

## **Simulación de Sistemas MIMO Multi-usuario vía procesamiento de señales: Diagonalización de bloques**

Jaime Barzola, Franklin Guailacela  
Facultad de Ingeniería en Electrónica y Telecomunicaciones (FIEC)  
Escuela Superior Politécnica del Litoral (ESPOL)  
Campus Gustavo Galindo, Km 30.5 Vía Perimetral  
Apartado 09-01-5863. Guayaquil, Ecuador  
[abarzola@fiec.espol.edu.ec](mailto:abarzola@fiec.espol.edu.ec) , [fguailac@fiec.espol.edu.ec](mailto:fguailac@fiec.espol.edu.ec)  
Msc. Hernán Córdova  
[hcordova@fiec.espol.edu.ec](mailto:hcordova@fiec.espol.edu.ec)

### **RESUMEN**

La tecnología MIMO, consiste en tener más de una antena tanto en el transmisor como en el receptor; MIMO puede ser usado con cualquier técnica de acceso o modulación, siendo actualmente la más usada la técnica llamada Multiplexación por División de Frecuencia Ortogonal (OFDM), la cual puede dividir el canal de frecuencia selectiva en algunos canales flat fading y entonces aplicar la técnica MIMO a cada uno de esos sub-canales. Las investigaciones en canales MIMO, tanto para single y multi-user, se han enfocado en 2 problemas principales de optimización, los cuales son: maximización del rendimiento (capacidad) y el control de potencia. En MIMO-MU (Múltiples entradas – Múltiples salidas, Multi-usuario), uno de los mayores temas a tratar es la eliminación de interferencia co-canal la cual utilizaremos la técnica de diagonalización de bloques en la cual es un método basado en la proyección ortogonal. Este algoritmo es una alternativa de pre codificación lineal que transmite múltiples tramas de datos a cada usuario mientras remueve la interferencia inter usuario al mismo tiempo, el cual es una extensión de algoritmo Zero-forcing para sistemas MIMO multi-usuario downlink; es una generalización de inversión del canal.

### **ABSTRACT**

MIMO technology, is to have more than one antenna at both the transmitter and receiver, MIMO can be used with any modulation technique or access, and is currently the most commonly used technique called multiplexing for Orthogonal Frequency Division (OFDM), which can divide the frequency selective channel into several flat fading channels and then apply MIMO technology to each one of these sub-channels. Research on MIMO channels for both single and multi-user; have focused on 2 main problems of optimization, which are: maximizing performance (capacity) and power control. In MIMO-MU (multiple input - multiple output, Multi-user), one of the major topics to be discussed is the elimination of co-channel interference which use the block diagonalization technique which is a method based on orthogonal projection. This algorithm is a linear pre-encoding alternative that transmitting multiple data frames each user while removing inter user interference at the same time, which is an extension of Zero-forcing algorithm for multi-user MIMO downlink; that is a generalization of the investment channel.

**Index Terms** — MIMO, MIMO-MU, FEEDBACK, BD, ZF, CSI, SVD.

## I. Introducción

Con la innovación de la tecnología MIMO (Múltiples entradas - múltiples salidas), el sistema celular ha encontrado una forma de incrementar sus tasas de datos aplicando la tecnología MIMO, además de lograr una alta eficiencia espectral dentro de las redes celulares, alcanzando una gran evolución de este sistema [1]. La tecnología MIMO, consiste en tener más de una antena tanto en el transmisor como en el receptor. MIMO aumenta la eficiencia espectral de un sistema de comunicación inalámbrica por medio de la utilización del dominio espacial [2].

En MIMO-MU (Múltiples entradas - Múltiples salidas, Multi-user), uno de los mayores temas a tratar es la eliminación de interferencia co-canal. Esto se debe a que concentraremos diferentes usuarios dentro de una misma frecuencia, incrementando la interferencia entre usuarios.

Si logramos eliminar la interferencia inter usuario dentro de la celda, entonces estamos incrementando la capacidad del sistema, objetivo principal de nuestro algoritmo a estudiar. Es muy importante tener la Información del Estado del Canal (CSI), ya que de esto depende el desarrollo de nuestro algoritmo.

Las soluciones hasta ahora implementadas, contrarrestan la interferencia co-canal generada por los diferentes usuarios, eliminando casi en su totalidad a ella, pero a costa de procesamiento de señales tanto en el lado del transmisor como en el del receptor.

