



# ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS

CURSO NIVEL CERO "B" INVIERNO 2010 PARA INGENIERÍAS

PRIMERA EVALUACIÓN DE MATEMÁTICAS

GUAYAQUIL, 12 DE MARZO DE 2010

**NOMBRE:** \_\_\_\_\_ **PARALELO** \_\_\_\_\_

## INSTRUCCIONES

- Escriba sus datos de acuerdo a lo solicitado en esta hoja y en la de respuestas.
- Esta prueba consta de dos secciones: Sección I con 16 preguntas de opción múltiple, Sección II con 4 preguntas de desarrollo.
- Cada pregunta de opción múltiple tiene un valor de 3.375 puntos y cada pregunta de desarrollo tiene un valor de 4 puntos.
- Para desarrollar esta prueba tiene un tiempo de 2 horas.
- Puede escribir en cualquier parte del bloque de la prueba con esferográfica o lápiz, pero en la hoja de respuestas sólo debe marcar en la opción que usted considere correcta, utilizando el lápiz y la marca que se indican en la hoja de respuestas.
- En esta prueba no se permite el uso de calculadoras.
- La prueba es estrictamente personal.

## VERSIÓN 0

### SECCIÓN I: PREGUNTAS DE OPCIÓN MÚLTIPLE (3.375 puntos c/u)

1. Dada la proposición: “No estoy de acuerdo, ya que no apruebo el examen de ubicación”, identifique cuál de las siguientes proposiciones **NO** es equivalente.

- a) Si apruebo el examen de ubicación, estoy de acuerdo.
- b) Si no apruebo el examen de ubicación, no estoy de acuerdo.
- c) Si estoy de acuerdo, apruebo el examen de ubicación.
- d) Apruebo el examen de ubicación o no estoy de acuerdo.
- e) No apruebo el examen de ubicación sólo si no estoy de acuerdo.

2. Si se tienen las siguientes formas proposicionales:

$$\text{I: } [(p \rightarrow q) \wedge (\neg q \vee p)] \rightarrow \neg q$$

$$\text{II: } [(q \wedge \neg p) \vee (q \rightarrow p)]$$

Entonces, es VERDAD que:

- a) La forma proposicional I es una tautología.
- b) La forma proposicional II no es una tautología.
- c) Las formas proposicionales I y II son tautológicas.
- d) Las formas proposicionales I y II no son tautológicas.
- e) La forma proposicional I no es una tautología y la II es una tautología.

3. Considere las siguientes hipótesis de un razonamiento:

H<sub>1</sub>: Si Carlos entiende lógica matemática, entonces disfruta de este tema de examen.

H<sub>2</sub>: Carlos no entiende lógica matemática o no ha estudiado.

H<sub>3</sub>: Sólo si Carlos ha estudiado, disfruta de este tema de examen.

Entonces una conclusión que hace VÁLIDO el razonamiento es:

- a) Carlos entiende lógica matemática.
- b) Carlos no disfruta de este tema de examen.
- c) Carlos no ha estudiado.
- d) Carlos ha estudiado y entiende lógica matemática.
- e) Carlos no disfruta de este tema de examen o ha estudiado.

## VERSIÓN 0

4. Si se define el referencial  $Re = [0, +\infty)$  y los predicados:

$$p(x): x^2 - 4x \leq 0$$

$$q(x): ||x - 2| - 1| - 1| = 0$$

Entonces el número de elementos de  $A[p(x) \wedge q(x)]$  es:

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3
- e) 4

5. La lora se llevó 11 libros de matemáticas para leer en el Curso de Nivel Cero B. La lora lee  $\frac{1}{4}$  de libro por noche de lunes a viernes. Los sábados y domingos tiene más tiempo y lee  $\frac{3}{8}$  de libro cada día. La tercera semana la lora se enfermó (de lunes a domingo) y sólo pudo leer la mitad de lo acostumbrado. La cantidad de días que se demoró en leer todos los libros es:

