

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL (ESPOL)



FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

PROYECTO DE GRADUACIÓN

PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE:

“MAGÍSTER EN EDUCACIÓN CON MENCIÓN ENSEÑANZA DE LA
MATEMÁTICA”

TEMA

“DESARROLLO DE UNA ESTRATEGIA DE PLANTEO Y RESOLUCIÓN DE
PROBLEMAS DE LAS OPERACIONES MATRICIALES POR MEDIO DE LA
METODOLOGÍA DEL APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS, PARA LOS
ALUMNOS DE BACHILLERATO”.

AUTORES:

CHRISTIAN ARMENDÁRIZ ZAMBRANO.
MARIO TORRES GANGOTENA.

Guayaquil – Ecuador

AÑO
2013

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL (ESPOL)



FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

PROYECTO DE GRADUACIÓN

PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE:

“MAGÍSTER EN EDUCACIÓN CON MENCIÓN ENSEÑANZA DE LA
MATEMÁTICA”

TEMA

“DESARROLLO DE UNA ESTRATEGIA DE PLANTEO Y RESOLUCIÓN DE
PROBLEMAS DE LAS OPERACIONES MATRICIALES POR MEDIO DE LA
METODOLOGÍA DEL APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS, PARA LOS
ALUMNOS DE BACHILLERATO”.

AUTORES:

CHRISTIAN ARMENDÁRIZ ZAMBRANO.
MARIO TORRES GANGOTENA.

Guayaquil – Ecuador

DEDICATORIA

Este trabajo está dedicado principalmente a Dios, que con su gran bondad ha sabido guiarme por el camino del bien en todo momento; a mis padres Mario y María que con su ejemplo, esfuerzo y amor han sabido apoyarme moral y económicamente; también a: Kleber, Alina, Patricio, Paola y Eliceo que siempre han estado en el momento que más los he necesitado; y a todas las personas que han sido parte de este proceso y han sabido darme el apoyo en el momento adecuado.

Christian Armendáriz Zambrano

Este trabajo está dedicado a todos mis hijos, que con su paciencia y cariño, me han ayudado y dado la fortaleza para vencer las adversidades, a mis hermanos que con su cariño en todo momento me han brindado su apoyo, a nuestro Director de Proyecto por sus enseñanzas y conocimientos impartidos; y sobre todo a Dios por ser la luz que guía cada una de las acciones de mi vida.

Mario Torres Gangotena

AGRADECIMIENTO

Agradecemos a Dios porque nos dio la bendición de haber culminado con éxito esta etapa de nuestros estudios de postgrado, a nuestros padres y familiares por apoyarnos a lo largo de toda nuestra carrera, a todos los profesores que nos ayudaron impartiéndonos un poco de sus conocimientos para que lográramos recopilar en este trabajo, a nuestra coordinadora la Ing. Soraya Solis, que siempre estuvo allí motivándonos para que lográramos nuestro objetivo.

Especialmente al Ing. Marco Tulio Mejía, nuestro director del proyecto, que nos dio la oportunidad de hacer nuestro proyecto de graduación con él, gracias a su experiencia, la cual ha sido de vital ayuda para la culminación de este proyecto.

MUCHAS GRACIAS

Christian Armendáriz Zambrano

Mario Torres Gangotena

DECLARACIÓN EXPRESA

“La responsabilidad por los hechos y doctrinas expuestas en este Proyecto de Graduación, nos corresponden exclusivamente; el patrimonio intelectual del mismo, corresponde exclusivamente a la **Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas, Departamento de Matemáticas** de la Escuela Superior Politécnica del Litoral”.

Ing. Christian Ronald Armendáriz Zambrano

Lcdo. Mario Wellington Torres Gangotena

TRIBUNAL DE GRADUACIÓN

Máster Janet Valdiviezo
PRESIDENTE DEL TRIBUNAL

Máster Marco Tulio Mejía
DIRECTOR DEL PROYECTO

Máster Iván Mejía Mora
VOCAL DEL TRIBUNAL

AUTORES DEL PROYECTO

Ing. Christian Armendáriz Zambrano

Lcdo. Mario Torres Gangotena

TABLA DE CONTENIDO

DEDICATORIA.....	i
AGRADECIMIENTO.....	ii
DECLARACIÓN EXPRESA.....	iii
FIRMA DEL TRIBUNAL DE GRADO.....	iv
FIRMA DE AUTORES DEL PROYECTO.....	v
TABLA DE CONTENIDO.....	vi
OBJETIVO GENERAL Y ESPECÍFICOS.....	ix
INTRODUCCIÓN.....	x
CAPÍTULO I.	<i>¡Error! Marcador no definido.</i>
1. El problema.	<i>¡Error! Marcador no definido.</i>
1.1. Planteamiento del problema.....	<i>¡Error! Marcador no definido.</i>
1.2. Formulación del problema.	<i>¡Error! Marcador no definido.</i>
1.3. Justificación.	<i>¡Error! Marcador no definido.</i>
1.4. Aplicación del test psicológico BADYG-M renovado.	<i>¡Error! Marcador no definido.</i>
1.5. Análisis de promedios	<i>¡Error! Marcador no definido.</i>
1.6. Análisis de la desviación estándar de los promedios.	<i>¡Error! Marcador no definido.</i>
1.7. Pruebas de hipótesis para la diferencia de medias.	<i>¡Error! Marcador no definido.</i>
CAPÍTULO II.	<i>¡Error! Marcador no definido.</i>
2.1. Fundamentos Teóricos del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP). .	<i>¡Error! Marcador no definido.</i>
2.1.1. Introducción.....	<i>¡Error! Marcador no definido.</i>
2.1.2. ¿Qué es Aprendizaje Basado en Problemas?.....	<i>¡Error! Marcador no definido.</i>
2.2. Historia del Aprendizaje Basado en Problemas.....	<i>¡Error! Marcador no definido.</i>
2.3. La teoría constructivista como base del ABP.	<i>¡Error! Marcador no definido.</i>
2.4. Ventajas del Aprendizaje Basado en Problemas	<i>¡Error! Marcador no definido.</i>
2.5. Roles de cada integrante del proceso educativo.	<i>¡Error! Marcador no definido.</i>
2.6. Etapas del Aprendizaje Basado en Problemas	<i>¡Error! Marcador no definido.</i>
Etapa 1: “Leer y Analizar el escenario del problema”	<i>¡Error! Marcador no definido.</i>
Etapa 2: “Realizar una lluvia de ideas”	<i>¡Error! Marcador no definido.</i>
Etapa 3: “Hacer una lista de aquello que se conoce”	<i>¡Error! Marcador no definido.</i>
Etapa 4: “Hacer una lista de aquello que se desconoce”	<i>¡Error! Marcador no definido.</i>
Etapa 5: “Hacer una lista de aquello que se necesita hacer para resolver el problema”	<i>¡Error! Marcador no definido.</i>

Etapa 6: “Definir el problema”	¡Error! Marcador no definido.
Etapa 7: “Obtener información”	¡Error! Marcador no definido.
Etapa 8: “Presentar resultados”	¡Error! Marcador no definido.
Etapa 9: “Retroalimentar”	¡Error! Marcador no definido.
2.7. Diseño de Problemas	¡Error! Marcador no definido.
2.7.1. Características de los Problemas	¡Error! Marcador no definido.
2.8. Tipos de escenarios para tareas en “Aprendizaje Basado en Problemas”	¡Error! Marcador no definido.
2.9. Elementos de un problema efectivo en el “Aprendizaje Basado en Problemas” ..	¡Error! Marcador no definido.
“Ejemplo de problema de una clase de Física	¡Error! Marcador no definido.
Ejemplo de problema de una clase de Biología	¡Error! Marcador no definido.
2.10. Fundamentación teórica de las matrices	¡Error! Marcador no definido.
2.10.1. Historia	¡Error! Marcador no definido.
2.10.2. Introducción.....	¡Error! Marcador no definido.
2.10.3. Condiciones generales de las matrices:	¡Error! Marcador no definido.
2.10.4. Definición de matriz.....	¡Error! Marcador no definido.
2.10.5. Orden de una matriz.....	¡Error! Marcador no definido.
2.11. Planteo de problemas aplicando operaciones matriciales.	¡Error! Marcador no definido.
2.11.1. Introducción al cálculo de matrices.....	¡Error! Marcador no definido.
2.11.2. Representación:.....	¡Error! Marcador no definido.
2.11.3. Representación Matricial.....	¡Error! Marcador no definido.
2.11.4. <i>Comparación de consumos:</i>	¡Error! Marcador no definido.
2.11.5. Operaciones aritméticas con matrices:	¡Error! Marcador no definido.
2.11.5.1. <i>Suma:</i>	¡Error! Marcador no definido.
2.11.5.2. <i>Resta.</i>	¡Error! Marcador no definido.
2.11.5.3. <i>Producto escalar</i>	¡Error! Marcador no definido.
2.11.5.4. <i>Producto de dos matrices</i>	¡Error! Marcador no definido.
CAPÍTULO III	¡Error! Marcador no definido.
3.1. Guía metodológica del aprendizaje basado en problemas (ABP) en las operaciones matriciales.	¡Error! Marcador no definido.
3.1.1. Descripción de la aplicación del método.	¡Error! Marcador no definido.
3.1.2. Proceso de aplicación del aprendizaje basado en problemas. ..	¡Error! Marcador no definido.
3.1.2.1. <i>Características deseables en los estudiantes que participan en el “Aprendizaje Basado en Problemas”.</i>	¡Error! Marcador no definido.
3.1.2.2. <i>Responsabilidades de los estudiantes al trabajar con el “Aprendizaje Basado en Problemas”:</i>	¡Error! Marcador no definido.
3.1.3. Enfoque de las operaciones matriciales con el uso del aprendizaje basado en problemas (ABP).	¡Error! Marcador no definido.
3.2. Actividades con ABP en el estudio de matrices y sus operaciones... ¡Error! Marcador no definido.	
3.2.1. Hoja de Ruta:	¡Error! Marcador no definido.
3.2.2. Problemas de aplicación.	¡Error! Marcador no definido.
3.2.2.1. <i>Problema 1:</i>	¡Error! Marcador no definido.
3.2.2.2. <i>Problema 2:</i>	¡Error! Marcador no definido.
3.2.2.3. <i>Problema 3:</i>	¡Error! Marcador no definido.

3.2.2.4. Problema 4:.....	¡Error! Marcador no definido.
3.3. Evaluaciones y Rúbricas	¡Error! Marcador no definido.
3.3.1. Evaluación de la expresión escrita.....	¡Error! Marcador no definido.
3.3.1.1. Instrumento de Evaluación.	¡Error! Marcador no definido.
3.3.1.2. Rúbrica de evaluación de expresión escrita	¡Error! Marcador no definido.
3.3.2. Evaluación de expresión oral.	¡Error! Marcador no definido.
3.3.2.1. Instrumento de Evaluación.	¡Error! Marcador no definido.
3.3.2.2. Rúbrica de evaluación de expresión oral	¡Error! Marcador no definido.
3.3.3. Evaluación de trabajo en equipo	¡Error! Marcador no definido.
3.3.3.1. Instrumento de Evaluación.	¡Error! Marcador no definido.
3.3.3.2. Rúbrica de trabajo en equipo	¡Error! Marcador no definido.
3.3.4. Evaluación del compañero.....	¡Error! Marcador no definido.
3.3.4.1. Instrumento de Evaluación.	¡Error! Marcador no definido.
CAPÍTULO IV	¡Error! Marcador no definido.
4.1. Análisis de resultados del proyecto.	¡Error! Marcador no definido.
4.1.1. Análisis de promedios durante el estudio.	¡Error! Marcador no definido.
4.1.2. Análisis de la desviación estándar de los promedios.....	¡Error! Marcador no definido.
4.2. Prueba de hipótesis para las medias con muestras independientes.	¡Error! Marcador no definido.
4.2.1. Pruebas de hipótesis del segundo de bachillerato uno y dos....	¡Error! Marcador no definido.
4.2.2. Pruebas de hipótesis del segundo de bachillerato uno y tres. ...	¡Error! Marcador no definido.
4.2.3. Pruebas de hipótesis del segundo de bachillerato uno y cuatro.	¡Error! Marcador no definido.
4.2.4. Pruebas de hipótesis tomando en cuenta un solo promedio....	¡Error! Marcador no definido.
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	¡Error! Marcador no definido.
CONCLUSIONES.....	¡Error! Marcador no definido.
RECOMENDACIONES	¡Error! Marcador no definido.
BIBLIOGRAFÍA.....	¡Error! Marcador no definido.
ANEXOS.....	¡Error! Marcador no definido.

OBJETIVO GENERAL

Aplicar el ABP como un método de desarrollo de los procesos de destrezas educativas para lograr un aprendizaje significativo de las Matrices.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Utilizar el ABP en el desarrollo del marco teórico de las matrices para definir correctamente los elementos conceptuales.
- Aplicar talleres elaborados con “Aprendizaje Basado en Problemas” (ABP) y que al desarrollarlos adquirirán las destrezas necesarias para que su aprendizaje sea significativo.
- Diseñar ejercicios y problemas de aplicación de matrices desarrollando su capacidad lógico-matemática.
- Evaluar la aplicación de las estrategias del ABP y orientar nuevas acciones en el mejoramiento de la enseñanza de las Matemáticas.

INTRODUCCIÓN.

La Matemática ha sido y será considerada como una asignatura de grandes dificultades, debido a que la metodología para su enseñanza no ha sido la más apropiada; por lo que en el tema de matrices es necesario aplicar una nueva metodología como es el Aprendizaje Basado en Problemas.

Para todo proceso educativo es necesaria una correcta planificación de la clase; esto permitirá un mejor desempeño del docente al momento de impartirla con sus estudiantes, hay que considerar que dentro de esa planificación se debe involucrar las técnicas que los motivarán en el aprendizaje.

Se pretende mediante este proyecto, que los docentes y estudiantes conozcan una nueva metodología para desarrollar las operaciones matriciales, definiciones, operaciones y propiedades; dándose como objetivo primordial aplicar el aprendizaje basado en problemas como un método de desarrollo de todos los procesos para poder lograr un aprendizaje significativo de las matrices.

Se desarrolla una guía metodológica del aprendizaje basado en problemas en las operaciones matriciales, planteando problemas de aplicación para que los estudiantes lo desarrollen en forma colectiva mediante grupos de trabajo y de exposición.

En este trabajo también se desarrollan actividades en el estudio de las matrices y sus operaciones teniendo como grupo de aplicación a los estudiantes del segundo de bachillerato de la Unidad Educativa Salesiana Cristóbal Colón, quienes serán los primeros beneficiados de esta nueva metodología.

RESUMEN

Este proyecto surge con la necesidad de proponer una metodología nueva en el aprendizaje de las operaciones matriciales, recoge experiencias en la labor docente de los autores tanto teórico y prácticas de la enseñanza - aprendizaje de las matrices enfocando al aprendizaje basado en problemas (ABP); esto permite que el conocimiento se desarrolle en los estudiantes de forma práctica aplicándolos a la realidad en que les rodea. Las diversas actividades grupales para construir el conocimiento ayuda a que dicho aprendizaje sea significativo y no se quede en el nivel transferencial; la búsqueda de la información por los distintos medios, el desarrollo de las actividades en conjunto por parte de los estudiantes para resolver los problemas planteadas a los distintos grupos también contribuyen al aprendizaje de las matrices por medio del ABP. Luego de realizar un análisis previo se detectó la necesidad que en la secundaria el aprendizaje de las matrices no era significativo y los estudiantes veían como un simple contenido más que había que aprender en el diversificado; mientras que con el ABP se notó un gran interés por las matrices. El perfil del docente cambia de su esquema de clase magistral al de docente guía-tutor de los estudiantes. El grupo de estudio son estudiantes del segundo de bachillerato de la Unidad Educativa Salesiana Cristóbal Colón, se desarrolló la guía y el material con el aprendizaje basado en problemas, se diseñó las guías de trabajo y se sugiere cuál debe ser la actitud de los estudiantes y los docentes. Se trabajó con un grupo que experimentó con la metodología y tres grupos que serán los testigos de la metodología tradicional; se evaluaron los resultados de los grupos y luego se hizo un análisis estadístico de dichos resultados en base a los promedios obtenidos durante el tiempo de estudio.

Palabras claves:

Resolución de problemas de operaciones matriciales por aprendizaje basado en problemas

CAPÍTULO I.