El presente paper está organizado de la siguiente forma: la sección II presenta el modelo del sistema, la sección III el algoritmo "Diagonalización de Bloques"

para suprimir la interferencia inter usuario, la sección IV los resultados de las simulaciones, y por último, en la sección V, las conclusiones.

## II. Modelo del sistema

Para nuestro trabajo, consideraremos un canal plano tipo Rayleigh, y no consideraremos las componentes multipath. Al ser tipo Rayleigh, estamos diciendo que no habrá línea de vista (NLOS) entre el transmisor y el receptor. Y al ser plano, entonces todas las bandas de frecuencias sufren la misma magnitud de fading.

Además, consideraremos nuestro canal quasi-estático, es decir que el medio de transmisión (canal) no variará durante la transmisión de un símbolo hasta la llegada al receptor.

Con respecto a los usuarios, se asumirá que ellos están muy distanciados, por lo que el canal del usuario, será independiente con respecto al del resto. Sabemos que la Información del Estado de Canal (CSI) es muy importante en el transmisor, por lo que se considerará un canal FEEDBACK ideal entre estación base y usuario. Por último, el número de antenas transmisoras, será igual al producto entre el número de antenas receptoras, con en número de usuarios.

Consideremos al canal MIMO multi-user downlink, en donde en la estación base se encuentran equipadas con  $t$  antenas transmisoras comunicados con  $K$  usuarios en la cual presenta las  $r$  antenas receptoras. Una de las asunciones que haremos, será que  $t = \sum_{i=1}^K r_i$ , y que el número de antenas de cada usuario es el mismo, lo cual queda simplificada nuestra asunción a  $t = K * r$ . El canal que consideraremos será flat fading tipo Rayleigh quasi-estático. La señal recibida

por el  $k$ -th usuario puede ser modelada matemáticamente como [1] [3] [4]:

$$y_k = H_k x + n_k \quad (1)$$

Donde:

$y_k \in C^{r \times 1}$  ; es la señal recibida por el usuario  $k$ .

$H_k \in C^{r \times t}$  ; es el matriz de transferencia del canal del usuario  $k$ .

$n_k \in C^{r \times 1}$  ; es el ruido blanco aditivo Gaussiano experimentado por el usuario  $k$ .

$x = [x^1 \dots x^t]^T$ ; Este vector es la señal transmitida por todas las  $t$  antenas, que contiene la señal compuesta para todos los  $K$  usuarios, entonces:  $x = \sum_{k=1}^N x_k$

Por lo tanto, la señal recibida por el  $k$ -ésimo usuario se puede expresar como:

$$y_k = H_k x_k + \sum_{i=1, i \neq k}^N H_k x_i + n_k \quad (2)$$

Donde  $\sum_{i=1, i \neq k}^K H_k x_i$  representa la interferencia inter usuario para el receptor  $k$ .

### III. Diagonalización de bloques

Este algoritmo es una alternativa de precodificación lineal, el cual es una generalización del algoritmo Zero-forcing, se trabaja para sistemas MIMO multi-user downlink [4], Comúnmente, esta técnica es usada cuando el número de antenas receptoras es mayor a uno ( $r > 1$ ), ya que si la es igual a uno, entonces BD sería el equivalente a Zero-forcing, algoritmo de inversión del canal.

Hace uso de una matriz de precodificación lineal para transmitir múltiples tramas de datos a cada usuario mientras remueve la interferencia inter

usuario al mismo tiempo [1]. Aunque se anula la interferencia del resto de usuario, la interferencia inter simbólica (ISI) estará aun presente en el receptor.

Lo que deseamos ahora, es eliminar esa interferencia y lo haremos, multiplicando los datos enviados por una matriz de precodificación  $W_k$ . Asignaremos  $b_k$  a la matriz de dimensión  $(r \times 1)$  que representa la señal transmitida al usuario  $k$ . Esta señal, será multiplicada por la matriz de precodificación  $W_k$  de dimensión  $(t \times r)$ , y luego será transmitida por las  $t$  antenas transmisoras. Como deseamos eliminar la interferencia inter usuario, buscaremos los valores de la matriz  $W_k$ , para que satisfaga la condición de  $H_j W_i = 0, j \neq i$ . En el receptor  $k$ , la matriz de recepción  $y_k$  de dimensión  $(r \times 1)$ , será procesada por un filtro lineal  $R_k$ , con el cual se obtendrá la estimación de la señal enviada  $\tilde{b}_k$ .

