transmitir, la cual viene dada por la variable  $Y$ , compuesta por el canal y el ruido blanco gaussiano.

En el receptor para formar el ecualizador ZF, invertimos primero la matriz  $H$ , mediante el uso de la función `hcof` obtenemos los valores de (a,b,c y d) los cuales sirven para obtener la inversa de la matriz. Para el ecualizador MMSE utilizamos una ecuación distinta a la del ZF. Luego aplicamos el mismo método que se usa en el transmisor pero invertido eso quiere decir que primero aplicamos la función `kron` y de ahí la función `reshape`. Por último contabilizamos los errores obtenidos, para realizar el grafico.

El código original fue desarrollado por Krishna Pillai, al cual se le han agregado algunas modificaciones para poder simular con las modulaciones descritas al principio de la sección. Finalmente el resultado de la simulación nos permite obtener una gráfica del BER vs SNR.

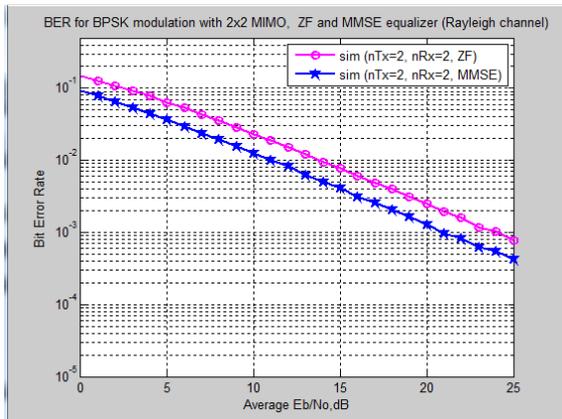


Figura 1

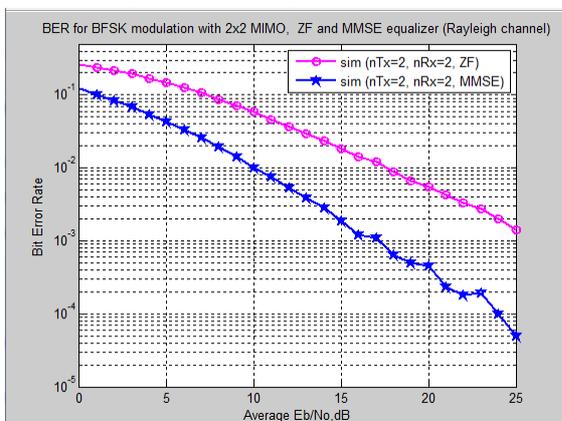


Figura 2

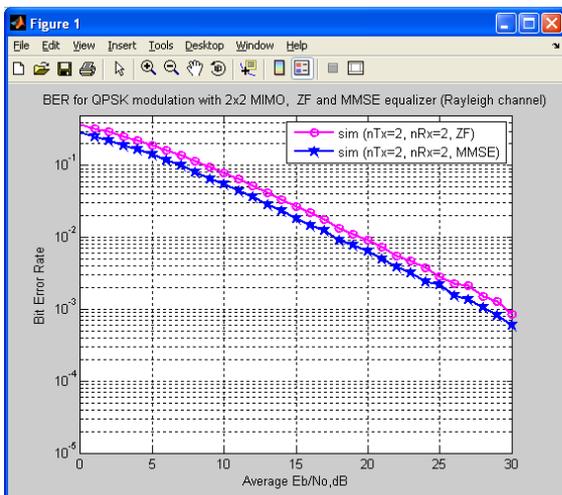


Figura 3

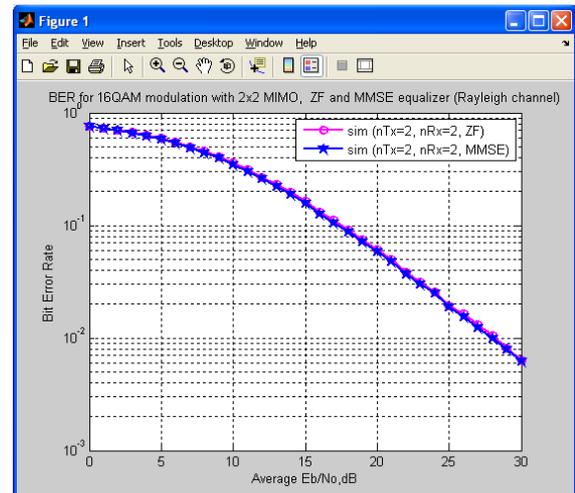


Figura 4

## V ANALISIS DE RESULTADOS

Como se puede observar en la figura 1, el método MMSE tiene una pequeña mejora al compararlo con el ZF en donde esta es de aproximadamente 3 - 4 dB en el punto  $10^{-3}$  en la escala del BER.