1. El problema.

1.1. Planteamiento del problema.

La experiencia de la mayoría de docentes de educación secundaria, consideran que los estudiantes del bachillerato que han estudiado el capítulo de matrices, no han podido desarrollar los problemas planteados de aplicación, obteniendo resultados insuficientes en dicho tema; experimentándose falencias en las operaciones, por lo consiguiente se detecta la falta de capacidad en el momento de plantear y resolver problemas relacionados al tema.

Una metodología que permite posicionar al estudiante en el conocimiento aplicado a diferentes situaciones reales de problemas, se llama “Aprendizaje Basado en Problemas” (ABP).

Se considera que el “Aprendizaje Basado en Problemas” (ABP) optimizará el proceso de Enseñanza – Aprendizaje de las matrices, debido a que el método permitirá al

estudiante introducirlo en el carácter inductivo para plantear las soluciones del problema.

Se generará la fundamentación, el planteo y el diseño de problemas con operaciones matriciales, esto permitirá desarrollar el estudio de casos relacionados con el tema mediante el paradigma constructivista; en donde la enseñanza se percibe y se lleva a cabo como un proceso dinámico, participativo e interactivo del sujeto, de modo que el conocimiento sea una auténtica construcción operada por la persona que aprende; de esta forma se determina las invariantes de las operaciones matriciales que va acorde con la recomendación de los expertos en “Aprendizaje Basado en Problemas” (ABP) y de casos aplicados de manera similar.

Se analizará los resultados a través de un diseño experimental en el que se comparará los resultados obtenidos en un grupo de estudiantes, que serán sometidos al tratamiento de los casos de estudio usando ABP en contraste con el testigo que constituirán un segundo grupo de estudiantes que aprenderán la solución de operaciones matriciales con el método tradicional.

1.2. Formulación del problema.

La escasa habilidad para el desarrollo de los problemas de aplicación de Matrices, se logrará superar con el uso del ABP en el proceso del inter-aprendizaje a los estudiantes del Segundo Año de Bachillerato de la Unidad Educativa Salesiana Cristóbal Colón, ubicada en la avenida Rosa Borja de Icaza 115 y Maracaibo de la Parroquia Tarqui, cantón Guayaquil, Provincia del Guayas, durante el año lectivo 2012 – 2013.

1.3. Justificación.

El Aprendizaje Basado en Problemas es un “enfoque pedagógico usado desde 1960 y 1970, sus primeras aplicaciones la realiza la Universidad de Delaware (USA), también en la Escuela de Medicina de la Universidad de McMaster (Canadá) y en la Universidad de Case Western Reserve (EEUU)”¹; se presentó como una nueva propuesta educativa, se caracteriza porque el aprendizaje está centrado en el estudiante, el mismo que

¹ BARROWS H. (1996) Problem-Based learning in medicine and beyond.

promueve que éste sea significativo, además desarrolla una serie de habilidades y competencias indispensables en el entorno profesional actual.

El proceso se desarrolla en base a pequeños grupos de trabajo, donde los estudiantes aprenden colaborativamente en la búsqueda de resolver un problema inicial, complejo y a la vez retador; planteado por el docente; con el objetivo de iniciar el aprendizaje auto-dirigido de sus estudiantes. El rol del docente sería de facilitador del aprendizaje.

A pesar que la propuesta educativa se originó y adoptó primero en las escuelas de medicina de diferentes universidades de prestigio, los excelentes logros alcanzados han motivado que sea adoptada en una gran cantidad de instituciones y especialidades en todo el mundo.

El capítulo de matrices es fundamental para los estudiantes del bachillerato debido a que este capítulo de las matemáticas se aplica en otras áreas del conocimiento científico como: la física cuántica, economía, ciencias sociales, biología, informática y psicología; por lo que se requiere de su dominio, independientemente de la especialidad que ellos escojan. Por eso se necesita implementar una propuesta educativa innovadora, en la que el aprendizaje está centrado en el estudiante, promoviendo que éste sea significativo, además de desarrollar una serie de habilidades, destrezas y competencias para resolver problemas aplicando matrices.

El propósito del trabajo se proyecta a tres puntos de referencia:

- Dominio de los conceptos, normas, reglas y propiedades de las matrices.
- La capacidad de resolver problemas aplicando matrices.
- Aplicación interdisciplinaria de las matrices.

1.4. Aplicación del test psicológico BADYG-M renovado.

Para poder seleccionar el grupo con el que se aplicará la estrategia se usará el test BADYG – M renovado, que es un instrumento utilizado en las instituciones para la Orientación Escolar, mide las capacidades y habilidades académicas de los alumnos en distintas áreas.

En la primera parte del test se evalúa la inteligencia general que se entiende la capacidad general de razonamiento más el dominio o desarrollo de las siguientes habilidades de completar oraciones, capacidad para resolver problemas y encajar figuras.

Las relaciones analógicas mide el razonamiento a través de las habilidades de comprensión verbal. Las series numéricas miden la capacidad para el cálculo mental en el manejo de operaciones matemáticas (suma, resta, multiplicación y división) con el dominio de los números enteros positivos, decimales y fraccionarios. Las matrices lógicas miden el razonamiento espacial, mediante la resolución de series de figuras geométricas.

En los problemas numéricos se relaciona las secuencias que tienen las distintas figuras tomando en cuenta las operaciones básicas que deben efectuar para su resolución. La eficacia mide la rapidez en contestar, contrastada con la eficacia obtenida en las respuestas.

1.5. Análisis de promedios

El test se realizó a toda la población de segundo de bachillerato, por lo que a continuación se visualiza un cuadro general de los promedios generales de los cuatro grupos y los distintos test aplicados:

Promedios	Inteligencia General	Razonamiento Lógico	Relaciones Analógicas	Series Numéricas	Matrices Lógicas	Problemas Numéricos	Eficacia
5to 1	142,90	74,20	21,97	26,80	25,41	19,63	75,47
5to 2	126,20	67,30	21,50	24,63	21,13	15,50	69,47
5to 3	127,40	64,80	19,91	22,97	21,91	17,55	67,58
5to 4	126,97	66,57	20,80	23,91	21,83	16,05	67,45

CUADRO 1 TITULO: Cuadro de promedios generales de los test psicológicos

Fuente: Test dirigido a estudiantes del Segundo de Bachillerato

Elaborado por: Christian Armendáriz / Mario Torres

El cuadro anterior genera el gráfico de barras de los promedios obtenidos en todos los paralelos:

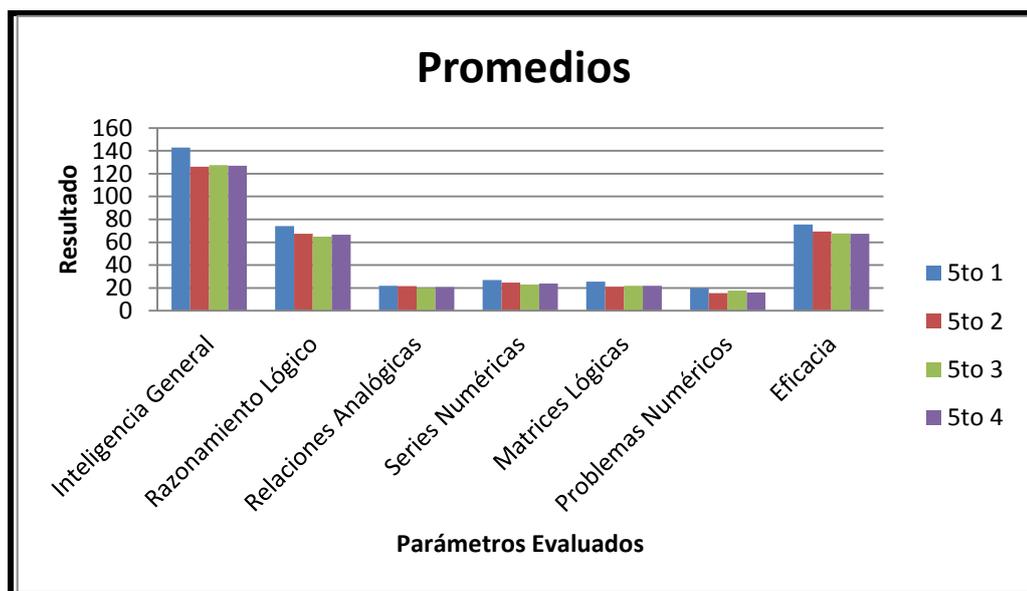


GRÁFICO 1 TITULO: Promedios del Test Psicológico

Fuente: Test dirigido a estudiantes del Primero de Bachillerato UESCC

Elaborado por: Christian Armendáriz / Mario Torres

Del 100% de los encuestados todos los paralelos con lo que respecta a la inteligencia general su promedio está entre 126,2 y 142,9 donde se observa que tres grupos tienen un nivel de inteligencia similar, mientras que el grupo uno está alejado de su promedio; así mismo en razonamiento lógico el promedio oscila entre 64,8 el mínimo y un 74,2 el máximo; en las relaciones analógicas el promedio está entre 19,91 y 21,97 como máximo; las series numéricas están entre 22,97 y 26,80 el máximo; las matrices lógicas tenemos entre 21,13 y 25,41 sus resultados mínimo y máximo respectivamente; los problemas numéricos están entre 15,50 y 19,63 su valor máximo como promedio y finalmente el promedio de la eficacia estará entre 67,45 el mínimo y 75,47 el máximo promedio.

1.6. Análisis de la desviación estándar de los promedios.

Los test aplicados generan un promedio con su respectiva desviación estándar, donde se muestra la siguiente tabla a manera de resumen:

Desv. Estándar	Inteligencia General	Razonamiento Lógico	Relaciones Analógicas	Series Numéricas	Matrices Lógicas	Problemas Numéricos	Eficacia
5to 1	18,81	10,11	4,13	3,25	4,33	5,35	10,00
5to 2	26,74	14,49	4,79	5,92	6,35	7,09	12,10
5to 3	23,36	12,40	5,54	7,06	6,06	7,45	11,90
5to 4	27,84	14,22	5,03	6,21	5,57	7,79	14,13

CUADRO 2 TITULO: Cuadro de desviaciones estándar de los test psicológicos

Fuente: Test dirigido a estudiantes del Segundo de Bachillerato

Elaborado por: Christian Armendáriz / Mario Torres

En las desviaciones estándar de cada uno de los paralelos se tiene que la inteligencia general está entre 18,81 y 27,84 donde se analiza que alrededor de la media del grupo uno no existe mucha variación, mientras que en los grupos dos, tres y cuatro son mayores; así mismo en razonamiento lógico la desviación oscila entre 10,11 el mínimo y un 14,49 el máximo; en las relaciones analógicas la desviación está entre 4,13 y 5,54 como máximo; las series numéricas están entre 3,25 y 7,06 el máximo; las matrices lógicas tenemos entre 4,33 y 6,35 sus resultados mínimo y máximo respectivamente; los problemas numéricos están entre 5,35 y 7,79 su valor máximo y finalmente la desviación estándar de la eficacia alrededor de la media estará entre 10,00 el mínimo y 14,13 la desviación máxima.

Un gráfico de barras ayuda a visualizar el comportamiento que tienen las distintas pruebas en donde se aplicó el test psicológico, dicho gráfico ayuda al análisis del comportamiento alrededor de la media de los resultados de los cuatro paralelos.



GRÁFICO 2 TITULO: Desviación Estándar del Test Psicológico

Fuente: Test dirigido a estudiantes del Primero de Bachillerato UESCC

Elaborado por: Christian Armendáriz / Mario Torres

1.7. Pruebas de hipótesis para la diferencia de medias.

En la aplicación de los test psicológicos de los cuatro paralelos se va a comprobar si las medias de los grupos uno y dos son iguales; así mismo las medias de los grupos tres y cuatro en cada una de los test aplicados; luego de este análisis se determina con que grupo se aplica el Aprendizaje Basado en Problemas en las operaciones matriciales.

Se agrupa toda la información de los test psicológicos en la siguiente tabla de contenido:

	5to 1		5to 2		5to 3		5to 4	
	Media	Desv.	Media	Desv.	Media	Desv.	Media	Desv.
Inteligencia General	142,90	18,81	126,20	26,74	127,40	23,36	126,97	27,84
Razonamiento Lógico	74,20	10,11	67,30	14,49	64,80	12,40	66,57	14,22
Relaciones Analógicas	21,97	4,13	21,50	4,79	19,91	5,54	20,80	5,03
Series Numéricas	26,80	3,25	24,63	5,92	22,97	7,06	23,91	6,21
Matrices Lógicas	25,41	4,33	21,13	6,35	21,91	6,06	21,83	5,57
Problemas Numéricos	19,63	5,35	15,50	7,09	17,55	7,45	16,05	7,79
Eficacia	75,47	10,00	69,47	12,10	67,58	11,90	67,45	14,13
Tamaño	37		36		36		36	

CUADRO 3 TITULO: Resumen de la información de los test psicológicos

Fuente: Test dirigido a estudiantes del Segundo de Bachillerato

Elaborado por: Christian Armendáriz / Mario Torres

En donde se plantea las hipótesis:

H_0 : Media de segundo bachillerato uno es igual a la media de segundo bachillerato dos.

H_1 : Las medias de segundo bachillerato uno y dos son distintas.

El estadístico de prueba Z que se utilizará es:

$$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}}$$

El error estándar entre la diferencia de medias es: $\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$; donde σ_1^2 y σ_2^2

son las dos varianzas poblacionales.

En el siguiente cuadro se plantea los valores del error estándar de cada uno de los test con el respectivo valor de Z.

	$\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}$	Zeta calculado
Inteligencia General	5,44886	3,06486
Razonamiento Lógico	2,94473	2,34317
Relaciones Analógicas	1,05411	0,44588
Series Numéricas	1,12557	1,92791
Matrices Lógicas	1,28097	3,34123
Problemas Numéricos	1,48034	2,78990
Eficacia	2,61624	2,29337

CUADRO 4 TITULO: Valores del error estándar y del Z calculado

Fuente: Test dirigido a estudiantes del Segundo de Bachillerato

Elaborado por: Christian Armendáriz / Mario Torres

Con un nivel de significancia $\alpha = 5\%$, el valor de Z es $\pm 1,96$, la regla de decisión es: “No rechazar la hipótesis nula si Z está entre $\pm 1,96$. Rechazar la hipótesis nula si Z es menor que $-1,96$ o más”.

En el test de inteligencia general, razonamiento lógico, matrices lógicas, problemas numéricos y eficacia, se rechaza la hipótesis nula de que las medias son iguales para el grupo uno y dos; mientras que en las relaciones analógicas y series numéricas no se rechaza la hipótesis nula.

También se plantea las hipótesis para los grupos tres y cuatro:

H_0 : Media de segundo bachillerato tres es igual a la media de segundo bachillerato cuatro.

H_1 : Las medias de segundo bachillerato tres y cuatro son distintas.

Se utilizará el mismo estadístico de prueba Z:

$$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}}$$

El error estándar entre la diferencia de medias es: $\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$; donde σ_1^2 y σ_2^2

son las dos varianzas poblacionales.

	$\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}$	Zeta calculado
Inteligencia General	6,05703	0,07099
Razonamiento Lógico	3,14452	-0,56288
Relaciones Analógicas	1,24714	-0,71364
Series Numéricas	1,56709	-0,59984
Matrices Lógicas	1,37182	0,05832
Problemas Numéricos	1,79650	0,83496
Eficacia	3,07890	0,04222

CUADRO 5 TITULO: Valores del error estándar y del Z calculado

Fuente: Test dirigido a estudiantes del Segundo de Bachillerato

Elaborado por: Christian Armendáriz / Mario Torres

Con un nivel de significancia $\alpha = 5\%$, el valor de Z es $\pm 1,96$, la regla de decisión es: “No rechazar la hipótesis nula si Z está entre $\pm 1,96$. Rechazar la hipótesis nula si Z es menor que -1,96 o más”.

En los grupos tres y cuatro no se rechaza la hipótesis nula que las medias son iguales en ningún test, lo que permite tener una visualización general de los paralelos tres y cuatro, existiendo evidencia estadística que en estos grupos sus medias son iguales, mientras que en los paralelos uno y dos se rechaza la hipótesis nula en cinco test de los siete aplicados.

Con lo que se decide trabajar con el paralelo uno en la aplicación del método; dado que es el único grupo que tiene mayor promedio en los test psicológicos de inteligencia general, razonamiento lógico, matrices lógicas, problemas numéricos y eficacia; también existe evidencia estadística que las medias son distintas del grupo uno y dos de los test arriba mencionados, a diferencia de los grupos dos, tres y cuatro, siendo así estos últimos los testigos que usan la metodología tradicional.

