



**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**  
**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

Examen:	
Lección:	
Quiz:	
Deber:	
Total:	

<b>AÑO:</b> 2018	<b>PERÍODO:</b> SEGUNDO TÉRMINO
<b>MATERIA:</b> Cálculo de una variable	<b>PROFESOR:</b>
<b>EVALUACIÓN:</b> PRIMERA	<b>FECHA:</b> 19/noviembre/2018

**COMPROMISO DE HONOR**

Yo, ..... al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

**Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.**

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma: \_\_\_\_\_ NÚMERO DE MATRÍCULA: \_\_\_\_\_ PARALELO: \_\_\_\_\_

1) (6 PUNTOS) Sea la función  $f: \mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R}$  cuya regla de correspondencia es:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\pi}, & 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ k, & x = \frac{\pi}{2} \\ \frac{\cos(x)}{\pi - 2x}, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Determine el valor numérico de  $k \in \mathbb{R}$  para que la función  $f$  sea continua en todo su dominio.

2) (4 PUNTOS) Dada la función  $f: \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \mapsto \mathbb{R}$  definida por:

$$f(x) = x (\operatorname{sen}(x) + 1)$$

Aplicando el TEOREMA DEL VALOR INTERMEDIO, demuestre que existe por lo menos un valor  $c$  en el dominio de  $f$  tal que  $f(c) = 2$ .

3) (6 PUNTOS) Dada la función:

$$f(x) = \ln(x), \quad \forall x > 0$$

- (a) (4 PUNTOS) Aplicando la definición de derivada, obtenga  $D_x(f(x))$ .
- (b) (2 PUNTOS) Determine la ecuación de la recta tangente a  $f$  en  $x_0 = e^3$ .

4) (12 PUNTOS) Obtenga  $\frac{dy}{dx}$  para cada expresión:

(a) (2 PUNTOS)  $y = (\text{sen}(\pi))^2$

(b) (2 PUNTOS)  $y = \text{arc tan}(2x)$

(c) (2 PUNTOS)  $y = \sqrt{\ln\left(\frac{x}{4}\right)}$

(d) (3 PUNTOS)  $4x - y^2 - \frac{1}{2}\cos(y) = 0$

(e) (3 PUNTOS)  $y = x^{\text{sen}(x)}$

- 5) (8 PUNTOS) Dadas las funciones de variable real  $f$  y  $g$  derivables en  $\mathbb{R}$ . Se conoce que los puntos  $(-4, 1)$  y  $(3, 4)$  pertenecen a la gráfica de la función  $f$  y los puntos  $(-4, 3)$  y  $(3, -2)$  pertenecen a la gráfica de  $g$ . También se conoce que:  $f'(-4) = 3$ ,  $f'(3) = -4$ ,  $g'(-4) = -2$  y  $g'(3) = 6$ .

(a) Si  $h = f \cdot g$ , calcule  $h'(-4)$ .

(b) Si  $k = (2f + 3g)^4$ , calcule  $k'(3)$ .

(c) Si  $m = f \circ g$ , calcule  $m'(-4)$ .

(d) Si  $p = \frac{f}{g}$ , calcule  $p'(3)$ .

6) (8 PUNTOS) Dada la curva en coordenadas polares:

$$r = 2 \cos(3\theta)$$

(a) (1 PUNTO) Bosqueje la gráfica de esta curva en el plano polar.

(b) (5 PUNTOS) Calcule el siguiente valor:

$$-\frac{1}{\frac{dy}{dx} \Big|_{\theta = \frac{5\pi}{6}}}$$

(c) (2 PUNTOS) Explique cuál es el significado geométrico del valor calculado en el literal (b) y representelo en la figura que elaboró.

7) (6 PUNTOS) Dada la curva en coordenadas paramétricas:

$$\begin{cases} x(t) = e^{-t} \\ y(t) = 2^{2t} \end{cases}$$

Obtenga:

$$\frac{d^2y}{dx^2}$$