La ventaja del ZF se debe a que es un algoritmo, que no requiere ya sea de la señal de referencia o de la matriz de covarianza a diferencia del método del MMSE, por lo tanto es más fácil de implementar el ZF.

En la Figura 2 se utilizó la modulación BFSK, se observa que el BER, mejora considerablemente para la gráfica del MMSE en comparación con la figura 1. La gráfica de color azul tiene una diferencia de 10dB en comparación con el ZF, que permaneció igual a la figura anterior.

En la figura 3 y 4 se utilizó la modulación QPSK y 16 QAM respectivamente; se sigue comprobando que el ecualizador MMSE es mejor que el ecualizador ZF aunque los dB de diferencia son menores en comparación a la figura 1.

#### IV. CONCLUSIONES

En este paper se han analizado, analíticamente dos soluciones, pero solamente se procedió a realizar una simulación de una de las dos soluciones descritas en las secciones anteriores. Comprobamos que el ecualizador MMSE es mejor que el Zero Forcing Beamforming; aunq el ZF tiene un buen rendimiento en el sistema debido a la eliminación de las interferencias; ya que a medida que el ruido disminuye, el BER va mejorando, pero se necesita elevar la potencia.

Al cambiar la modulación de BPSK a BFSK vimos una considerable mejora en la grafica del MMSE en comparación con la grafica del ZF la cual permaneció igual, esto se debe que al utilizar BFSK con demodulación coherente, el MMSE mejora su probabilidad de error debido a que usamos una modulación menor a la BPSK. Pero sabemos que la tasa de transmisión deberá de ser menor, aunque si queremos transmitir a mayores velocidades debemos de utilizar modulaciones más complejas como QAM o QPSK.

Los graficos 3 y 4 muestran que se necesita mayor potencia para que el BER mejore con las modulaciones 16QAM y QPSK.

En las modulaciones 16QAM y QPSK, la diferencia entre la curva del MMSE y la del ZF es muy pequeña, por lo tanto podemos utilizar el ecualizador ZF en vez del MMSE ya que como sabemos este es menos complejo de implementar, debido a que solo se necesita conocimiento del canal; en cambio para el

ecualizador MMSE se necesita conocer la matriz de covarianza y la señal de referencia.

#### V. REFERENCIAS

- [1] Beamforming
- [2] Jraifi Abdelouahed1† and El Hassan Saidi2††, "Optimization of MIMO Systems in a Correlated Channel"
- [3] YANG Liang, QIN Jiayin, "Cochannel Interference and Its Effect on the Capacity of Multi-Antenna Systems in Ricean-Fading Channels"
- [4] Cangahuamín Jácome César Jermánico, Ing. Darío Duque M.Sc , Ing. Gonzalo Olmedo M.Sc; "ESTUDIO, ANÁLISIS Y SIMULACIÓN DEL BEAMFORMING EN ANTENAS INTELIGENTES PARA UN ENTORNO DE TELEFONÍA CELULAR CDMA"
- [5] Taesang Yoo and Andrea Goldsmith" Optimality of Zero-Forcing Beamforming with Multiuser Diversity"
- [6] Taesang Yoo, Student Member, IEEE, and Andrea Goldsmith, Fellow, IEEE;"On the Optimality of Multiantenna Broadcast Scheduling Using Zero-Forcing Beamforming"
- [7] Young-il Shin, Tae-Sung Kang, Hyung-Myung Kim; "AN EFFICIENT RESOURCE ALLOCATION FOR MULTIUSER MIMO-OFDM SYSTEMS WITH ZERO-FORCING BEAMFORMER"
- [8] TUAN NGUYEN; "NULL DEPTH TRADE OFF FOR OUTPUT POWER REDUCTION IN A DOWNLINK ADAPTIVE ANTENNA ARRAY"