CAPÍTULO II.

2.1. Fundamentos Teóricos del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP).

2.1.1. Introducción.

El Psicólogo estadounidense Providence en 1921, realizó estudios sobre la adquisición de competencia en dominios complejos del conocimiento y los procesos cognoscitivos que conducen a dicha adquisición.

Glaser, en 1991 plantea que el aprendizaje es un proceso constructivo y no repetitivo. La metacognición afecta el aprendizaje, además los factores sociales y contextuales tienen influencia sobre el aprendizaje.

El Dr. César Coll Salvador, en 1988, fundamenta que facilita la comprensión de los nuevos conocimientos, lo que resulta indispensable para lograr aprendizajes significativos.

Ausubel, en 1976, aporta que el ABP promueve la disposición afectiva y la motivación de los alumnos, indispensables para lograr aprendizajes significativos.

Piaget, en 1999, sostiene que el ABP provoca conflictos cognitivos en los estudiantes.

Vigótsky, argumenta que en el ABP el aprendizaje resulta fundamentalmente de la colaboración y de la cooperación. El ABP permite la actualización de la Zona de Desarrollo Próximo de los estudiantes.

2.1.2. ¿Qué es Aprendizaje Basado en Problemas?

El Aprendizaje Basado en Problemas es una estrategia de enseñanza-aprendizaje en la que un grupo pequeño de estudiantes se reúne, con la orientación del tutor; para analizar y resolver una situación cotidiana relacionada con su entorno físico y social.

La situación cotidiana no conlleva a resolver el problema, sino que éste sea utilizado para la identificación de los temas de aprendizaje para su estudio de manera independiente o grupal. Esto hace que, el problema actúa como detonador para que los estudiantes cubran los objetivos de aprendizaje. “La técnica involucra tres grandes pasos: confrontar el problema; realizar estudio independiente, y regresar al problema”².

En la confrontación del problema, el estudiante está relacionando directamente el problema y no de manera aislada o fragmentada. En este proceso de interacción los estudiantes elaboran un diagnóstico de sus propias necesidades de aprendizaje, con la que se desarrolla una metodología propia para la adquisición del conocimiento.

Se forman equipos de trabajo de cuatro a seis estudiantes con la ayuda de un tutor, que promueve la discusión en la sesión de trabajo. Por lo que el estudio independiente de cada integrante aporta a la metacognición del aprendizaje de todos los miembros del grupo.

² Wilkerson & Feletti, 1989. Qué es aprendizaje basado en problemas. Investigación e Innovación Educativa. Tecnológico de Monterrey.
http://sitios.itesm.mx/va/dide2/tecnicas_didacticas/abp/qes.htm

Como último gran paso los estudiantes regresan al problema, permitiendo que adquieran la responsabilidad y la confianza del trabajo realizado. Esto provoca que vayan desarrollando la habilidad de dar y recibir críticas orientadas a la mejora de su desempeño y del proceso del trabajo de grupo.

2.2. Historia del Aprendizaje Basado en Problemas

El Aprendizaje Basado en Problemas evolucionó con el método de estudio de casos utilizado en la escuela de leyes de Harvard y el enfoque de aprender por descubrimiento definido por J. Bruner.

Se considera que el “Aprendizaje Basado en Problemas” tiene sus antecedentes en:

- El método dialéctico, atribuido a Sócrates.
- La dialéctica Hegeliana de la tesis-antítesis-síntesis.
- Las propuestas pedagógicas de John Dewey.

Se lo aplica como técnica didáctica para la supervisión del plan de estudios de una carrera profesional o como una estrategia de trabajo a lo largo de un curso específico, e incluso es aplicada en la revisión de los objetivos de aprendizaje de un curso.

2.3. La teoría constructivista como base del ABP.

El “Aprendizaje Basado en Problemas” se fundamenta prioritariamente en la teoría constructivista que explica la forma como la persona aprende y también las prácticas pedagógicas que están enmarcadas en ellas. Las mismas que servirán como base para la enseñanza de las matrices analizando el impacto en los sitios donde se ha implementado.

El aporte de varios pensadores es lo que ha generado el constructivismo como corriente del siglo XX, destacándose entre ellos Piaget y Vigotsky. El pensamiento de Piaget, psicólogo suizo nacido a finales del siglo XIX, es el producto de sus investigaciones sobre desarrollo cognitivo. Su principal aporte a la teoría del constructivismo, “es la comprensión del aprendizaje como un proceso evolutivo que ocurre a partir de la

interacción del individuo con el ambiente”³. Este proceso forma estructuras de pensamiento cada vez más complejas, que permiten establecer que si la información nueva es moderadamente diferente de la que ya se posee. El desarrollo se produce incorporando la nueva información en un proceso que requiere asimilación y acomodación. La teoría de Piaget describe etapas de desarrollo en el niño. De esta teoría se establece que el aprendizaje como desarrollo cognitivo es algo presente desde el nacimiento, lógico y continuo, donde las comprensiones se auto-modifican en virtud del nuevo conocimiento, siempre y cuando este tenga relación con comprensiones anteriores y sea importante para el estudiante.

El aprendizaje es un proceso de auto-construcción de conocimiento a través de la vida, lo que lleva implícitamente a la posibilidad de auto-direccionamiento y perfeccionamiento continuo, características que se buscan en los estudiantes.

Otro personaje de importancia es Vigotsky, psicólogo ruso, nacido en 1896, crece y desarrolla toda su teoría dentro del contexto de la revolución marxista y posteriormente, durante la época de Stalin, aporta la importancia del medio externo, de la relación del individuo con este y de lo cultural, a la teoría del desarrollo del individuo.

Se considera que las personas son producto de su mundo social y cultural y que para entenderlas se debe inferir en el contexto donde se han desarrollado social y culturalmente.

Vigotsky incluye los conceptos de variación cultural del aprendizaje, el uso del lenguaje como una herramienta y la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP); las mismas que permiten contrastar la diferencia en la respuesta que un individuo da frente a una situación específica; cuando la da por sí solo; o cuando la da ayudado de un miembro con más experiencia o mayor conocimiento de su comunidad.

La ZDP explica la importancia de las otras personas en el proceso de aprendizaje y tiene una relación directa con la enseñanza tutorial. Su visión aporta a la teoría constructivista

³ Carretero M. Constructivismo y educación. 8 ed. Buenos Aires: Aique Edit.; 2001. http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S0034-74342005000200006&script=sci_arttext.

del aprendizaje en lo que se relaciona a la importancia del aprendizaje con otros y no en forma solitaria.

Los conceptos de desarrollo individual en lo cognitivo con el componente cultural de la interpretación de la realidad y el aprendizaje con otros, son los principios pedagógicos consistentes con el constructivismo, resumidos en tres aspectos:

- Lo que se aprende y como se aprende forman una unidad.
- La creación de conflictos cognitivos es el estímulo para el aprendizaje que determina la organización.
- La naturaleza de lo que se aprende, y el conocimiento se genera a partir de la negociación social y la evaluación de la viabilidad del entendimiento individual.

Se afirma que el constructivismo “–mantiene que el individuo– tanto en sus aspectos cognitivos y sociales del comportamiento como en los afectivos, no es un mero producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción entre esos dos factores.”⁴ En consecuencia, el conocimiento no es una copia de la realidad, sino la construcción del ser humano, quien la realiza basado en el conocimiento que ya posee en su experiencia de todos los días, y en todos los contextos en los que desarrolla su actividad.

2.4. Ventajas del Aprendizaje Basado en Problemas

Según la Dirección de Investigación y Desarrollo Educativo, del Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, sostiene que el “Aprendizaje Basado en Problemas”, ofrece las siguientes ventajas:

- Estudiantes con mayor motivación:

Ayuda a los estudiantes para se involucren claramente en el aprendizaje, debido a que sienten que pueden interactuar con la realidad observando los resultados en dicha interacción.

⁴ Carretero M. Constructivismo y educación. 8 ed. Buenos Aires: Aique Edit.; 2001. http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S0034-74342005000200006&script=sci_arttext.

- Un aprendizaje más significativo:

Estimula a los estudiantes a responder preguntas como ¿para qué se requiere aprender cierta información?, ¿cómo se relaciona lo que se hace y aprende en la escuela con lo que pasa en la realidad?

- Desarrollo de habilidades de pensamiento:

La dinámica del proceso y el enfrentarse a problemas, lleva a los estudiantes hacia un pensamiento crítico y creativo.

- Desarrollo de habilidades para el aprendizaje:

Promueve la observación sobre el propio proceso de aprendizaje, los estudiantes evalúan su aprendizaje ya que ellos generan sus propias estrategias para la definición del problema, recolectan la información, analizan los datos, construyen las hipótesis y desarrollan la evaluación.

- Integración de un modelo de trabajo:

Proporciona a los estudiantes que lo aprendido se comprenda y no sólo se memorice los contenidos que se utilizará en situaciones futuras.

- Posibilita mayor retención de información:

En el momento de enfrentar situaciones de la realidad los estudiantes recuerdan con mayor facilidad la información, ya que ésta es más significativa para ellos.

- Permite la integración del conocimiento:

Al asociar diferentes disciplinas se integra el conocimiento para dar solución al problema sobre el cual se está trabajando, de tal modo que el aprendizaje no se da sólo en fracciones sino de una manera integral y dinámica.

- Las habilidades que se desarrollan son perdurables:

Cuando se estimulan las habilidades de estudio auto dirigido, los estudiantes mejorarán su capacidad para estudiar e investigar sin ayuda de ningún tutor, para

afrontar cualquier obstáculo, tanto de orden teórico como práctico, a lo largo de su vida. Los estudiantes aprenden resolviendo o analizando problemas del mundo real y aprenden a aplicar los conocimientos adquiridos a lo largo de su vida en problemas reales.

- Incremento de autodirección:

Los estudiantes asumen la responsabilidad de su aprendizaje, tienen la capacidad de seleccionar los recursos de investigación que requieran sean estos revistas, libros, bases de datos, internet, etc.

2.5. Roles de cada integrante del proceso educativo.

Rol del Docente:	Rol del Estudiante:
1) Presenta la situación problemática, 2) Se retira, 3) Participa en el proceso como co-investigador, 4) Evalúa	1) Ante lo complejo, se esfuerza por explicar la situación. 2) Investiga y resuelve el problema desde el planteamiento hasta su resolución óptima.

CUADRO 6 TITULO: Roles de cada integrante del proceso educativo

Fuente: The British School Punta Arenas, El Aprendizaje Basado en Problemas:

Roles del docente y el estudiante

Elaborado por: Christian Armendáriz / Mario Torres

2.6. Etapas del Aprendizaje Basado en Problemas

De acuerdo con las investigaciones en pedagogía de las Magíster Luz Mireya Velasco y Luz Mery Cardozo de la Universidad de la Sabana, sostienen que las etapas del ABP son:

Etapa 1: “Leer y Analizar el escenario del problema”

Se verifica la comprensión del escenario, mediante la discusión dentro de su equipo de trabajo, estableciendo los puntos necesarios para el planteamiento del mismo.

Etapa 2: “Realizar una lluvia de ideas”

En el grupo de trabajo usualmente tienen teorías o hipótesis sobre las causas del problema; o ideas de cómo resolverlo. Estas deben de enlistarse y serán aceptadas o rechazadas según se avance en la investigación.

Etapa 3: “Hacer una lista de aquello que se conoce”

Se debe revisar todo aquello que el equipo conoce acerca del problema o de la situación.

Etapa 4: “Hacer una lista de aquello que se desconoce”

Se debe hacer una lista con todo aquello que el equipo debe saber para resolver el problema. Existen varios tipos de preguntas que pueden ser adecuadas; algunas pueden relacionarse con conceptos o principios que deben estudiarse para resolver la situación.

Etapa 5: “Hacer una lista de aquello que se necesita hacer para resolver el problema”

Se planea las estrategias de investigación. Es aconsejable que en grupo los estudiantes elaboren una lista de las acciones que deben realizarse.

Etapa 6: “Definir el problema”

La definición del problema consiste en explicar claramente lo que el equipo desea resolver, producir, responder, probar o demostrar.

Etapa 7: “Obtener información”

El equipo localizará, copiará, organizará, analizará e interpretará la información de diversas fuentes.

Etapa 8: “Presentar resultados”

El equipo presentará un reporte en la cual se den las recomendaciones, predicciones, inferencias o aquello que sea conveniente en relación a la solución del problema.

Etapa 9: “Retroalimentar”

La retroalimentación debe ser constante a lo largo de todo el proceso de trabajo del grupo, de tal manera que sirva de estímulo a la mejora y desarrollo del mismo, también al final de cada sesión dejar un espacio de tiempo para la retroalimentación grupal. A lo largo del proceso el grupo debe estar atento a retroalimentar en tres diferentes coordenadas de interacción:

- La relación de grupo con el contenido de aprendizaje.
- La relación de los miembros dentro del grupo.
- La relación de los miembros con el tutor del grupo.

2.7. Diseño de Problemas

Es requisito importante diseñar apropiadamente los problemas en el “Aprendizaje Basado en Problemas”. Un problema adecuado debe tener la conexión con la realidad y a su vez también debe motivar el aprendizaje del estudiante; lo que significa que un buen problema será aplicado por que a más de ser interesante está relacionado con una serie de objetivos de aprendizajes claramente identificados.

2.7.1. Características de los Problemas

- Deben crear interés para examinar de una forma profunda los conceptos y objetivos que se desea que el estudiante aprenda.
- Interrelacionar los objetivos del curso con situaciones o problemas aplicados a la realidad para que los estudiantes encuentren mayor motivación en el trabajo que realizan.
- Hacer que la estructura de los problemas fomente la búsqueda independiente de la información a través de todos los medios que estén al alcance de los estudiantes; para generar luego la discusión del grupo.

- Permitir al estudiante que relacione el conocimiento anterior a los nuevos conocimientos para poder entrelazar y asociar a conceptos de otros cursos o disciplinas.
- Se necesita que los estudiantes planteen las diversas alternativas y suposiciones, así mismo organicen la información que es necesaria para resolver el problema.
- Las preguntas de inicio del problema deben tener las siguientes características:
 - Preguntas abiertas; es decir, que den oportunidad a realizar su propio análisis y que no tengan el limitante de realizar una respuesta concreta.
 - Relacionadas con un aprendizaje previo; es decir, dentro de un marco que tenga conocimientos específicos.

2.8. Tipos de escenarios para tareas en “Aprendizaje Basado en Problemas”

Se pueden dar distintos escenarios que vienen dados por las acciones específicas de los estudiantes, los distintos ambientes generados, que ayudan a reafirmar, descubrir o modificar conocimientos.

Por lo que tenemos a continuación los siguientes:

Escenario para una tarea de estudio

Este escenario se utiliza cuando hay poco conocimiento previo de los estudiantes, o también con contenidos muy abstractos; se requiere que los objetivos de aprendizaje estén correctamente formulados, así mismo las indicaciones del material tienen que ser específicas, debe combinarse los objetivos con una tarea asignada específicamente para que el estudiante prepare en casa con todas las indicaciones claras.

Escenario para presentar el problema o caso

En este escenario se proporciona a los estudiantes un caso, historia o una pequeña introducción con los lineamientos necesarios, donde ellos tienen que deducir los objetivos de aprendizaje de acuerdo al problema planteado.

Escenario para la tarea de aplicación

Este escenario se utiliza para garantizar que los estudiantes han alcanzado el nivel de profundidad necesario de los anteriores escenarios; puede ser construido sin involucrar el nuevo contenido, por tal motivo los estudiantes pueden dar solución al mismo sin revisar ninguna consulta bibliográfica.

Escenario para tarea de discusión

Este escenario ayuda a que los estudiantes generen sus opiniones; no conduce a la formulación de objetivos de aprendizaje, sino que los estudiantes se den cuenta del impacto del contenido de la materia en la sociedad y en el día a día.

Escenario para tarea estratégica

Este escenario se utiliza al final de un capítulo o curso, se aplica a una situación complicada o caso agregando algunos problemas alrededor de éste; de tal manera que el estudiante debe analizar el orden de su resolución acompañado de tomar la decisión de ver el mejor camino para la solución.

2.9. Elementos de un problema efectivo en el “Aprendizaje Basado en Problemas”

Para tener los elementos de un problema efectivo en el aprendizaje debemos considerar lo siguiente:

- En el diseño del problema se debe tomar en cuenta que los estudiantes se comprometan fomentando el interés a examinar de forma profunda los conceptos y objetivos que se quieren aprender; para dicho compromiso se motivará a los estudiantes explicando las ventajas que tiene el método, reflejado en sus calificaciones parciales.
- El problema debe estar relacionado con los objetivos planteados del curso y con situaciones de la vida diaria que los estudiantes encuentren mayor significación en su trabajo.

