ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2023 - 2024	PERIODO:	PAO - I
MATERIA:	MATG1052 Métodos Numéricos	PROFESOR:	Edison Del Rosario
EVALUACIÓN:	2da Evaluación	FECHA:	29-Agosto-2023

COMPROMISO DE HONOR

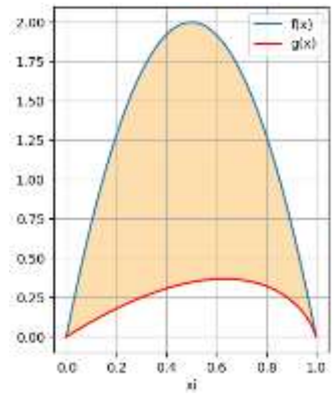
Yo, ………., al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándolo. No debo, además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.
Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.
"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: ………………………………………………………………… NÚMERO DE MATRÍCULA: …………..……………… PARALELO: ………

***Indicaciones generales**: Desarrolle los temas en forma ordenada, con letras y números claros, legibles a tamaño suficiente para facilitar la lectura. Todos los temas **deben ser desarrollados** para la forma analítica, con lápiz y papel, con **expresiones matemáticas completas**, donde se muestren los valores usados en las operaciones. Los cálculos numéricos pueden ser realizados usando los algoritmos, en cuyo caso adjunte los archivos correspondientes en el formato indicado en tareas: algoritmo.py, resultados.txt y gráficas.png al final de la evaluación en aula virtual.*

Tema 1 (30 puntos) Una academia encarga a un joyero un modelo de medalla cuyo costo unitario se determina por el **área** descrita entre las funciones presentadas. Se considera que el grosor de la medalla es único e independiente de la forma de la medalla.

$$f(x) = 2 - 8\left(\frac{1}{2} - x\right)^2$$
$$0 \leq x < 1$$
$$g(x) = -(1-x)\ln(1-x)$$



Para el desarrollo numérico, use **diferentes métodos de Simpson** para cada función.
a. Realice el planteamiento de las ecuaciones para el ejercicio.
b. Describa el criterio usado para determinar el número de tramos usado en cada caso.
c. Desarrolle las expresiones completas del ejercicio para cada función.
d. Indique el resultado obtenido para el área requerida y la cota de error.
e. Encuentre el valor del tamaño de paso si se requiere una cota de error de 0,00032
Nota: en Python ln() se escribe np.log(x).

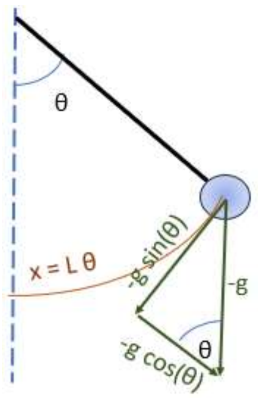
Rúbrica: literal a (5 puntos), literal b (5 puntos), literal c (10 puntos), literal d (5 puntos), literal e (5 puntos)
Referencia: ¿A quien se le ocurrió crear la moneda? | Discovery en Español Youtube.com 8 nov 2016. https://youtu.be/P2D1IT3NZ2Q. Star Trek https://intl.startrek.com/

Tema 2 (35 puntos) Una mejor aproximación a un péndulo oscilante con un ángulo θ más amplio y con un coeficiente de amortiguamiento μ se expresa con una ecuación diferencial ordinaria de segundo orden.

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\mu\frac{d\theta}{dt} - \frac{g}{L}sin(\theta)$$

El péndulo se suelta desde el reposo, desde un ángulo de π/4 respecto al eje vertical. El coeficiente de amortiguamiento μ=0.5 es proporcional a la velocidad angular.

$g = 9.81$ m/s^2
$L = 2$ m
$\Theta(0) = \pi/4$
$\Theta'(0) = 0$



a. Realice el planteamiento del ejercicio usando Runge-Kutta de 2do Orden
b. Desarrolle tres iteraciones para θ(t) con tamaño de paso h=0.2
c. Usando el algoritmo, aproxime la solución entre t=0 a t=10 s, adjunte sus resultados en la evaluación.
d. Realice una observación sobre el movimiento estimado del péndulo a lo largo del tiempo.

Rúbrica: literal a (5 puntos), literal b (15 puntos), literal c (10 puntos), literal d (5 puntos)
Referencia: Vista general de ecuaciones diferenciales I Capítulo 1. 3Blue1Brown 31-Marzo-2023. https://youtu.be/p_di4Zn4wz4?si=HuPM7fvjnY7-5zP0&t=413

Tema 3 (35 puntos) Aproxime la solución de la Ecuación Diferencial Parcial

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=(x^2+y^2)e^{xy}$$

$0 < x < 1$

$0 < y < 0.5$

Con las condiciones de frontera:

u(0,y)=1, u(1,y)= y, 0≤y≤0.5
u(x,0)=1, u(x,0.5)=x/2, 0≤x≤1

Aproxime la solución con tamaños de paso Δx = 0.25, Δy = 0.25

Utilice diferencias finitas centradas para las variables independientes x,y

a. Plantee las ecuaciones para usar un método numérico en un nodo i,j

b. Realice la gráfica de malla,

c. desarrolle y obtenga el modelo discreto para $u(x_i,t_j)$

d. Realice al menos tres iteraciones en el eje tiempo.

e. Estime el error de u(xi,tj) y adjunte los archivos del algoritmo y resultados.

Rúbrica: Aproximación de las derivadas parciales (5 puntos), construcción de la malla (10), construcción del sistema lineal (15), resolución del sistema (5 puntos).