$$b_k \in C^{r \times 1}$$

$$W_k \in C^{t \times r}$$

$$x_k = W_k b_k \quad (3)$$

$$\tilde{b}_k = R_k \left( H_k \sum_{i=1}^K W_i x_i + n_k \right) \quad (4)$$

Por ahora, no nos fijaremos en la matriz de post codificación en el lado del receptor, por lo que la señal recibida por el usuario  $k$  será:

$$y_k = H_k W_k b_k + \sum_{i=1, i \neq k}^N H_k W_i b_i + n_k \quad (5)$$

Y según la asunción que hacemos:

$$H_i W_k = 0; \forall i \neq k \quad (6)$$

Entonces tendremos:

$$y_k = H_k W_k b_k + n_k \quad (7)$$

Para lograr esto, deseamos que  $W_k$  caiga en el espacio nulo de los canales del resto de usuarios. Con esto en mente, definiremos  $\widetilde{H}_k$  como el canal de interferencia agregada, observada por el usuario  $k$ , con dimensión  $(r(K-1) \times t)$ .

$$\widetilde{H}_k = [H_1^T \dots H_{k-1}^T H_{k+1}^T \dots H_N^T]^T \quad (8)$$

Consideraremos que la matriz  $\widetilde{H}_k$  es de rango completo, por lo que los canales de los diferentes usuarios son independientes. Entonces tenemos que:

$$\text{rank}(\widetilde{H}_k) = \min(r(N-1), t) = r(N-1).$$

Realizando la descomposición del valor singular (SVD) queda:

$$\widetilde{H}_k = \widetilde{U}_k [\widetilde{\Sigma}_k \mathbf{0}] [\widetilde{V}_k^1 \widetilde{V}_k^0]^T \quad (9)$$

Donde las columnas de  $\widetilde{V}_k^0$  contienen  $t - r(N-1)$  vectores singulares en el espacio nulo de  $\widetilde{H}_k$

Las columnas de  $\widetilde{V}_k^0$  forman una base ortogonal en el espacio nulo de  $\widetilde{H}_k$ , por lo que,  $H_i \widetilde{V}_j = 0, i \neq j$ . Lo que significa que sus columnas son candidatas para la matriz de pre codificación  $W_k$ .

Ahora, definiremos  $\overline{H}_k$ , y la descompondremos usando SVD:

$$\overline{H}_k = H_k \widetilde{V}_k^0 = U_k [\Sigma_k \mathbf{0}] [V_k^1 V_k^0]^T \quad (10)$$

Se puede interpretar a  $\overline{H}_k$  como la proyección del canal  $H_k$  en el espacio nulo de  $\widetilde{H}_k$ , donde el usuario  $k$  puede recibir tramas paralelas de datos en ese sub-espacio sin causar interferencia inter usuario.

La matriz de pre codificación  $W_k$  para el usuario  $k$ , se obtiene:

$$W_k = \widetilde{V}_k^0 V_k^1 \quad (11)$$

La matriz  $\widetilde{V}_k^0$  la obtuvimos al descomponer  $\widetilde{H}_k$  usando SVD, y  $V_k^1$  al descomponer  $\overline{H}_k$ , también con SVD. Este producto, representa el vector de transmisión que maximizará la tasa de información del usuario  $k$  produciendo cero interferencias. Reemplazando  $W_k$  en la señal de recepción, obtendremos:

$$y_k = H_k \widetilde{V}_k^0 V_k^1 b_k + n_k \quad (12)$$

Si analizamos la señal recibida, reemplazando ciertas variables que conocemos, y manipulando dicha ecuación, tendremos:

$$y_k = H_k \widetilde{V}_k^0 V_k^1 b_k + n_k$$

$$y_k = U_k [\Sigma_k \mathbf{0}] [V_k^1 V_k^0]^T V_k^1 b_k + n_k$$

$$y_k = U_k \Sigma_k V_k^{1T} V_k^1 b_k + n_k$$

$$y_k = U_k \Sigma_k I_r b_k + n_k$$

$$y_k = U_k [\lambda_{k1}^{1/2} b_{k1} \dots \lambda_{kr}^{1/2} b_{kr}]^T + n_k \quad (13)$$

Aquí vemos claramente, que la señal enviada en el transmisor, esta multiplicada por la matriz  $U_k$ . La estación base envía la matriz unitaria de post-procesamiento  $U_k^T$  al usuario  $k$ , con el fin de que el receptor pueda separar y decodificar las tramas de datos individuales:

$$\widetilde{y}_k = U_k^T y_k = U_k^T U_k [\lambda_{k1}^{1/2} b_{k1} \dots \lambda_{kr}^{1/2} b_{kr}]^T + U_k^T n_k$$

$$\widetilde{y}_k = [\lambda_{k1}^{1/2} b_{k1} \dots \lambda_{kr}^{1/2} b_{kr}]^T + \widetilde{n}_k \quad (14)$$

Donde el ruido  $\widetilde{n}_k$ , se mantiene blanco con covarianza  $\sigma^2 I_r$  debido a la transformación unitaria.