- Los problemas elaborados deben tener la característica de llevar a los estudiantes a tomar decisiones basándose en interpretaciones lógicas y juicios debidamente fundamentados. Los estudiantes deben relacionar sus decisiones y razonamientos con los objetivos de aprendizaje del curso; también definir los procedimientos necesarios para resolver el problema.
- Se necesita la cooperación de cada uno de los integrantes del grupo para abordar el problema de una manera óptima; la complejidad y horizonte del problema debe ser manejado correctamente por el tutor de tal modo que los estudiantes no se dividan el trabajo, evitando que cada uno se ocupe únicamente de su parte.
- Los objetivos del curso deben estar incorporados en el contenido y diseño de problemas; de tal forma que entrelace el contenido de conocimientos anteriores con los nuevos conocimientos, a su vez que se relacione a conceptos de otros cursos o disciplinas.

“Ejemplo de problema de una clase de Física

Jorge y Sandra se mudaron a una casa de renta. El domingo por la mañana. Jorge decidió sorprender a Sandra con un desayuno para ella. Comenzó cocinando tocino en la estufa eléctrica (1000-watts) mientras que preparaba el café (600- watts). Jorge decidió comerse unas tostadas (700- watts) mientras esperaba a que el tocino y el café estuvieran listos.

Justamente antes de que empezara a hacer las tostadas, se dio cuenta de que la cocina estaba protegida por un fusible de 20 amperios. Buscó y no pudo encontrar ningún fusible de repuesto. Jorge ¿debería empezar a hacer la tostada ahora, o esperar hasta que el café y el tocino estén listos? (Asumiendo que los dispositivos están en circuito en paralelo). Influiría si Jorge ¿tiene la luz (100-watts) prendida o apagada?

Ejemplo de problema de una clase de Biología

El bosque tropical de América del Sur cubre solamente el 3% de la superficie de la Tierra, pero es el responsable del 20% de la fotosíntesis

mundial. Es razonable esperar que el follaje de la selva produzca grandes cantidades de oxígeno y reducen un calentamiento global al consumir dióxido de carbono.

En pocas palabras, muchos expertos creen que el bosque tropical hace una pequeña contribución de la producción de oxígeno global o a la reducción del calentamiento global. Usando tú conocimiento de fotosíntesis y respiración celular, explica cuales podrían ser las bases de esta creencia. ¿Qué pasa con la comida producida por árboles del bosque tropical cuando es consumida por animales o si los árboles se mueren?”⁵

2.10. Fundamentación teórica de las matrices

2.10.1. Historia

La teoría de las matrices fue desarrollada por Arthur Cayley en 1858; aunque James Sylvester fue el primero que utilizó el término matriz en 1850 para distinguirla de un determinante; “sin embargo, hace más de dos mil años los matemáticos chinos habían descubierto ya un método de resolución de sistemas lineales y, por lo tanto, empleaban tablas con números”⁶.

“Los métodos utilizados por los chinos, entre 200 a. C. y 100 a. C., para resolver problemas que implicaban varias incógnitas son similares a los métodos modernos que utilizan matrices”⁷.

2.10.2. Introducción

Aunque a muchos estudiantes el capítulo de matrices no les parezca interesante, puede darse la idea que son objetos extraños; son una herramienta indispensable para expresar y discutir problemas que surgen en la vida real. En la administración es muy común

⁵ Diseño de Problemas. Centro virtual de técnicas didácticas. Investigación e Innovación Educativa. Tecnológico de Monterrey. http://sitios.itesm.mx/va/dide2/tecnicas_didacticas/abp/disenop.htm.

⁶ Fundamentos de Matemáticas para Bachillerato ESPOL, 2da Edición. Capítulo 5, Matrices, página 475.

⁷ Precálculo, Gráfico, numérico, algebraico. Franklin D. Demana, Bert K. Waits, Gregory D. Foley, Daniel Kennedy. 7ma Edición. Editorial Pearson. Capítulo 7, Sistemas y Matrices, página 579.

calcular y combinar ciertos costos y cantidades de productos. Las tablas son una forma de representar estos datos. Sin embargo, agrupar los datos en un rectángulo nos muestra una representación más clara y fácil de los datos. Tal representación de los datos se denomina matriz.

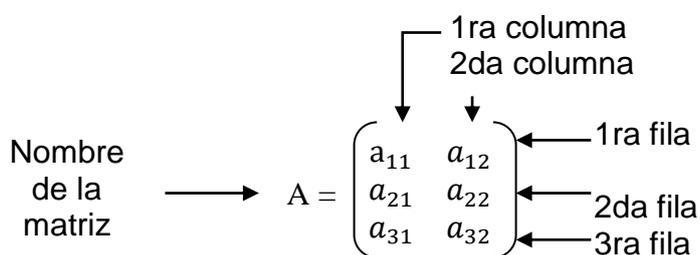
$$M = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 12 \\ 9 & 5 & 4 \\ 7 & 0 & 5 \\ 11 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

2.10.3. Condiciones generales de las matrices:

- Los elementos de las matrices se escriben entre paréntesis.
- Los nombres de las matrices se escriben con mayúsculas, mientras que los elementos interiores se escriben con letras minúsculas.

2.10.4. Definición de matriz

“Una matriz real A es un arreglo rectangular de números reales, en donde cada elemento a_{ij} que pertenece a la matriz A tiene dos subíndices. El subíndice i representa la *fila* (disposición horizontal), y el subíndice j representa la *columna* (disposición vertical), en las cuales se encuentra el elemento”⁸.



⁸ Fundamentos de Matemáticas para Bachillerato ESPOL, 2da Edición. Capítulo 5, Matrices, Definición, página 476.

2.10.5. Orden de una matriz.

La distribución de los elementos en la matriz es por filas (m) y columnas (n) por lo que el orden de una matriz es la identificación de la cantidad de filas con la cantidad de columnas y se escribe orden: $m \times n$

Las matrices se las identifican o llaman con letras mayúsculas (A, B, C,...) y con minúsculas los elementos que las constituyen. Dado que los elementos están ordenados en filas y columnas, al elemento que en una matriz ocupa el lugar de la fila i -ésima y la columna j -ésima se le denotará por a_{ij} . Es decir, con el primer subíndice i se indica la fila en la que está el elemento y con el segundo subíndice j , la columna.

Por ejemplo: La matriz A que se da a continuación es del orden 3×2 y esto significa que tiene 3 filas y 2 columnas.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 6 & -4 \\ 7 & -2 \end{pmatrix}, \text{ los elementos } a_{12} = 3; a_{21} = 6; a_{23} = \text{no existe}$$

2.11. Planteo de problemas aplicando operaciones matriciales.

A continuación se presenta los datos del consumo de materias primas de una empresa en una tabla (en el ejemplo se tiene a una empresa que produce cerveza)

Tiempo	Levadura	Malta	Agua
1ra semana	8	4	12
2do semana	10	6	5
3ra semana	7	8	5
4ta semana	11	7	9

Estos datos se pueden representar en una forma más sencilla, en base de una matriz:

$$\begin{pmatrix} 8 & 4 & 12 \\ 10 & 6 & 5 \\ 7 & 8 & 5 \\ 11 & 7 & 9 \end{pmatrix}$$

Además muchas de las relaciones en los negocios son proporcionales. Proporcional significa que los valores de las componentes de una variable “y”, se corresponden con k-veces los valores de las componentes de otra variable “x”, donde “y” es la variable dependiente. Por ejemplo, si una unidad de cantidad de levadura cuesta \$8 entonces dos unidades de cantidad costarán \$16. Para esta clase de cálculo son necesarias sumas y productos de matrices.

El cálculo de matrices presenta una clara y fácil presentación de la coherencia lineal. Hay muchas diferencias entre el cálculo con números reales y el cálculo de matrices.

Otra ventaja de este tipo de representación es que se puede operar con matrices de la misma forma que con números reales. Son muchas las circunstancias, que se puedan describir usando matrices: suma de matrices, multiplicación escalar, multiplicación de una matriz por un vector, multiplicación de dos matrices. También se puede aplicar estas operaciones dentro y fuera del área matemática y probar la validez de las reglas de cálculo.

En la aplicación con la economía, las matrices sirven para representar simples procesos de producción y flujos de producción. Sustentándose en el hecho de que la economía adquiere mucha importancia para que los estudiantes comprendan los procesos de producción simple y flujos de producción, además que adquieran un sentido sobre la industria antes de graduarse en los colegios.

Hoy en día, el cálculo con matrices no es sólo importante en la economía, si no que alcanza también una gran relevancia en la estadística, física y muchas otras áreas.

2.11.1. Introducción al cálculo de matrices

Se ilustra la introducción al cálculo de matrices con el siguiente ejemplo:

En 4 semanas, las dos compañías, ABC y MNK, necesitan las siguientes cantidades de materia prima de levadura, malta y agua:

1ª semana:

ABC: 8 ME levadura, 4 ME malta, 12 ME agua

MNK: 6 ME levadura, 3 ME malta, 12 ME agua.

2ª semana:

ABC: 10 ME levadura, 6 ME malta, 5 ME agua

MNK: 9 ME levadura, 5 ME malta, 4 ME agua

3ª semana:

ABC: 7 ME levadura, 8 ME malta, 5 ME agua

MNK: 7 ME levadura, 0 ME malta, 5 ME agua.

4ª semana:

ABC: 11 ME levadura, 7 ME malta, 9 ME agua

MNK: 11 ME levadura, 6 ME malta, 5 ME agua.

2.11.2. Representación:

Los datos se representan de manera sencilla a través de la forma matricial.

Empresa ABC.

Cuadro de doble entrada.

Tiempo	Levadura	Malta	Agua
1ra semana	8	4	12
2do semana	10	6	5
3ra semana	7	8	5
4ta semana	11	7	9

Representación Matricial.

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 12 \\ 10 & 6 & 5 \\ 7 & 8 & 5 \\ 11 & 7 & 9 \end{pmatrix}$$

Empresa MNK.

Cuadro de doble entrada.

Tiempo	Levadura	Malta	Agua
1ra semana	6	3	12
2do semana	9	5	4
3ra semana	7	0	5
4ta semana	11	6	5

2.11.3. Representación Matricial

Para el caso de las cervecerías, los elementos horizontales o filas, indican el número de semanas del consumo de materias primas: filas = semanas. Los elementos verticales o columnas, indican la cantidad consumida de materia prima por cada semana: columnas = materias primas.

Normalmente, el primer elemento (número de filas) se nombra antes que el segundo elemento (número de columnas). Por ejemplo la intersección de la 3ª fila y la 2ª columna en la matriz A representa la cantidad de malta necesitada en la 3ª semana. Este elemento se denota como: $a_{32} = 8$, en la matriz de A: índice de la fila 3, índice de la columna 2.

En este caso, la matriz es de 4x3. Por tanto la matriz M de la empresa MNK tiene 4 filas (semanas) y 3 columnas (materia prima).

$$M = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 12 \\ 9 & 5 & 4 \\ 7 & 0 & 5 \\ 11 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

2.11.4. Comparación de consumos:

La representación de las dos compañías en forma de matrices nos permite realizar una comparación y análisis más fácil y directa de los diferentes elementos:

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 12 \\ 10 & 6 & 5 \\ 7 & 8 & 5 \\ 11 & 7 & 9 \end{pmatrix} \quad M = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 12 \\ 9 & 5 & 4 \\ 7 & 0 & 5 \\ 11 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

El análisis y la comparación de la información de los elementos de las dos compañías se pueden conseguir aplicando las operaciones de la suma y resta de matrices.

2.11.5. Operaciones aritméticas con matrices:

Las operaciones de suma y resta serán factibles cuando las matrices tengan el mismo tamaño o dimensión; es decir que tengan el mismo orden, por lo que se procede a efectuar la operación con los elementos que corresponden a cada posición.

2.11.5.1. Suma:

¿Qué cantidad de materia prima se necesita para ambas compañías en cada semana?

En la primera semana la compañía ABC necesita 8 ME y la compañía MNK 6 ME de la materia prima levadura, lo que significa: $8+6=14$ ME levadura. Lo mismo ocurre para la malta: $4+3=7$ ME malta. Y para el agua: $12+12=24$ ME agua.

Cuando las tablas están escritas en forma de arreglos rectangulares de números, resulta más claro y rápido sumarlas.

Para sumar dos matrices del mismo tipo, simplemente se suman los elementos correspondientes. Por ejemplo se requiere conocer el consumo total de las dos compañías, esto hace que se deban sumar las matrices ABC y MNK

$$\begin{pmatrix} 8 & 4 & 12 \\ 10 & 6 & 5 \\ 7 & 8 & 5 \\ 11 & 7 & 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 & 3 & 12 \\ 9 & 5 & 4 \\ 7 & 0 & 5 \\ 11 & 6 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 7 & 24 \\ 19 & 11 & 9 \\ 14 & 8 & 10 \\ 22 & 13 & 14 \end{pmatrix}$$

MATRIZ DE CONSUMO TOTAL

2.11.5.2. Resta.

¿Cuál es la diferencia de consumo de ambas compañías en cada semana?

En la primera semana la compañía ABC necesita 8 ME y la compañía MNK 6 ME de la materia prima levadura, lo cual significa que la diferencia es de 2 ME: $8-6=2$ ME levadura. Para la malta: $4-3=1$ ME malta. Y para el agua: $12-12=0$ ME agua.

Cuando las tablas están escritas en forma de arreglo rectangular de números nos resulta más claro y rápido restarlas.

Por lo que la diferencia de las dos matrices del mismo tipo, por ejemplo las matrices de ABC y MNK, simplemente es la sustracción de los elementos correspondientes.

$$\begin{pmatrix} 8 & 4 & 12 \\ 10 & 6 & 5 \\ 7 & 8 & 5 \\ 11 & 7 & 9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 & 3 & 12 \\ 9 & 5 & 4 \\ 7 & 0 & 5 \\ 11 & 6 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 8 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

MATRIZ DE DIFERENCIA DE CONSUMO

El resultado nos muestra que la compañía ABC nunca necesita más materia prima que la compañía MNK. La demanda de materia prima para ambas compañías es la misma para cuatro periodos. Por lo tanto el valor de la diferencia es 0. Podría también darse el caso de obtener resultados negativos. Esto significaría que la compañía ABC necesita más materia prima que la compañía MNK.

2.11.5.3. Producto escalar

¿Cuánto es el consumo de materia prima por semana para 5 compañías como ABC, suponiendo que necesitan la misma cantidad de materia prima que la compañía ABC?

Para multiplicar una matriz por un número real es necesario multiplicar cada elemento por este número.

$$5 * \begin{pmatrix} 8 & 4 & 12 \\ 10 & 6 & 5 \\ 7 & 8 & 5 \\ 11 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 & 20 & 60 \\ 50 & 30 & 25 \\ 35 & 40 & 25 \\ 55 & 35 & 45 \end{pmatrix}$$

Se conseguiría el mismo resultado si nos refiriésemos al consumo en 5 meses, suponiendo que cada mes tiene la misma cantidad de consumo.

$$5 * \begin{pmatrix} 8 & 4 & 12 \\ 10 & 6 & 5 \\ 7 & 8 & 5 \\ 11 & 7 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 & 20 & 60 \\ 50 & 30 & 25 \\ 35 & 40 & 25 \\ 55 & 35 & 45 \end{pmatrix}$$

Tales suposiciones de consumo constante son muy frecuentes. Ahora es posible multiplicarlas porque son suposiciones proporcionales, esto quiere decir que se multiplican los resultados de forma lineal.

2.11.5.4. Producto de dos matrices

Consideremos que la compañía ABC recibe materia prima de dos proveedores (Corporación Superior y Kraft Food Co). Ahora la pregunta sería cuál de los dos proveedores es mejor. Teniendo en cuenta que los proveedores sólo pueden cambiar de una semana a otra.

