



**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**  
**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS**

**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

COMPONENTE TEORICO	
TEMA 1	
TEMA 2	
TEMA 3	
TEMA 4	
TEMA 5	
TEMA 6	
<b>TOTAL EXAMEN</b>	
<b>PROM. LECCIONES + PROM. CONTROLES DE LECTURA</b>	
<b>TOTAL (sobre 100)</b>	

<b>AÑO:</b> 2018 - 2019	<b>PERIODO:</b> SEGUNDO TÉRMINO
<b>MATERIA:</b> ECUACIONES DIFERENCIALES	<b>PROFESORES:</b> P1&5: Antonio Chong Escobar; P3&10: Elvis Aponte Valladares; P4&6: C. Mario Celleri Mujica; P7&13&14: Jennifer Avilés Monroy; P8&12: José Castro Carrasco; P15: Hernando Sánchez Caicedo; P16&17: Lilibiana Rebeca Pérez.
<b>EVALUACIÓN:</b> SEGUNDA	<b>FECHA:</b> 28 ENERO 2019

**COMPROMISO DE HONOR QUE DEBE LLENAR PARA QUE SU EXAMEN SEA CALIFICADO**

Yo, ..... al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que NO puedo usar calculadora ni equipos electrónicos, que sólo puedo usar lápiz o esférico, que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción de esta evaluación y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte frontal del aula, junto con algún otro material que haya traído conmigo. Además, reconozco que no debo consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación y que los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

*Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.*

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

**FIRMA:** \_\_\_\_\_ **NÚMERO DE MATRÍCULA:** \_\_\_\_\_ **PARALELO:** \_\_\_\_\_

**Tema 1 (5 Puntos: 1 Punto cada literal)**

**Complete las siguientes frases, para lo cual NO es necesario justificar las respuestas.**

- a) Si  $y(x) = c_1 e^{-x} + c_2 e^{-3x} + c_3 x e^{-3x}$ ;  $c_1, c_2, c_3 \in \mathbb{R}$  es la solución general de la ecuación  $y'''(x) + ay''(x) + by'(x) + cy(x) = 0$  donde  $a, b, c$  son constantes, entonces la solución particular de  $y'''(x) + ay''(x) + by'(x) + cy(x) = 5e^{-3x}$  usando el método de los coeficientes indeterminados se plantea de la forma: \_\_\_\_\_.
- b) Si una función  $g(t)$  es una función seccionalmente continua en el intervalo  $[0, \infty)$  y de orden exponencial cuando  $t \rightarrow \infty$ , entonces su transformada de Laplace definida como  $G(S) =$  \_\_\_\_\_ existe para algún intervalo de valores de  $S$ .
- c) El producto de convolución entre dos funciones  $h(t)$  y  $k(t)$  está definido de la siguiente forma:  $h(t) * k(t) =$  \_\_\_\_\_. Además, la transformada de Laplace del producto de convolución está definido como  $\mathcal{L}[h(t) * k(t)] =$  \_\_\_\_\_.
- d) Sea  $p(t)$  es una función seccionalmente continua en el intervalo  $[0, \infty)$  y de orden exponencial cuando  $t \rightarrow \infty$ . Si  $p(t)$  es una función periódica de periodo  $k$ , entonces la transformada de Laplace de  $p(t)$  está dada por  $\mathcal{L}[p(t)] =$  \_\_\_\_\_, con dominio \_\_\_\_\_.
- e) Al aplicar el método del operador diferencial al sistema de ecuaciones 
$$\begin{cases} x'(t) + y'(t) - 2x = \cos(t) \\ -y''(t) = 1 \end{cases}$$
 y simplificar la incógnita  $y(t)$  se obtiene la siguiente ecuación diferencial para la variable  $x(t)$ : \_\_\_\_\_.

---

**Tema 2 (4 Puntos)**

Sea  $\mathcal{L}[g(t)] = G(S)$  la transformada de Laplace de la función  $g(t)$ . Obtenga la función  $g(t)$  si se conoce que  $G(S) = \arctan\left(\frac{28}{S}\right) - e^{-S}$ .

---

**Tema 3 (9 Puntos)**

Determinar la solución general de la ecuación diferencial  $y'''(x) + y''(x) = f(x)$  para  $f(x) = 2^x$ , **usando el método de variación de parámetros** para hallar la solución particular.

(Recordar que:  $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln(a)} + c$ ,  $c \in \mathbb{R}$ )

---

**Tema 4 (9 Puntos)**

**Utilizando series de potencias alrededor de  $x_0 = 0$** , determine la solución general de la ecuación diferencial  $y''(x) + \beta^2 y(x) = 0$  donde  $\beta$  es una constante fija diferente de cero. Para esto, primero argumente por qué  $x_0 = 0$  es un punto ordinario. Además, identifique las funciones elementales a las que convergen las series linealmente independientes que forman la solución general hallada.

---

**Tema 5 (14 Puntos)**

Considere un circuito eléctrico en serie formado por un resistor  $R$  de  $4\Omega$ , un capacitor  $C$  de  $0.25F$  y un inductor  $L$  de  $1H$ , que es alimentado por una fuente que suministra un voltaje que decrece linealmente iniciando en  $9V$  en  $t = 0$  segundos y que al llegar a  $0V$  en  $t = 9$  segundos se mantiene en  $0V$  de allí en adelante. Por lo tanto, la alimentación del circuito está dada por  $v(t) = \begin{cases} -(t - 9) & ; \quad 0 \leq t < 9 \\ 0 & ; \quad t \geq 9 \end{cases}$ .

**Utilice la transformada de Laplace** para hallar la corriente  $i(t)$  del circuito en cualquier instante  $t$ , si se conoce que la corriente inicial es de  $0A$  y que el sistema de ecuaciones que gobierna el

comportamiento del circuito es  $\begin{cases} q(t) = \int_0^t i(\theta)d\theta \\ L \frac{di(t)}{dt} + R i(t) + \frac{1}{C} q(t) = v(t) \end{cases}$ , donde  $q(t)$  es la carga del capacitor

en cualquier instante  $t$ .

---

**Tema 6 (9 Puntos)**

Halle el valor que debe tomar la constante  $k$  para que los valores propios de la matriz de coeficientes del sistema  $\begin{bmatrix} x'(t) \\ y'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & 3 \\ -3 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix}$  sean  $r_{1,2} = 2 \pm 3i$ . A continuación, usando el valor hallado de  $k$  determine la solución general del sistema **usando el método de los valores y vectores propios**. Finalmente, obtenga la solución particular del sistema considerando la condición inicial  $\begin{bmatrix} x(0) \\ y(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$ .