#### IV. Resultado de las simulaciones

Haciendo un pequeño diagrama de bloques con las funciones representativas del código, nos ayudarán a entender en que parte del transmisor y receptor, ubicaremos la matriz de pre y post codificación.

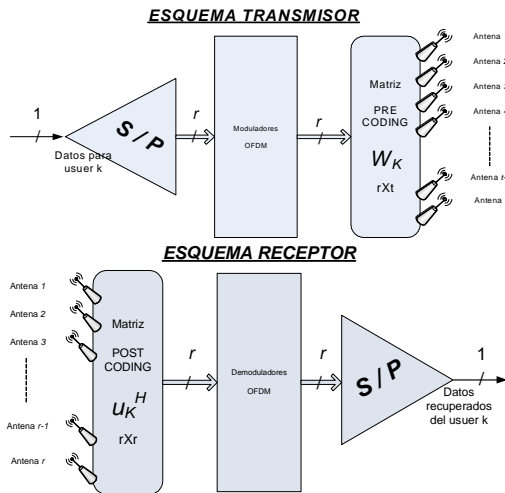


Figura 4.1 Esquema del transmisor y receptor para un sistema MIMO Multi-user.

Hemos calculador el BER, haciendo varia el SNR en la recepción del sistema, cuando  $r=3$ ,  $K=4$  y  $t=12$ . Tenemos como resultado lo siguiente.

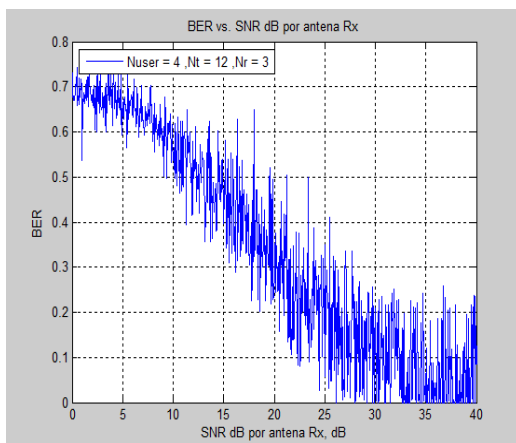


Figura 4.2 Trade-off de BER vs. SNR<sub>dB</sub>

También, variando el SNR, calculamos la suma de capacidades cuando el número de usuarios, antenas transmisoras y receptoras permanece constante. Igual

que en la grafica anterior,  $r=3$ ,  $K=4$  y  $t=12$ . Y vemos, como la suma de capacidades incrementa con aumentar el SNR.

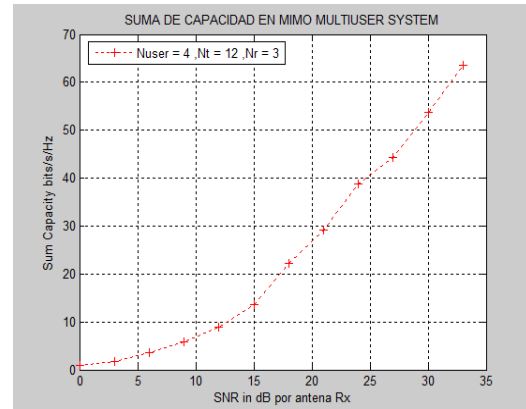


Figura 4.3 Trade-off Suma de Capacidad vs. SNR dB

Hemos hecho variar en número de usuarios, mantenido fijo la cantidad de antenas receptoras y el SNR. Al variar la cantidad de usuarios, por default variará la cantidad de antenas transmisoras, debido a nuestra consideración de  $t = K * r$ . Aquí, mantenemos fijo el valor del SNR en la recepción, en 15 dB. También podemos hacer variar este valor.