	Corporación Superior	Kraft Food Co.
Levadura	50	55
Agua	136	127
Malta	80	79

Esta tabla corresponde a la matriz de costos P, porque los elementos representan los costos de las tres materias primas para ambos proveedores.

$$P = \begin{pmatrix} 50 & 55 \\ 136 & 127 \\ 80 & 79 \end{pmatrix}$$

A simple vista no es posible detectar cuál de los proveedores es el más barato. Con un simple cálculo obtendremos un resultado preciso. De las suposiciones proporcionales obtenemos:

Costos de la compañía Corporación Superior:

$$1^{\text{a}} \text{ semana: } 8*50+4*136+12*80 = 1904$$

$$2^{\text{a}} \text{ semana: } 10*50+6*136+5*80 = 1716$$

$$3^{\text{a}} \text{ semana: } 7*50+8*136+5*80 = 1838$$

$$4^{\text{a}} \text{ semana: } 11*50+7*136+9*80 = 2222$$

Costos de la compañía en Kraft Food Company.:

$$1^{\text{a}} \text{ semana: } 8*55+4*127+12*79 = 1896$$

$$2^{\text{a}} \text{ semana } 10*55+6*127+5*79 = 1707$$

$$3^{\text{a}} \text{ semana: } 7*55+8*127+5*79 = 1542$$

4ª semana: $11*55+7*127+9*79 =2205$

Sumando, la tabla de costos resulta:

	Corporación Superior	Kraft Food Co.
1ra semana	1904	1896
2da semana	1716	1707
3ra semana	1838	1542
4ta semana	2222	2205

Lógicamente la matriz con los elementos de costos de los proveedores se denomina matriz de costo K.

Podemos reconocer la siguiente regla para los elementos de la matriz K:

$$K = \begin{pmatrix} 1904 & 1896 \\ 1716 & 1707 \\ 1838 & 1542 \\ 2222 & 2205 \end{pmatrix}$$

$k_{11} = 1904$; La primera fila de la matriz A (8, 4, 12) se multiplica por la primera columna de la matriz P (50, 136, 80) para cada elemento, (esto significa 1er con 1er: $8*50$, 2º con 2º: $4*136$ y 3º con 3º número: $12*80$) y luego sumarlos.

En otras palabras: La matriz de costos K resulta de la multiplicación de la matriz A (matriz de cantidades de ABC) y la matriz P (matriz de costos).

$$\begin{matrix}
 i \\
 \left(\begin{array}{ccc} \text{---} & \text{---} & \text{---} \end{array} \right) \\
 \mathbf{A}
 \end{matrix}
 \cdot
 \begin{matrix}
 \left(\begin{array}{c} | \\ | \\ | \end{array} \right) \\
 \mathbf{P} \\
 j
 \end{matrix}
 =
 \begin{matrix}
 \left(\begin{array}{ccc} | & & \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ | & & \end{array} \right) \\
 \mathbf{K} \\
 i,j
 \end{matrix}$$

Este tipo de multiplicación se presenta muy a menudo. Se presenta el siguiente caso:

En el ejemplo:

$$\mathbf{A} * \mathbf{P} = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 12 \\ 10 & 6 & 5 \\ 7 & 8 & 5 \\ 11 & 7 & 9 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 50 & 55 \\ 136 & 127 \\ 80 & 79 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8*50+4*136+12*80 & 8*55+4*127+12*79 \\ 10*50+6*136+5*80 & 10*55+6*127+5*79 \\ 7*50+8*136+5*80 & 7*55+8*127+5*79 \\ 11*50+7*136+9*80 & 11*55+7*127+9*79 \end{pmatrix}$$

Este tipo de multiplicación, puede efectuarse sólo si el número de columnas de la primera matriz (en nuestro ejemplo 3) y el número de filas de la segunda matriz (en nuestro ejemplo también 3) es el mismo.

La matriz resultante tendrá las siguientes dimensiones:

$$(4 \times 3 \text{ matriz}) * (3 \times 2 \text{ matriz}) = 4 \times 2 \text{ matriz}$$

Ej.:

$$\begin{pmatrix} 8 & 4 & 12 \\ 10 & 6 & 5 \\ 7 & 8 & 5 \\ 11 & 7 & 9 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 50 & 55 \\ 136 & 127 \\ 80 & 79 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1904 & 1896 \\ 1716 & 1707 \\ 1838 & 1542 \\ 2222 & 2205 \end{pmatrix}$$

En este ejemplo se observa que las dos matrices sólo pueden ser multiplicadas en una dirección. Porque: (3x2 Matriz) * (4x3 Matriz) el número de columnas de la primera matriz no coincide con el número de filas de la segunda matriz.

CAPÍTULO III.

3.1. Guía metodológica del aprendizaje basado en problemas (ABP) en las operaciones matriciales.

3.1.1. Descripción de la aplicación del método.

El proceso de aprendizaje por problemas se lleva a cabo en dos entornos diferentes. Desde la perspectiva del aprendizaje del estudiante de manera individual y la otra parte que tiene lugar al aprendizaje en un medio eminentemente social o grupal.

En el primer entorno se refiere a la activación del conocimiento previo, se complementa con un segundo momento que consiste en la confrontación de las ideas con un interlocutor. Se puede realizar entre dos sujetos (tutor y estudiante). Esto provoca que el proceso de aprendizaje adquiera la forma de un reto individual como sucede en determinados tipos de encuentros deportivos, como el tenis.

Por el contrario si se decide por el segundo entorno se convierte en un trabajo en equipo, que posee muchas ventajas, en las que se destaca:

- Permite sentar las bases de un aprendizaje colaborativo.
- El nivel de conocimientos y la experiencia de los estudiantes son distintos, como son distintas sus maneras de concebir el mundo, sus opciones ideológicas y sus convicciones personales.

Cuando los estudiantes trabajan en grupo, pueden aprender entre ellos, se organiza el trabajo de manera eficaz, se desarrolla las habilidades interpersonales e intelectuales. Surgen inconvenientes como el encubrimiento colectivo o tiranía. Sin embargo las ventajas son mayores a los inconvenientes, ofrece una plataforma ideal para extraer al máximo la polaridad de dos recursos psicológicos contrapuesto: la rivalidad y la colaboración.

Los trabajos de grupo se los realiza en presencia de un tutor, en los que se discute, se contrastan opiniones, aportan ideas y se organiza la información. Los integrantes del grupo generan una lluvia de ideas entrecruzando las preguntas que cada uno se formula con las dudas de los demás y las descripciones más o menos aproximadas por los diferentes fenómenos por quien tiene algún conocimiento. Los estudiantes enlistan las ideas que surgen del debate, a parte se anota también las dudas y puntos negativos del problema.

La sesión culmina con la formulación de los objetivos de aprendizaje. Si al comienzo se trata de activar el conocimiento previo, ahora se trata de responder a la siguiente pregunta: ¿qué es lo que necesito saber para comprender el problema?

Una vez concluido el trabajo de grupo, comienza el trabajo individual que cada estudiante tiene que hacer. Se fijan los objetivos de aprendizaje, cada estudiante se encarga de buscar las fuentes bibliográficas que considere conveniente para construir su conocimiento del problema, tener entrevistas con expertos, entre otros; pero siempre fuera del grupo. Esta actividad debe organizarse de modo que los distintos miembros del equipo se distribuyan parte del trabajo de búsqueda, aún cuando la fase de auto

aprendizaje es esencialmente individual. Debe ser el estudiante quien decida qué debe conocer del tema propuesto, para luego regresar al grupo a realizar la puesta en común.

Cada sesión debe tener una duración estimada de dos horas, pero es muy variable porque depende de la cantidad de materia a tratar, dependiendo de los planes de estudio se pueden reducir a una hora. Pero en este caso es posible que los estudiantes no se reúnan previamente para realizar una puesta en común previa antes de la reunión con el tutor.

La segunda o tercera sesión que se trabaja con los grupos, tiene por objetivo poner la puesta en común y organizar la información, de manera que pueda responderse a la pregunta ¿hemos adquirido una mejor comprensión de los procesos involucrados en el problema?, en esta tarea cada estudiante aporta con el resultado de su trabajo, sea fruto de la iniciativa personal, su estudio y aprendizaje.

En la última fase se trata de desarrollar las habilidades de evaluación, tomar decisiones y sintetizar. Se extrae conclusiones y se crea el conocimiento, de manera que el proceso pueda retroalimentarse y empezar de nuevo con la identificación de nuevos objetivos y alentando el descubrimiento.

3.1.2. Proceso de aplicación del aprendizaje basado en problemas.

3.1.2.1. Características deseables en los estudiantes que participan en el “Aprendizaje Basado en Problemas”.

El “Aprendizaje Basado en Problemas” es un proceso de aprendizaje centrado en el estudiante, por lo que se espera de él una serie de conductas y participaciones distintas a las requeridas en el proceso de aprendizaje convencional.

Para generar dichas conductas del estudiante se le motivará explicando las ventajas que tiene el método, las aplicaciones prácticas que tiene y todo el trabajo conjunto se verá reflejado en sus calificaciones parciales.

Es importante señalar que si el estudiante no cuenta con las cualidades necesarias, deberá estar dispuesto a desarrollarlas o mejorarlas. Y estas son:

- Tener motivación clara sobre la necesidad de aprendizaje.
- Predisposición para poder trabajar en grupo.
- Ser tolerantes para enfrentarse a situaciones ambiguas.
- Tener habilidades para la interacción personal tanto intelectual como emocional.
- Desarrollo de los poderes imaginativo e intelectual.
- Habilidades para la solución de problemas.
- Habilidades de comunicación entre los compañeros y el tutor.
- Entender al campo de estudio desde una perspectiva más amplia con las respectivas aplicaciones.
- Habilidades de pensamiento crítico, reflexivo, imaginativo y sensitivo.

3.1.2.2. Responsabilidades de los estudiantes al trabajar con el “Aprendizaje Basado en Problemas”:

- Una integración responsable en torno al grupo y además una actitud entusiasta en la solución del problema.
- Aporte de información a la discusión grupal. Lo anterior les facilita un entendimiento detallado y específico sobre todos los conceptos implicados en la atención al problema.
- Búsqueda de la información que consideren necesaria para entender y resolver el problema, esto les obliga a poner en práctica habilidades de análisis y síntesis.
- Investigación por todos los medios como por ejemplo: la biblioteca, los medios electrónicos, docentes de otras materias o los propios compañeros del grupo.
- Desarrollo de habilidades de análisis y síntesis de la información con una visión crítica de la información obtenida.

- Compromiso para identificar los mecanismos básicos que puedan explicar cada aspecto importante de cada problema, para llegar a su óptima solución.
- Estimular dentro del grupo el uso de las habilidades colaborativas y experiencias de todos los miembros del equipo. Señalando la necesidad de información y los problemas de comunicación.
- Apertura para aprender de los demás con el compromiso de compartir el conocimiento, la experiencia o las habilidades para analizar y sintetizar información.
- Identificar las prioridades de aprendizaje, teniendo en cuenta que la tarea principal de cada problema es lograr ciertos objetivos de aprendizaje y no sólo llegar al diagnóstico y a la solución del problema.
- Compromiso para retroalimentarse en el proceso de trabajo del grupo buscando que se convierta en un grupo efectivo de aprendizaje.
- Durante las sesiones de trabajo orientar las participaciones a la discusión de los objetivos de aprendizaje y no desviar las intervenciones a otros temas. Buscar durante la sesión la aclaración de dudas propias y de otros compañeros.
- Apertura para realizar las preguntas que sean necesarias para aclarar la información y cubrir los objetivos propuestos para la sesión.
- Compartir información durante las sesiones, estimulando la comunicación y participación de los otros miembros del grupo.

3.1.3. Enfoque de las operaciones matriciales con el uso del aprendizaje basado en problemas (ABP).

El enfoque operacional de matrices tiene una serie de momentos basados en las dos fases del proceso de aprendizaje por lo que se plantean una serie de actividades a desarrollarse para el conocimiento teórico de las operaciones matriciales, y entre otros tenemos:

- Elaboración de un cronograma de desarrollo del tema planteado, considerando las expectativas de los integrantes del proceso.
- Establecer los grupos de trabajo.
- Definir los medios a emplearse para la búsqueda de la información.
- Las características necesarias para dar a conocer a la información.
- Establecer los responsables para las consultas de los temas tratados.

3.2. Actividades con ABP en el estudio de matrices y sus operaciones.

3.2.1. Hoja de Ruta:

Es un instrumento de planificación que involucra el detalle de las sesiones, actividades, responsables, tiempo y el producto que se considera para desarrollar las actividades aplicando el ABP en el estudio de matrices y sus operaciones.

Es importante tomar en cuenta que el tiempo debe ser considerado como eje primordial para el cumplimiento de actividades, las mismas que con las rúbricas generaran exactitud y precisión, generando productos confiables.

La hoja de ruta se aplica a cada grupo, debido a que cada uno de ellos tiene problemas distintos enfocados al mismo contenido.

Sesiones	Actividades	Responsables	Tiempo	Producto
PRIMERA	Presentación ABP	Docente Equipo de estudiantes	5ta y 6ta 10:25 a 11:55	Posibles alternativas de solución
	Conformación de los grupos de trabajo	Docente Equipo de estudiantes		Nómina de los grupos de trabajo
	Entrega y distribución de actividades	Docente Equipo de estudiantes		Lista de alumnos responsables de las actividades
	Elaboran un listado de lo que conoce y desconoce	Equipo de estudiantes		Lista de lo que se conoce y desconoce
	Elaboran un plan de investigación.	Equipo de estudiantes		Cuadro de tareas
	Investigación: Bloque # 1	Equipo de estudiantes		Registro del avance de la investigación
SEGUNDA	Socialización de la investigación: Bloque # 1	Docente Equipo de estudiantes	7ma y 8va 11:55 a 13:15	Conclusiones de las actividades 1 y 2 Conceptos
TERCERA	Investigación: Bloque # 2	Equipo de estudiantes	3ra y 4ta 8:35 a 9:55	Registro del avance de la investigación
CUARTA	Socialización de la investigación: Bloque # 2	Docente Equipo de alumnos	5ta y 6ta 10:25 a 11:55	Conclusiones de las actividades 3, 4, 5 y 6 Conceptos
QUINTA	Investigación: Bloque # 3	Equipo de estudiantes	7ma y 8va 11:55 a 13:15	Registro del avance de la investigación
SEXTA	Socialización de la investigación: Bloque # 3	Docente Equipo de estudiantes	3ra y 4ta 8:35 a 9:55	Conclusiones de las actividades 7, 8 y 9 Conceptos
SÉPTIMA	Evaluación	Equipo de estudiantes	9na 13:15 a 13:55	Evaluación

3.2.2. Problemas de aplicación.

3.2.2.1. Problema 1:

La Empresa Navas y Asociados, tiene dos fábricas de estanterías: Una en la ciudad de Guayaquil y la otra en la ciudad de Azogues.

En Guayaquil la fábrica está ubicada en el sector de Mapasingue y atiende las necesidades de la región costa central; por lo que produce tres modelos de estanterías: metálicas, plásticas y de madera. Cada uno de ellos en los tamaños grande y pequeño. Producen diariamente 1000 estanterías metálicas grandes, 8000 estanterías metálicas pequeñas, 8000 estanterías plásticas grandes, 6000 estanterías plásticas pequeñas, 4000 estanterías de madera grande y 6000 estanterías de madera pequeñas. Cada estantería grande lleva 16 tornillos con 6 soportes y cada estantería pequeña tiene 12 tornillos con 4 soportes en cualquiera de los tres modelos.

Para la región Austral, la empresa instaló la fábrica en el km 26 de la ciudad de Azogues, la que produce los mismos tipos de estanterías, en la que elaboran diariamente 1200 estanterías metálicas grandes, 6000 estanterías metálicas pequeñas, 5000 estanterías plásticas grandes, 6000 estanterías plásticas pequeñas, 3500 estanterías de madera grande y 5800 estanterías de madera pequeñas. Cada estantería grande lleva 24 tornillos con 6 soportes y cada estantería pequeña tiene 16 tornillos con 4 soportes en cualquiera de los tres modelos.

Actividades:

BLOQUE # 1

- Organice la información de la producción en Guayaquil, considerando el tamaño de las estanterías como columnas.
- Organice la información de la producción en Guayaquil, considerando los modelos de las estanterías como filas.
- Organice la información de Guayaquil, en forma de matriz que tenga un orden de 3×2 .
- Organice en una matriz la información de Guayaquil, considerando en las filas el tamaño de las estanterías y en las columnas los accesorios de construcción (tornillos y soportes).

- Establezca: ¿cuál es el orden de la matriz anterior?
- ¿Qué tipo de matrices se han formado en las actividades anteriores?
- Desarrollo de propuestas de las posibles soluciones y el objetivo alcanzado.

BLOQUE # 2

- Estructure una matriz de 3X2 con el tamaño y los modelos, considerando la información de Azogues.
- Determine la cantidad de producción diaria, en las dos fábricas, de estanterías con sus respectivos modelos y tamaño.
- Desarrollo de propuestas de posibles soluciones y el objetivo alcanzado.