- a) 36
- b) 40
- c) 42
- d) 48
- e) 49



6. El término central en el desarrollo de  $\left(\sqrt[4]{x^3} - \frac{1}{\sqrt[5]{y}}\right)^{12}$  es:

a)  $-\frac{924x^4\sqrt{x}}{\sqrt[5]{y^6}}$

b)  $\frac{924x^4\sqrt{x}}{\sqrt[5]{y^6}}$

c)  $\frac{924x^6\sqrt[4]{x^3}}{y^5\sqrt[5]{y^4}}$

d)  $-\frac{924x^6\sqrt[4]{x^3}}{y^5\sqrt[5]{y^4}}$

e)  $\frac{x^4\sqrt{x}}{3\sqrt[5]{y^6}}$

7. La clave de la tarjeta para retiro de dinero en el cajero automático de un banco está constituida por cuatro dígitos, una persona ha olvidado su clave y lo único que recuerda es que los 3 últimos dígitos eran diferentes entre ellos, el primer dígito era un 5 y los dos últimos dígitos sumaban 8. Determine el número de claves diferentes que deberían ser verificadas hasta dar con la correcta:

a) 48

b) 54

c) 64

d) 72

e) 81

## VERSIÓN 0

8. De los siguientes términos de una progresión aritmética:  $\{7, 20, 33, \dots\}$ , la cantidad de términos que están entre 200 y 500 es:

- a) 22                      b) 23                      c) 24                      d) 25                      e) 26

9. Si  $f$  es una función de variable real dada por  $f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 + 1 & ; x < -1 \\ -x^3 & ; -1 \leq x \leq 1, \operatorname{sgn}(f(x)) \\ -(x-1)^2 - 1 & ; x > 1 \end{cases}$

es:

a)  $\begin{cases} 2 & ; x < 0 \\ 0 & ; x = 0 \\ -2 & ; x > 0 \end{cases}$                       b)  $\begin{cases} -2 & ; x < 0 \\ 0 & ; x = 0 \\ 2 & ; x > 0 \end{cases}$                       c)  $\begin{cases} -1 & ; x < 0 \\ 0 & ; x = 0 \\ 1 & ; x > 0 \end{cases}$

d)  $\begin{cases} 1 & ; x < 0 \\ 0 & ; x = 0 \\ -1 & ; x > 0 \end{cases}$                       e)  $\begin{cases} 0 & ; x \leq 0 \\ 1 & ; x > 0 \end{cases}$

10. Sean  $f$  y  $g$  dos funciones de variable real tales que:

$$f(x) = \begin{cases} -\sqrt{2-x} & ; x \leq 2 \\ e^{x-2} - 1 & ; x > 2 \end{cases} ; \quad g(x) = \begin{cases} 2^x & ; x < 2 \\ \sqrt{x+2} & ; x \geq 2 \end{cases}$$

Identifique cuál de las siguientes reglas de correspondencia representa a  $(fg)$ .

a)  $\begin{cases} -2^x \sqrt{2-x} & ; x \leq 2 \\ \sqrt{x+2} (e^{x-2} - 1) & ; x > 2 \end{cases}$                       b)  $\begin{cases} -2^x \sqrt{2-x} & ; |x| < 2 \\ \sqrt{x+2} (e^{x-2} - 1) & ; |x| \geq 2 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} -\sqrt{2-x} & ; x < 2 \\ 0 & ; x = 2 \\ 2^x (e^{x-2} - 1) & ; x > 2 \end{cases}$                       d)  $\begin{cases} -2^x \sqrt{2-x} & ; x < 2 \\ 2 & ; x = 2 \\ \sqrt{x+2} (e^{x-2} - 1) & ; x > 2 \end{cases}$

e)  $\begin{cases} -2^x \sqrt{2-x} & ; x < 2 \\ 0 & ; x = 2 \\ \sqrt{x+2} (e^{x-2} - 1) & ; x > 2 \end{cases}$

11. La suma  $a + b$  para que el polinomio  $p(x) = x^3 + ax^2 + bx - 30$  sea divisible por  $x^2 + x - 6$  es:

- a) 7                      b) -7                      c) 5                      d) -5                      e) -6

**VERSIÓN 0**

12. Dada la función de variable real  $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & ; x < -1 \\ x^3 & ; |x| \leq 1 \\ \sqrt{x-1}+1 & ; x > 1 \end{cases}$ , entonces la inversa de  $f$  está

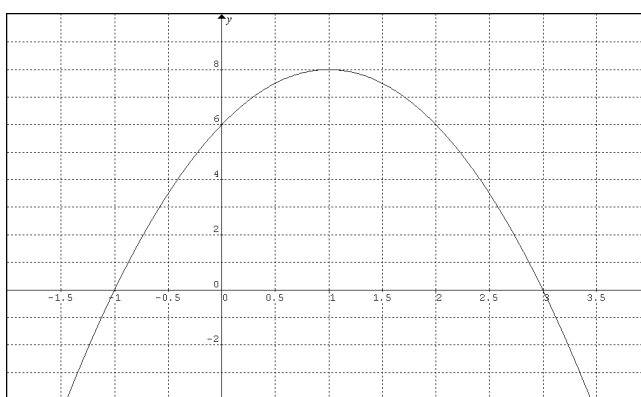
dada por:

$$\text{a) } f^{-1}(x) = \begin{cases} 2x-1 & ; x < -1 \\ -\sqrt[3]{x} & ; |x| \leq 1 \\ (x+1)^2 - 1 & ; x > 1 \end{cases} \quad \text{b) } f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x-1) & ; x < -\frac{1}{2} \\ \sqrt[3]{x} & ; |x| \leq \frac{1}{2} \\ (x-1)^2 + 1 & ; x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{c) } f^{-1}(x) = \begin{cases} (x-1)^2 + 1 & ; x < -1 \\ \sqrt[3]{x} & ; |x| \leq 1 \\ \frac{1}{2}(x-1) & ; x > 1 \end{cases} \quad \text{d) } f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x-1) & ; x < -1 \\ \sqrt[3]{x} & ; |x| \leq 1 \\ (x-1)^2 + 1 & ; x > 1 \end{cases}$$

$$\text{e) } f^{-1}(x) = \begin{cases} (x-1)^2 + 1 & ; x < -\frac{1}{2} \\ \sqrt[3]{x} & ; |x| \leq \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}(x-1) & ; x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

13. La figura adjunta muestra parte de la gráfica de la función polinomial  $f(x) = ax^2 + 4x + c$ . Identifique cuál de las siguientes opciones es **VERDADERA**.



- a)  $a = 2$ .
- b) El discriminante de  $f$  es menor que cero.
- c)  $f(x) = 2(3-x)(x+1)$
- d) La suma de los ceros de  $f$  es  $-2$ .
- e) El producto de los ceros de  $f$  es  $3$ .

## VERSIÓN 0

14. Identifique cuál de las siguientes proposiciones es VERDADERA.

a)  $\forall x, y \in \mathbb{R}, \arctan(x + y) = \arctan(x) + \arctan(y)$

b)  $\forall x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right], \operatorname{arcsen}(2x) = 2 \operatorname{arcsen}(x)$

c)  $\forall x \in [-1, 1], \operatorname{arccos}(x) = 1 - \operatorname{arcsen}(x)$

d)  $\forall x \in \mathbb{R}, \arctan(x) = \operatorname{arccot}(1 - x)$

e)  $\forall x \in \mathbb{R}, \arctan(x) = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arccot}(x)$

15. La expresión trigonométrica:  $\frac{\cos(\theta)\cos(2\theta)}{\cos(\theta) - \operatorname{sen}(\theta)} + \frac{1}{2}\operatorname{sen}(2\theta) + \operatorname{sen}^2(\theta)$ , es idéntica a:

a)  $1 + \tan(2\theta)$

b)  $1 + \cos(2\theta)$

c)  $1 + \operatorname{sen}(2\theta)$

d)  $1 + \cot(2\theta)$

e)  $1 + \sec(2\theta)$

16. Sea  $\operatorname{Re} = [0, \pi]$  y  $p(x): \tan(2x) - 2\operatorname{sen}(x) = 0$ . La suma de los elementos de  $\operatorname{Ap}(x)$  es:

a) 0

b)  $\frac{\pi}{3}$

c)  $\pi$

d)  $\frac{5\pi}{3}$

e)  $\frac{7\pi}{3}$

**VERSIÓN 0**

**SECCIÓN II: PREGUNTAS DE DESAROLLO (4 puntos c/u)**

**NOMBRE:** \_\_\_\_\_ **PARALELO** \_\_\_\_\_

17. Empleando álgebra proposicional demuestre que si A, B, C son conjuntos de un referencial,  
 $A \subseteq (B \cap C) \equiv (B^c \cup C^c) \subseteq A^c$ .

### **VERSIÓN 0**

18. Demuestre que  $\forall n \in \mathbb{N}$ , se cumple la siguiente propiedad:

$$p(n): 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{(2n-1)(2n)(2n+1)}{6}$$



**VERSIÓN 0**

19. Sean  $f$  y  $g$  dos funciones de variable real tales que:

$$f(x) = \begin{cases} e^x, & x > 0 \\ x^2, & x \leq 0 \end{cases} \quad ; \quad g(x) = \begin{cases} 3^x, & x > 0 \\ x+1, & x \leq 0 \end{cases}$$

Determine la regla de correspondencia de  $f \circ g$ .

**VERSIÓN 0**

20. Sea  $f$  una función de variable real tal que  $f(x) = 3\operatorname{sen}\left|2x - \frac{\pi}{4}\right| + 1$ ;  $x \in [-\pi, \pi]$ .

- a) Construya la gráfica de  $f$ .
- b) Determine  $\operatorname{rg} f$ .