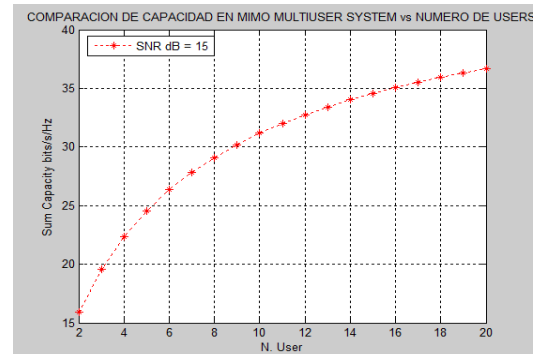


Figura 4.4 Trade-off Suma de Capacidad vs. Número de Usuarios

Por último, hemos combinado la variación de SNR con el número de de usuarios, obteniendo como respuesta la Suma de Capacidades del sistema para las diferentes combinaciones. Obtenemos como varía la Suma de capacidades, en relación al número de usuario, y SNR en la recepción.

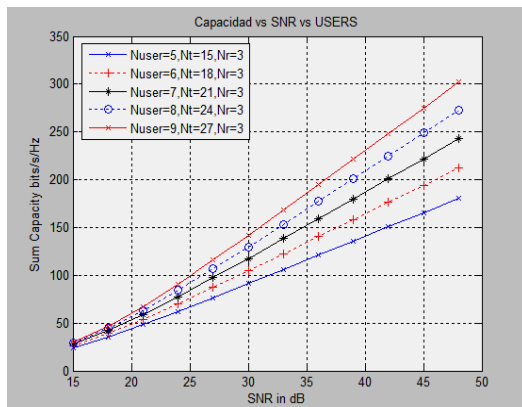


Figura 4.5 Trade-off Suma de Capacidad vs. SNR\_dB vs. Usuarios

## V. Conclusiones

La suma de capacidades aumenta con la cantidad de usuarios logarítmicamente, es por eso que a medida que crece el número de usuarios, la capacidad se va acotando.

A medida que crece la relación Señal Ruido (SNR), incrementa la suma de capacidades y disminuye el BER del sistema.

La eliminación de la interferencia inter usuario, depende mucho del conocimiento del canal, el cual, varía con el tiempo, y es selectivo en frecuencia, es decir en ambientes reales, eliminar la interferencia, en el mejor de los casos, lo haría de forma parcial.

Es necesario tener un canal de retorno para el envío del estado del canal al transmisor, para que este, genere las matrices de pre codificaciones correctas y se pueda mitigar la interferencia co-canal. Influye mucho en el performance del sistema. Si no tenemos el canal de retorno bien dimensionado, no realizará el fin deseado.

Es una solución muy fácil de implementar en un sistema celular, ya que solo se manejan matrices. Sin embargo, involucra procesamiento de señal adicional en las estaciones bases.

Comparando el rendimiento del sistema, con la complejidad del algoritmo, es notable que la solución propuesta es efectiva para mitigar la interferencia inter usuario.

Haciendo referencia a la figura 4.5, notamos que el número de usuarios se incrementa, manteniendo las antenas receptoras fijas. Al incrementar los usuarios, incrementamos la capacidad del sistema, sin embargo, también incrementa el número de antenas transmisoras de acuerdo a nuestra asunción. El costo de implementar esto sería muy caro, por lo cual, el operador de la red celular pensaría muy bien entre incrementar la capacidad de sus sistema, a costa de invertir mucho.

## VI. Referencias

- [1] Yosia Hadisusanto, Lars Thiele, Volker Jungnickel. "Distributed Base Station Cooperation via Block-Diagonalization and Dual-Decomposition". Fraunhofer German-Sino Lab Mobile Communications (MCI). Consulta: 1 / noviembre / 2009.
- [2] Enciclopedia Wikipedia. "MIMO". <http://es.wikipedia.org/wiki/MIMO>. Consulta: 15 / octubre / 2009.
- [3] Quentin Spencer, Lee Swindlehurst, Martin Haardt. "Zero-forcing methods for downlink spatial multiplexing in multiuser MIMO channel". IEEE Transactions on Signal Processing, Vol.52. Fecha de publicación: Febrero 2004.
- [4] Zukang Shen, Runhua Chen, Jeffrey G. Andrews, Robert Heath, Jr, Brian Evans. "Sum capacity of multiuser MIMO Broadcast channel with block diagonalization". University of Texas at Austin. Consulta: 25 / octubre / 2009.