BLOQUE # 3

- Con la información de Guayaquil y de Azogues determine la cantidad de accesorios de construcción (tornillos y soportes), organice una matriz para cada fábrica, donde las filas corresponden al tamaño y en las columnas los accesorios de construcción (tornillos y soportes).
- ¿Cuántos tornillos y soportes se necesita para la elaboración de cada modelo de estanterías en cada fábrica?
- ¿En qué sucursal se emplea mayor cantidad de accesorios de construcción?
- Desarrollo de propuestas de posibles soluciones y el objetivo alcanzado.

Recursos:

Textos:

AUTOR	NOMBRE	EDICIÓN
ESPOL	Fundamento de Matemáticas para el Bachillerato	SEGUNDA
Michael Sullivan	Precálculo	CUARTA
Janes Stewart	Precálculo (Matemáticas para el cálculo)	QUINTA

3.2.2.2. Problema 2:

Las operadoras de telefonía móvil Movistar y Claro ofrecieron los servicios de internet para los equipos de mayor acogida de los abonados, los que fueron: SAMSUNG, IPHONE Y BLACKBERRY.

De acuerdo al inventario del primer semestre del año 2012 se obtuvo la siguiente información:

Para Guayaquil, Movistar tiene 1200 abonados con Samsung, 1000 abonados con Iphone y 800 abonados con BlackBerry, además 2200 abonados tienen el servicio de internet y 800 abonados no lo tienen. Claro tiene 2200 abonados con Samsung, 1500 abonados con Iphone y 1200 abonados con BlackBerry. El servicio de internet lo ocupan 3500 abonados y 1400 abonados no tiene este servicio.

Para Quito, Movistar tiene 1500 abonados con Samsung, 800 abonados con Iphone y 1800 abonados con BlackBerry, además 3200 abonados tienen el servicio de internet y 900 abonados no lo tienen. Claro tiene 2500 abonados con Samsung, 1800 abonados con Iphone y 1000 abonados con BlackBerry. El servicio de internet lo ocupan 4500 abonados y 800 abonados no tiene este servicio.

Actividades:

BLOQUE # 1

- Organice la información, en Guayaquil, considerando a las operadoras de telefonía móvil como columnas.
- Organice la información, en Guayaquil, considerando los modelos de los equipos como filas.
- Organice la información de los abonados en Guayaquil en una matriz que tenga un orden de 3×2 .
- Organice en una matriz con los abonados en Guayaquil, considerando en las filas operadoras de telefonía móvil y en las columnas el servicio con internet y sin internet.
- Establezca: ¿cuál es el orden de la matriz anterior?
- ¿Qué tipo de matrices se han formado en las actividades anteriores?
- Desarrollo de propuestas de posibles soluciones y el objetivo alcanzado.

BLOQUE # 2

- Estructure una matriz de 3×2 con los equipos y las operadoras de telefonía móvil, considerando la información de Quito.

- Determine la cantidad de abonados para cada equipo en cada una de las operadoras.
- Desarrolle de propuestas de posibles soluciones y el objetivo alcanzado.

BLOQUE # 3

- Con la información de los abonados en Quito, organice una matriz donde las filas corresponden a las operadoras de telefonía móvil y las columnas a los abonados que utilizan el servicio de internet y los que no lo utilizan.
- ¿Cuántos abonados utilizan el servicio de internet y los que no lo utilizan en las dos operadoras?
- ¿Cuál es la ciudad donde la mayor cantidad de abonados utilizan internet?
- Desarrollo de propuestas de posibles soluciones y el objetivo alcanzado.

Recursos:

Textos:

AUTOR	NOMBRE	EDICIÓN
ESPOL	Fundamento de Matemáticas para el Bachillerato	SEGUNDA
Michael Sullivan	Precálculo	CUARTA
Janes Stewart	Precálculo (Matemáticas para el cálculo)	QUINTA

3.2.2.3. Problema 3:

Los Almacenes COMANDATO y LA GANGA en las ciudades de Guayaquil y Quito crearon una promoción de ventas, ofrecieron a sus clientes en la compra de artefactos de la línea blanca y equipos de audio tres formas de pagos que fueron: Efectivo, Tarjeta de Crédito y Crédito Directo.

Para Guayaquil el Almacén Comandato logró que 1200 clientes paguen en efectivo, 2500 clientes paguen con tarjetas de crédito y 3000 clientes usaron el crédito directo, en la adquisición de 3000 artefactos de línea blanca y 3500 equipos de audio; mientras que para Quito tuvieron 2000 clientes que pagaron en efectivo, 3200 clientes usen las tarjetas de crédito y 2500 clientes se acogieron al crédito directo comprando 3700 artefactos de línea blanca y 2000 equipos de sonido.

Para Guayaquil el Almacén La Ganga logró que 1500 clientes paguen en efectivo, 3500 clientes paguen con tarjetas de crédito y 3500 clientes usaron el crédito directo en la adquisición de 5000 artefactos de línea blanca y 3500 equipos de audio; para Quito tuvieron 1500 clientes que pagaron en efectivo, 4200 clientes usen las tarjetas de crédito y 3500 clientes se acogieron al crédito directo comprando 5000 artefactos de línea blanca y 4200 equipos de sonido.

Actividades

BLOQUE # 1

- Organice la información, en Guayaquil, considerando a los almacenes como columnas.
- Organice la información, en Guayaquil, considerando las formas de pagos como filas.
- Organice la información, en Guayaquil, en una matriz que tenga un orden de 3×2 .
- Organice en una matriz, en Guayaquil, considerando en las filas los almacenes y en las columnas los tipos de artículos (línea blanca y equipos de audio).
- Establezca: ¿cuál es el orden de la matriz anterior?
- ¿Qué tipo de matrices se han formado en las actividades anteriores?
- Desarrollo de propuestas de posibles soluciones y el objetivo alcanzado.

BLOQUE # 2

- Estructure una matriz de 3×2 con los almacenes y las formas de pago, considerando la información de Quito.
- Determine la cantidad de cada forma de pago que se dieron en cada almacén.
- Desarrollo de propuestas de posibles soluciones y el objetivo alcanzado.

BLOQUE # 3

- Con la información de Quito, organice una matriz donde las filas corresponden a los Almacenes y en las columnas los tipos de artículos que se vendieron.
- ¿Cuántos clientes adquirieron artículos de línea blanca?
- ¿En qué almacén se vendió la mayor cantidad de equipos de audio?
- Desarrollo de propuestas de posibles soluciones y el objetivo alcanzado.

Recursos:

Textos:

AUTOR	NOMBRE	EDICIÓN
ESPOL	Fundamento de Matemáticas para el Bachillerato	SEGUNDA
Michael Sullivan	Precálculo	CUARTA
Janes Stewart	Precálculo (Matemáticas para el cálculo)	QUINTA

3.2.2.4. Problema 4:

Los Almacenes ARTEFACTA y JAPON en las ciudades de Guayaquil y Quito crearon una promoción de ventas y ofrecieron a sus clientes en la compra de artefactos de la línea blanca y equipos de audio con tres formas de pago que fueron: Efectivo, Tarjeta de Créditos y Crédito Directo.

Para Guayaquil el Almacén Artefacta logró que 2200 clientes paguen en efectivo, 2000 clientes paguen con tarjetas de crédito y 3500 clientes usaron el crédito directo en la adquisición de 4200 artefactos de línea blanca y 3500 equipos de audio; mientras que en Quito tuvieron 2500 clientes que pagaron en efectivo, 3500 clientes usen las tarjetas de crédito y 4000 clientes se acogieron al crédito directo comprando 7000 artefactos de línea blanca y 3000 equipos de sonido.

Para Guayaquil el Almacén Japón logró que 2500 clientes paguen en efectivo, 3000 clientes paguen con tarjetas de crédito y 4000 clientes usaron el crédito directo en la adquisición de 5000 artefactos de línea blanca y 4500 equipos de audio; así también para Quito tuvieron 2500 clientes que pagaron en efectivo, 3200 clientes usen las tarjetas de crédito y 2500 clientes se acogieron al crédito directo comprando 4000 artefactos de línea blanca y 4200 equipos de sonido.

Actividades

BLOQUE # 1

- Organice la información, en Guayaquil, considerando a los almacenes como columnas.
- Organice la información, en Guayaquil, considerando las formas de pagos como filas.
- Organice la información, en Guayaquil, en una matriz que tenga un orden de 3×2 .
- Organice en una matriz, en Guayaquil, considerando en las filas los almacenes y en las columnas los tipos de artículos (línea blanca y equipos de audio).
- Establezca: ¿cuál es el orden de la matriz anterior?
- ¿Qué tipo de matrices se han formado en las actividades anteriores?
- Desarrollo de propuestas de posibles soluciones y el objetivo alcanzado.

BLOQUE # 2

- Estructure una matriz de 3×2 con los almacenes y los formas de pago, considerando la información de Quito.
- Determine la cantidad de cada forma de pago que se dieron en cada almacén.
- Desarrollo de propuestas de posibles soluciones y el objetivo alcanzado.

BLOQUE # 3

- Con la información de Quito, organice una matriz donde las filas corresponden a los Almacenes y en las columnas los tipos de artículos que se vendieron.
- ¿Cuántos clientes adquirieron artículos de línea blanca?
- ¿En qué almacén se vendió la mayor cantidad de equipos de audio?
- Desarrollo de propuestas de posibles soluciones y el objetivo alcanzado.

Recursos:

Textos:

AUTOR	NOMBRE	EDICIÓN
ESPOL	Fundamento de Matemáticas para el Bachillerato	SEGUNDA
Michael Sullivan	Precálculo	CUARTA
Janes Stewart	Precálculo (Matemáticas para el cálculo)	QUINTA

3.3. Evaluaciones y Rúbricas

Son los parámetros de evaluación de las diferentes actividades, lo cual permitirá corroborar que el ABP es un método efectivo, eficiente y eficaz.

3.3.1. Evaluación de la expresión escrita.

3.3.1.1. Instrumento de Evaluación.

Instrucciones:

- a) Escriba una X en el casillero de la evaluación de acuerdo a la rúbrica planteada
- b) No escriba en dos casilleros, ya que cada ítems tiene una sola respuesta
- c) Use bolígrafo para escribir la X
- d) Los casilleros de la tabla de respuestas de la evaluación debe estar completamente llena
- e) Antes de escribir la respuesta, este muy atento a la rúbrica de evaluación que se le va a dar a conocer

Escala de Evaluación	4	3	2	1
Terminología y notación				
Orden y organización				
Atención a las normas				
Fuentes bibliográficas				
Ortografía, Puntuación y Redacción				

3.3.1.2. Rúbrica de evaluación de expresión escrita

Escala de Evaluación	4	3	2	1
Terminología y notación	Se utilizó, por lo general, la terminología y la notación en forma	Se utilizó, por lo general, la terminología, pero en pocas	Se utilizó, por lo general, la terminología, pero en otras ocasiones	En general, no se utilizó la terminología y la notación

	correcta; facilitando la lectura y comprensión	ocasiones fue fácil entenderle lo escrito	fue difícil entenderle lo escrito	adecuadamente
Orden y organización	El trabajo se presenta de manera ordenada, clara y organizada. Fácil de leer	El trabajo se presenta de manera ordenada, clara y organizada, pero en algunas ocasiones no es fácil leer	El trabajo se presenta de manera ordenada, y organizada. Falla en cuanto a claridad	El trabajo no se presenta de manera ordenada y organizada
Atención a las normas	Se han respetado todas las normas de presentación de informe	Se han respetado casi todas las normas de presentación de informe	Se han respetado en un 50% las normas de presentación de informe	No se han respetado todas las normas de presentación de informe
Fuentes bibliográficas	El trabajo está bien referenciado, utilizando no solo la bibliografía y material recomendado	El trabajo está bien referenciado, utilizando sólo la bibliografía y material recomendado	El trabajo esta referenciado con una bibliografía del 50% y material recomendado	Sólo incluye un listado de la bibliografía recomendada
Ortografía, Puntuación y Redacción	Excelente ortografía, puntuación y redacción	Uno pocos errores de ortografía, puntuación y redacción	Dos o tres errores de ortografía, puntuación y redacción	Más de 4 errores de ortografía, puntuación y redacción

3.3.2. Evaluación de expresión oral.

3.3.2.1. Instrumento de Evaluación.

INSTRUCCIONES:

- a) Escriba una X en el casillero de la evaluación de acuerdo a la rúbrica planteada
- b) No escriba en dos casilleros, ya que cada ítems tiene una sola respuesta
- c) Use bolígrafo para escribir la X

- d) Los casilleros de la tabla de respuestas de la evaluación debe estar completamente llena
- e) Antes de escribir la respuesta, este muy atento a la rúbrica de evaluación que se le va a dar a conocer

Escala de Evaluación	4	3	2	1
Claridad				
Orden				
Postura y contacto visual				
Comprensión				
Tiempo				

3.3.2.2. Rúbrica de evaluación de expresión oral

Escala de Evaluación	4	3	2	1
Claridad	La exposición se ha hecho con claridad. Se entendió perfectamente todo lo explicado	La exposición ha sido bastante clara, aunque ha habido algún aspecto que no se ha entendido bien	No se ha entendido lo que ha querido explicar	Se ha explicado muy mal
Orden	Se ha seguido un orden correcto: presentación, desarrollo y conclusión	La explicación no ha sido del todo ordenada	La explicación no ha seguido estructura lógica alguna	Se nota que no estaba preparado
Postura y contacto visual	Establece contacto visual con la audiencia	Alguna vez establece contacto visual con la audiencia	No domina al escenario durante la presentación	La postura es muy inadecuada
Comprensión	El estudiante responde a todas las preguntas del profesor y de sus	El estudiante responde a casi todas las preguntas del	El estudiante es capaz de responder a algunas de las	El estudiante es incapaz de responder a las preguntas del

	compañeros	profesor y de sus compañeros	preguntas del profesor y de sus compañeros	profesor y de sus compañeros
Tiempo	La presentación se ha ajustado muy bien al tiempo preestablecido	Se ha excedido en el tiempo pero no mucho	Le faltó algo de tiempo	Ha terminado muy pronto o ha hecho mucho más tiempo del previsto

3.3.3. Evaluación de trabajo en equipo

3.3.3.1. Instrumento de Evaluación.

INSTRUCCIONES:

- Escriba una X en el casillero de la evaluación de acuerdo a la rúbrica planteada
- No escriba en dos casilleros, ya que cada ítem tiene una sola respuesta
- Use bolígrafo para escribir la X
- Los casilleros de la tabla de respuestas de la evaluación deben estar completamente llenos
- Antes de escribir la respuesta, este muy atento a la rúbrica de evaluación que se le va a dar a conocer

Escala de Evaluación	2	1,5	1	0,5
ASISTENCIA				
PUNTUALIDAD				
TRABAJO ASIGNADO				
CALIDAD DEL TRABAJO				
CONTRIBUCIÓN				
INTEGRACIÓN AL GRUPO				
DESTREZAS SOCIALES				
ACTITUD ANTE LA CRÍTICA				
ACTITUD AL COMUNICAR				
MOTIVACIÓN				

3.3.3.2. Rúbrica de trabajo en equipo

Escala de Evaluación	2	1,5	1	0,5
ASISTENCIA	Asistió al 100% de las reuniones y actividades del grupo	Asistió de un 99% a un 80% de las reuniones y actividades del grupo	Asistió de un 79% a un 60% de las reuniones y actividades del grupo	Asistió al 59% o menos de las reuniones y actividades del grupo
PUNTUALIDAD	Llegó a tiempo, el 100% de las reuniones y actividades del grupo	Llegó a tiempo del 99% al 80% de las reuniones y actividades del grupo	Llegó a tiempo del 79% al 60% de las reuniones y actividades del grupo	Llegó a tiempo a un 59% o menos de las reuniones y actividades del grupo
TRABAJO ASIGNADO	Siempre entregó a tiempo el trabajo y sin necesidad de dar seguimiento	Entregó los trabajos aunque algunos tarde y requirió seguimiento	Entregó solo algunos trabajos y requirió seguimiento	Entregó muy pocos trabajos o ningún y requirió mucho seguimiento
CALIDAD DEL TRABAJO	Las fuentes de información que utilizó fueron variadas. Lo que recopiló tenía información con el tema y contribuyó a su desarrollo	Las fuentes que utilizó eran variadas pero incluyó algunos datos sin relación con el tema. La información se utilizó en el trabajo	Las fuentes eran limitadas. Los datos tenían relación con el tema pero alguno no estaba al día. Algunas fuentes no se utilizaron	Las fuentes eran escasas o ninguna y contribuyen al tema. La información tiene poca o ninguna relación con el tema principal.
CONTRIBUCIÓN	Siempre aportó al logro de los objetivos. Buscó y sugirió soluciones a los problemas	Casi siempre aportó al logro de los objetivos. Casi siempre buscó y sugirió soluciones a los problemas	Pocas veces aportó al logro de los objetivos. Pocas veces buscó y sugirió soluciones a los problemas	No aportó al logro de los objetivos. Muy pocas veces buscó soluciones a los problemas
INTEGRACIÓN AL GRUPO	Siempre trabajó para lograr las metas, cumplió con	Casi siempre trabajó para lograr las metas	Pocas veces trabajó para lograr las metas,	Nunca trabajó para lograr las metas, muy pocas

	las normas y se adaptó a los cambios del equipo	cumplir con las normas y adaptarse a los cambios	cumplir las normas y adaptarse a los cambios y necesitó ser alentado	veces cumplió las normas y no se adoptó a los cambios
DESTREZAS SOCIALES	Siempre demostró habilidad para manejar las relaciones entre los miembros del grupo y trató a sus compañeros con respeto	Casi siempre demostró habilidad para manejar las relaciones entre los miembros del grupo y casi siempre trató con respeto a sus compañeros	Pocas veces demostró habilidad para manejar las relaciones en el grupo y pocas veces trató con respeto a los miembros del compañeros	Nunca demostró tener habilidad para manejar las relaciones en el grupo. Muy pocas veces o nunca estableció trató a sus compañeros con respeto
ACTITUD ANTE LA CRÍTICA	Siempre estuvo receptivo a aceptar críticas y sugerencias del equipo	Casi siempre estuvo receptivo a aceptar críticas y sugerencias del equipo	Pocas veces estuvo receptivo a aceptar críticas y sugerencias del equipo	Muy pocas veces o nunca aceptó las sugerencias y críticas del equipo
ACTITUD AL COMUNICAR	Siempre estuvo atento a las opiniones de sus compañeros. Escuchó y habló equitativamente	En la mayoría de las ocasiones escuchó y en muy pocas ocasiones habló	En la mayoría de las ocasiones habló y en muy pocas ocasiones escuchó	Siempre habló y muy pocas veces o nunca escuchó a otros miembros del equipo
MOTIVACIÓN	Promueve la cooperación y participación entre los miembros del equipo	Casi siempre promueve la cooperación y participación entre los miembros del equipo	Pocas veces promueve la cooperación y participación entre los miembros del equipo	Muy pocas veces o nunca promueve la cooperación y participación entre los miembros del equipo

3.3.4. Evaluación del compañero.

3.3.4.1. Instrumento de Evaluación.

INSTRUCCIONES:

- a) Escriba una X en el casillero de la evaluación de acuerdo a la escala planteada
- b) No escriba en dos casilleros, ya que cada ítems tiene una sola respuesta
- c) Use bolígrafo para escribir la X
- d) La tabla de respuestas de la evaluación debe estar completamente llena
- e) Aplica la siguiente escala:

1: Totalmente en desacuerdo; 2: En desacuerdo; 3: De acuerdo; 4: Totalmente de acuerdo

ITEMS	1	2	3	4
Asiste a las actividades de grupo				
Llega puntualmente a las reuniones				
Asiste a clase con el material leído y necesario para avanzar satisfactoriamente en las discusiones de grupo				
Escucha atentamente las presentaciones de los otros compañeros				
Contribuye a las discusiones en grupo				
Tiene dominio sobre la información que se discute				
Aporta información nueva y relevante en las discusiones que lleva a cabo el grupo				
Utiliza recursos apropiados para investigar sobre sus presentaciones				
Presenta argumentos e ideas lógicas				
Comunica ideas e información claramente				
Ayuda a identificar e implantar técnicas en las que el grupo puede funcionar mejor				

CAPÍTULO IV

4.1. Análisis de resultados del proyecto.

4.1.1. Análisis de promedios durante el estudio.

Una vez aplicado el método durante el segundo parcial del tercer trimestre del 2do de Bachillerato paralelo 1 se realiza un análisis de los promedios generales por paralelo durante el estudio, en contraste con los otros tres paralelos de 2do de Bachillerato 2, 3 y 4 testigos de la metodología tradicional. El gráfico muestra lo siguiente:

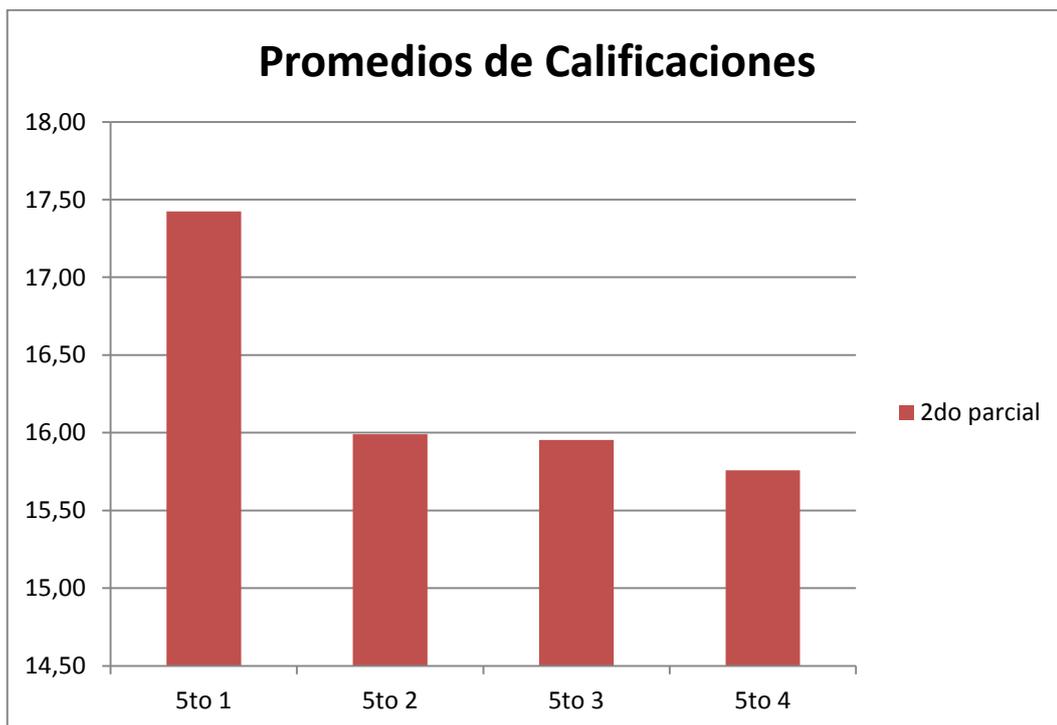


GRÁFICO 3 TITULO: Promedios de calificaciones.

Fuente: Calificaciones de estudiantes del tercer trimestre 2do parcial del Segundo de Bachillerato UESCC

Elaborado por: Christian Armendáriz / Mario Torres

En el segundo parcial del tercer trimestre se obtuvo lo siguiente en cada paralelo; en el 5to 1 donde fue aplicado el método el promedio alcanzado fue de 17,42, mientras que en los grupos que no se aplicó el método como en el 5to 2 se obtuvo un promedio 15,99; en el 5to 3 el promedio fue 15,95 y finalmente en el 5to 4 el promedio alcanzado por los estudiantes es de 15,76; por lo que en el curso donde se aplicó el método se obtuvo un promedio mayor a los paralelos que trabajaron con la metodología tradicional.

Este análisis ayuda a visualizar que la metodología despertó el interés de los estudiantes y ayudó a elevar su promedio académico en el desarrollo del tercer trimestre.

4.1.2. Análisis de la desviación estándar de los promedios



GRÁFICO 4 TITULO: Desviaciones estándar.

Fuente: Calificaciones de estudiantes del tercer trimestre 2do parcial del Segundo de Bachillerato UESCC

Elaborado por: Christian Armendáriz / Mario Torres

Al realizar el análisis de las desviaciones estándar de los paralelos en estudio con respecto al promedio de sus calificaciones del segundo parcial del tercer trimestre, se nota que el 5to 1 tiene una desviación de 1,472; en contraste con los paralelos que no se sometieron al estudio que obtuvieron las siguientes desviaciones: el 5to 2 obtuvo 2,321, así en el 5to 3 la desviación fue de 4,001 y finalmente en el 5to 4 la desviación que obtuvo fue de 3,823.

Para tener una visión más clara de la interpretación de los resultados se realiza una comparación de las medias del grupo uno versus los otros paralelos.

4.2. Prueba de hipótesis para las medias con muestras independientes.

En el estudio de los cuatro paralelos se tiene un paralelo que se sometió al tratamiento y tres que no se sometieron al mismo; por lo que es necesario comparar si las medias del grupo uno es igual con la del grupo dos, tres y cuatro respectivamente.

Donde las hipótesis serían:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

El estadístico de prueba Z que se utilizará es:

$$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}}$$

El error estándar entre las medias muestrales es : $\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$; donde σ_1^2 y σ_2^2 son las dos varianzas poblacionales.

4.2.1. Pruebas de hipótesis del segundo de bachillerato uno y dos.

El resumen de la información de las notas del segundo de bachillerato, se tiene:

	5to 1	5to 2
Media	17,42	15,99
Varianza	2,16605795	5,385717
Desviación Estándar	1,47175336	2,320715
Tamaño	37	36

Se quiere probar si las medias del 5to 1 es igual a la media del 5to 2, en el primer paralelo se aplicó el tratamiento mientras que en el segundo paralelo no se aplicó, para ello se realiza el respectivo análisis. Donde:

H_0 : Media de quinto uno es igual a la media del quinto dos.

H_1 : Media de quinto uno es distinta a la media del quinto dos.

El error estándar de la diferencia entre medias muestrales será:

$$\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{\frac{2,16605}{37} + \frac{5,38572}{36}} = 0,45623$$

$$\text{Por lo que: } Z = \frac{(17,42 - 15,99) - 0}{0,45623} = 3,14027$$

Con un nivel de significancia $\alpha = 5\%$, el valor de Z es $\pm 1,96$, la regla de decisión es: “No rechazar si Z está entre $\pm 1,96$. Rechazar si Z es menor que $-1,96$ o más”.

En donde de acuerdo a los resultados obtenidos, existe evidencia estadística suficiente para rechazar H_0 ; lo que permite afirmar que la media del quinto uno es distinta a la media del quinto dos; así efectivamente en el quinto uno donde se aplicó la metodología obtuvo un mejor promedio versus el quinto dos que fueron los testigos de la metodología tradicional.

Una vez comprobadas las medias del grupo uno y dos se debe comprobar las medias del quinto uno con el quinto tres para realizar el respectivo análisis.

4.2.2. Pruebas de hipótesis del segundo de bachillerato uno y tres.

El resumen de la información de las notas del segundo de bachillerato uno y tres, se tiene:

	5to 1	5to 3
Media	17,42	15,95
Varianza	2,166058	16,00667
Desviación Estándar	1,471753	4,000830
Tamaño	37	36

Se quiere probar si las medias del 5to 1 es igual a la media del 5to 3, en el primer paralelo se aplicó el tratamiento mientras que en el tercer paralelo no se aplicó, para ello se realiza el respectivo análisis. Donde:

H_0 : Media de quinto uno es igual a la media del quinto tres.

H_1 : Media de quinto uno es distinta a la media del quinto tres.

El error estándar de la diferencia entre medias muestrales será:

$$\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{\frac{2,16605}{37} + \frac{16,00668}{36}} = 0,70935$$

Por lo que: $Z = \frac{(17,42 - 15,95) - 0}{0,70935} = 2,07207$

Con un nivel de significancia $\alpha = 5\%$, el valor de Z es $\pm 1,96$, la regla de decisión es: “No rechazar si Z está entre $\pm 1,96$. Rechazar si Z es menor que $-1,96$ o más”.

En donde de acuerdo a los resultados obtenidos, existe evidencia estadística suficiente para rechazar H_0 ; lo que permite afirmar que la media del quinto uno es distinta a la media del quinto tres; así efectivamente en el quinto uno donde se aplicó la metodología obtuvo un mejor promedio versus el quinto tres que fueron los testigos de la metodología tradicional.

Una vez comprobadas las medias del grupo uno y tres se debe comprobar finalmente las medias del quinto uno con el quinto cuatro para realizar el respectivo análisis.

4.2.3. Pruebas de hipótesis del segundo de bachillerato uno y cuatro.

El resumen de la información de las notas del segundo de bachillerato uno y cuatro, se tiene:

	5to 1	5to 4
Media	17,42	15,76
Varianza	2,166058	14,614883
Desviación Estándar	1,471753	3,822942
Tamaño	37	36

Se quiere probar si las medias del 5to 1 es igual a la media del 5to 4, en el primer paralelo se aplicó el tratamiento mientras que en el cuarto paralelo no se aplicó, para ello se realiza el respectivo análisis. Donde:

H_0 : Media de quinto uno es igual a la media del quinto cuatro.

H_1 : Media de quinto uno es distinta a la media del quinto cuatro.

El error estándar de la diferencia entre medias muestrales será:

$$\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{\frac{2,16605}{37} + \frac{14,614883}{36}} = 0,681551$$

$$\text{Por lo que: } Z = \frac{(17,42 - 15,76) - 0}{0,70935} = 2,441733$$

Con un nivel de significancia $\alpha = 5\%$, el valor de Z es $\pm 1,96$, la regla de decisión es: “No rechazar si Z está entre $\pm 1,96$. Rechazar si Z es menor que -1,96 o más”.

En donde de acuerdo a los resultados obtenidos, existe evidencia estadística suficiente para rechazar H_0 ; lo que permite afirmar que la media del quinto uno es distinta a la media del quinto cuatro; así efectivamente en el quinto uno donde se aplicó la metodología obtuvo un mejor promedio versus el quinto cuatro que fueron los testigos de la metodología tradicional.

4.2.4. Pruebas de hipótesis tomando en cuenta un solo promedio.

Se realiza un análisis del grupo que se sometió al tratamiento y a los testigos de la metodología tradicional; para ello se toma en cuenta un solo promedio del grupo que se sometió al tratamiento y un solo promedio de los grupos que fueron testigos.

En donde se plantea la hipótesis:

$$H_0 : \mu_{5to1} = \mu_{5to2, 5to3 \text{ y } 5to4}$$

$$H_1 : \mu_{5to1} \neq \mu_{5to2, 5to3 \text{ y } 5to4}$$

El estadístico de prueba Z que se utilizará es:

$$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sigma_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}}$$

Tomando en cuenta las nuevas consideraciones se obtiene la siguiente tabla a manera de resumen:

	1er parcial
Promedio 5to 1	17,42
Promedio 5to 2, 5to 3 y 4	15,90
Varianza 5to 1	2,166058
Varianza 5to 2, 5to 3 y 4	12,012729
Valor de Z	2,011386
Zeta máximo	1,96
Zeta mínimo	-1,96

Con un nivel de significancia $\alpha = 5\%$, el valor de Z es $\pm 1,96$, la regla de decisión es: “No rechazar si Z está entre $\pm 1,96$. Rechazar si Z es menor que $-1,96$ o más”.

De acuerdo a los resultados obtenidos, existe evidencia estadística suficiente para rechazar H_0 , lo que permite afirmar que las medias son diferentes y que efectivamente se nota un mejor promedio en el grupo que se aplicó el método versus los testigos de la metodología tradicional.

Se ha realizado la comparación de medias de cada uno de los paralelos, el grupo 5to 1 que se aplicó el método es el que obtuvo un mejor desempeño académico, mientras que el promedio de los testigos es menor. Al aplicar las herramientas estadísticas se pudo evidenciar que la media de los paralelos que fueron testigos es menor y distinta comparando con el paralelo que se aplicó el método.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES.

- Existe un gran porcentaje de estudiantes que no tienen habilidad que permita el desempeño favorable en la asignatura de matemática, muchas veces se debe a la metodología tradicional; el pizarrón, marcador, profesor y estudiante; de esta forma no causa motivación por parte de ellos para mejorar su conocimiento en el área.
- El sistema de evaluación del ABP que se aplicó rompe el esquema tradicional de la mayoría de instituciones; partiendo de que el estudiante es el eje principal de la misma.
- En las sesiones de trabajo del ABP, el desarrollo de las actividades permite destacar la integración grupal, ya que al compartir la información entre ellos, aquellos estudiantes que no logran descifrar los objetivos tienen la posibilidad de hacerlo mediante el esquema de trabajo y desarrollo grupal.
- El desarrollo de los talleres del ABP aplicados se convierten en actividades normales, ya que cada grupo logró obtener una evaluación óptima de acuerdo a la rúbrica planteada.
- Enfocar el aprendizaje al desarrollo de problemas con la vida diaria, dado que de esta forma asimila y compara el conocimiento que se está impartiendo a la aplicación práctica del contenido matemático que se esté revisando.
- Realizar el trabajo cooperativo con los estudiantes, en búsqueda de la información necesaria que ayude a la construcción del conocimiento que facilita la comprensión correcta de los contenidos matemáticos.
- Se debe explotar el uso de la tecnología que se tiene actualmente con la ayuda de una correcta planificación de las actividades que se van a desarrollar durante las

clases, de esta manera se aprovecha de los recursos que se poseen enlazando todas las áreas del conocimiento.

- Se comprobó mediante pruebas de hipótesis que la metodología ayudó a la mejor comprensión del tema de matrices en los estudiantes, reflejándose en el aprovechamiento.
- Los resultados permiten concluir que el grupo que aplicó el ABP, logró interpretar, analizar y aplicar los conocimientos adquiridos de manera correcta, demostrado en los promedios parciales y en la evaluación que verifica el conocimiento.

RECOMENDACIONES

- Generar problemas de ABP en todos los niveles de la Educación General Básica, creando círculos de estudio con docentes del Área que permitan la correcta elaboración y aplicación de los mismos.
- Capacitar a los docentes de Matemática y de las demás Ciencias para concientizar que el estudiante debe ser el principal partícipe de la clase; demostrando con casos reales las aplicaciones del contenido que se revise en las clases, de esta forma se genera más interés por aprender un tema determinado.
- Desarrollar la capacidad de la lectura comprensiva en los primeros años de Educación General Básica (EGB), dado que ayudará a que los contenidos matemáticos sean razonados y asimilados correctamente por los estudiantes, permitiendo así un buen desempeño en la materia.
- Trabajar en los procesos de la clase, desde la vinculación de los temas previos hasta la aplicación y el desarrollo de los talleres grupales; esto permite que todos los estudiantes adquieran las habilidades en la resolución de los problemas.
- Enfocar el aprendizaje basado en problemas a los distintos temas del área de matemática; por lo que ayudaría a la mejor comprensión de los contenidos asimilándolos con la realidad, fomentando la participación colectiva, mejora la búsqueda de conocimientos por los distintos medios, para que el trabajo y desarrollo grupal involucre a todos los integrantes del grupo.

BIBLIOGRAFÍA

- Fundamentos de Matemáticas para Bachillerato, ESPOL.
- Escuela para maestros. Enciclopedia de Pedagogía Práctica. Colombia 2005.
- Actualización y Fortalecimiento Curricular para bachillerato. Área de Matemática. 2011. Ministerio de Educación- Ecuador.
- Actualización y Fortalecimiento Curricular de la Educación General Básica. Área de Matemática 2010. Ministerio de Educación- Ecuador.
- PRECALCULO. Michael Sullivan. Cuarta Edición. Pearson Educación.
- Precálculo. Quinta Edición. Matemáticas para el Cálculo. James Stewart – Lothar Ledlin – Saleem Watson.
- Estadística Aplicada a los Negocios y la Economía. Tercera Edición. Allen Webster. Irwin. McGraw Hill.
- Precálculo gráfico, numérico y algebraico. Séptima Edición. Demana, Waits, Foley, Kennedy. Pearson.
- Aplicación de la técnica de Aprendizaje Basado Problemas en un curso de filosofía a nivel preparatoria. Carlos Eduardo Gorotiza Porras. Departamento de Desarrollo Integral. Tecnológico de Monterrey. Publicado el 5 noviembre del 2004.
- Levanthal, S (1999). La filosofía para lograr el aprendizaje significativo y promover el pensamiento crítico en los estudiantes de preparatoria. Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey.
- Las estrategias y técnicas en el rediseño. El aprendizaje basado en problemas como técnica Didáctica. Dirección de Investigación y Desarrollo Educativo, Vicerrectoría Académica, Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey.

ANEXOS

TABLA DE CONTENIDO

DEDICATORIA.....	i
AGRADECIMIENTO.....	ii
DECLARACIÓN EXPRESA.....	iii
FIRMA DEL TRIBUNAL DE GRADO.....	iv
FIRMA DE AUTORES DEL PROYECTO.....	v
TABLA DE CONTENIDO.....	vi
OBJETIVO GENERAL Y ESPECÍFICOS.....	ix
INTRODUCCIÓN.....	x
CAPÍTULO I.....	1
1. El problema.....	1
1.1. Planteamiento del problema.....	1
1.2. Formulación del problema.....	2
1.3. Justificación.....	2
1.4. Aplicación del test psicológico BADYG-M renovado.....	3
1.5. Análisis de promedios.....	4
1.6. Análisis de la desviación estándar de los promedios.....	5
1.7. Pruebas de hipótesis para la diferencia de medias.....	7
CAPÍTULO II.....	11
2.1. Fundamentos Teóricos del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP).....	11
2.1.1. Introducción.....	11
2.1.2. ¿Qué es Aprendizaje Basado en Problemas?.....	12
2.2. Historia del Aprendizaje Basado en Problemas.....	13
2.3. La teoría constructivista como base del ABP.....	13
2.4. Ventajas del Aprendizaje Basado en Problemas.....	15
2.5. Roles de cada integrante del proceso educativo.....	17
2.6. Etapas del Aprendizaje Basado en Problemas.....	17
Etapa 1: “Leer y Analizar el escenario del problema”.....	17
Etapa 2: “Realizar una lluvia de ideas”.....	18
Etapa 3: “Hacer una lista de aquello que se conoce”.....	18
Etapa 4: “Hacer una lista de aquello que se desconoce”.....	18
Etapa 5: “Hacer una lista de aquello que se necesita hacer para resolver el problema”.....	18
Etapa 6: “Definir el problema”.....	18
Etapa 7: “Obtener información”.....	18
Etapa 8: “Presentar resultados”.....	18
Etapa 9: “Retroalimentar”.....	19
2.7. Diseño de Problemas.....	19
2.7.1. Características de los Problemas.....	19
2.8. Tipos de escenarios para tareas en “Aprendizaje Basado en Problemas”.....	20
2.9. Elementos de un problema efectivo en el “Aprendizaje Basado en Problemas”.....	21
“Ejemplo de problema de una clase de Física.....	22
Ejemplo de problema de una clase de Biología.....	22

2.10. Fundamentación teórica de las matrices	23
2.10.1. Historia	23
2.10.2. Introducción	23
2.10.3. Condiciones generales de las matrices:	24
2.10.4. Definición de matriz	24
2.10.5. Orden de una matriz.	25
2.11. Planteo de problemas aplicando operaciones matriciales.	25
2.11.1. Introducción al cálculo de matrices.....	26
2.11.2. Representación:	27
2.11.3. Representación Matricial	28
2.11.4. <i>Comparación de consumos:</i>	29
2.11.5. Operaciones aritméticas con matrices:.....	29
2.11.5.1. <i>Suma:</i>	29
2.11.5.2. <i>Resta.</i>	30
2.11.5.3. <i>Producto escalar.</i>	31
2.11.5.4. <i>Producto de dos matrices</i>	31
CAPÍTULO III.	35
3.1. Guía metodológica del aprendizaje basado en problemas (ABP) en las operaciones matriciales.....	35
3.1.1. Descripción de la aplicación del método.....	35
3.1.2. Proceso de aplicación del aprendizaje basado en problemas.....	37
3.1.2.1. <i>Características deseables en los estudiantes que participan en el “Aprendizaje Basado en Problemas”.</i>	37
3.1.2.2. <i>Responsabilidades de los estudiantes al trabajar con el “Aprendizaje Basado en Problemas”:</i>	38
3.1.3. Enfoque de las operaciones matriciales con el uso del aprendizaje basado en problemas (ABP).....	39
3.2. Actividades con ABP en el estudio de matrices y sus operaciones.	40
3.2.1. Hoja de Ruta:.....	40
3.2.2. Problemas de aplicación.....	42
3.2.2.1. <i>Problema 1:</i>	42
3.2.2.2. <i>Problema 2:</i>	43
3.2.2.3. <i>Problema 3:</i>	45
3.2.2.4. <i>Problema 4:</i>	47
3.3. Evaluaciones y Rúbricas	49
3.3.1. Evaluación de la expresión escrita.	49
3.3.1.1. <i>Instrumento de Evaluación.</i>	49
3.3.1.2. <i>Rúbrica de evaluación de expresión escrita</i>	49
3.3.2. Evaluación de expresión oral.....	50
3.3.2.1. <i>Instrumento de Evaluación.</i>	50
3.3.2.2. <i>Rúbrica de evaluación de expresión oral</i>	51
3.3.3. Evaluación de trabajo en equipo.....	52
3.3.3.1. <i>Instrumento de Evaluación.</i>	52
3.3.3.2. <i>Rúbrica de trabajo en equipo</i>	53
3.3.4. Evaluación del compañero.	55
3.3.4.1. <i>Instrumento de Evaluación.</i>	55
CAPÍTULO IV	56
4.1. Análisis de resultados del proyecto.	56
4.1.1. Análisis de promedios durante el estudio.	56
4.1.2. Análisis de la desviación estándar de los promedios	58

4.2. Prueba de hipótesis para las medias con muestras independientes.....	58
4.2.1. Pruebas de hipótesis del segundo de bachillerato uno y dos.	59
4.2.2. Pruebas de hipótesis del segundo de bachillerato uno y tres.....	60
4.2.3. Pruebas de hipótesis del segundo de bachillerato uno y cuatro.....	61
4.2.4. Pruebas de hipótesis tomando en cuenta un solo promedio.	62
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	64
CONCLUSIONES.....	64
RECOMENDACIONES.....	66
BIBLIOGRAFÍA.....	67
ANEXOS.....	68

ANEXO A

ANEXO A1. RESUMEN PRUEBAS PSICOLÓGICAS

	Segundo bachillerato 1	
	Media	Desviación
Inteligencia General	142,9	18,81
Razonamiento Lógico	74,2	10,11
Relaciones Analógicas	21,97	4,13
Series Numéricas	26,8	3,25
Matrices Lógicas	25,41	4,33
Problemas Numéricos	19,63	5,35
Eficacia	75,47	10
Tamaño	37	

ANEXO A2. RESUMEN PRUEBAS PSICOLÓGICAS

	Segundo bachillerato 2	
	Media	Desviación
Inteligencia General	126,2	26,74
Razonamiento Lógico	67,3	14,49
Relaciones Analógicas	21,5	4,79
Series Numéricas	24,63	5,92
Matrices Lógicas	21,13	6,35
Problemas Numéricos	15,5	7,09
Eficacia	69,47	12,1
Tamaño	36	

ANEXO A3. RESUMEN PRUEBAS PSICOLÓGICAS

	Segundo bachillerato 3	
	Media	Desviación
Inteligencia General	127,4	23,36
Razonamiento Lógico	64,8	12,4
Relaciones Analógicas	19,91	5,54
Series Numéricas	22,97	7,06
Matrices Lógicas	21,91	6,06
Problemas Numéricos	17,55	7,45
Eficacia	67,58	11,9
Tamaño	36	

ANEXO A4. RESUMEN PRUEBAS PSICOLÓGICAS

	Segundo bachillerato 4	
	Media	Desviación
Inteligencia General	126,97	27,84
Razonamiento Lógico	66,57	14,22
Relaciones Analógicas	20,8	5,03
Series Numéricas	23,91	6,21
Matrices Lógicas	21,83	5,57
Problemas Numéricos	16,05	7,79
Eficacia	67,45	14,13
Tamaño	36	

ANEXO B2. RESULTADOS TEST BADyG RENOVADO

Población : 37

Curso: 4 ESO Sección: B Fecha:08/10/2012

CI	1G		RL		1		2		3		4		5		6		7		8		9		RA		EF		
	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC											
5																											
AARON	141	92	65	73	21	54	22	77	22	77	25	73	22	92	29	97	26	77	31	98	32	99	185	95	76	50	
AGNANDO	100	34	46	23	18	34	19	62	9	4	18	27	16	59	20	73	21	50	31	98	30	97	185	95	54	6	
ALX ALI	103	41	49	30	11	6	21	73	17	41	18	27	12	30	24	87	0	1	29	87	28	91	184	94	56	6	
AKIS	141	92	74	92	22	62	23	82	29	99	24	66	23	95	20	73	28	89	31	98	31	98	178	89	79	59	
HAEL S'	159	99	83	98	25	82	28	96	30	99	28	89	19	80	29	97	8	9	32	99	31	98	182	92	87	87	
OSB AM'	139	91	67	80	22	62	18	54	27	97	24	66	23	95	25	89	23	62	31	98	32	99	192	99	72	34	
O ERGAM	136	87	73	89	21	54	29	98	23	85	16	18	20	85	27	95	21	50	32	99	30	97	188	96	72	34	
EL	137	89	76	95	20	50	28	96	28	99	15	13	17	66	29	97	25	73	28	82	32	99	192	99	71	34	
ADRIÁN	159	99	80	98	26	89	26	92	28	99	28	89	23	95	28	96	25	73	28	82	32	99	192	99	83	73	
VEN MA'	174	99	88	99	27	92	32	99	29	99	28	89	28	99	30	99	30	97	27	77	30	97	191	98	91	96	
UEL ALI	138	89	69	82	21	54	24	87	24	89	28	89	15	54	26	92	15	27	32	99	31	98	189	97	73	38	
GREGOI	107	46	45	20	19	41	10	11	16	34	19	34	16	59	27	95	23	62	29	87	29	95	179	89	60	11	
S DANI	149	97	80	98	20	50	31	99	29	99	20	41	19	80	30	99	19	41	25	66	32	99	191	98	78	54	
IER	144	94	82	98	23	70	32	99	27	97	17	23	17	66	28	96	23	62	23	54	32	99	192	99	75	46	
R HUGO	123	70	65	73	23	70	25	89	17	41	18	27	20	85	20	73	29	94	28	82	31	98	187	96	66	23	
DRÉS	155	98	77	96	22	62	29	98	26	95	26	80	23	95	29	97	28	89	30	92	32	99	192	99	81	66	
F KEVIN	122	70	65	73	20	50	27	94	18	50	14	9	14	46	29	97	22	54	25	66	31	98	192	99	64	18	
J ROGI	109	50	51	38	18	34	16	41	17	41	19	34	17	66	22	82	18	34	22	46	32	99	192	99	57	8	
L FARI	155	98	79	97	24	77	29	98	26	95	28	89	19	80	29	97	29	94	26	70	32	99	191	98	81	66	
TON DA	98	34	51	38	12	9	15	38	24	89	17	23	11	23	19	70	17	30	27	77	31	98	190	97	52	5	
UDRÉS	69	4	34	5	15	20	12	20	7	1	21	46	5	4	9	13	27	85	28	82	25	82	192	99	36	1	
	128	80	66	77	24	77	20	66	22	77	21	46	12	30	29	97	23	62	28	82	32	99	191	98	67	23	
INY ALI	114	59	66	77	17	30	26	92	23	85	20	41	6	6	22	82	14	23	27	77	30	97	190	97	60	11	
ROBER'	148	96	81	98	26	89	29	98	26	95	27	85	16	59	24	87	14	23	32	99	32	99	191	98	77	50	
GO HI'	158	99	84	99	28	96	27	94	29	99	27	85	25	98	22	82	21	50	32	99	32	99	190	97	83	73	
DRÉS	165	99	87	99	28	96	28	96	31	99	24	66	26	98	28	96	24	66	31	98	28	91	192	99	86	85	
Q ADR'	130	82	73	89	23	70	22	77	28	99	18	27	16	59	23	85	22	54	31	98	30	97	189	97	69	27	
OKARD'	95	27	53	41	18	34	16	41	19	59	18	27	14	46	10	15	21	50	28	82	31	98	192	99	49	3	
L AND'	152	98	81	98	21	54	31	99	29	99	16	18	26	98	29	97	20	46	30	92	32	99	175	87	87	87	
CRIS'	125	73	64	73	13	11	21	73	30	99	21	46	18	73	22	82	21	50	30	92	30	97	187	96	67	23	
E	124	73	68	82	24	77	25	89	19	59	18	27	14	46	24	87	8	9	13	6	28	91	191	98	65	20	
	114	59	58	54	17	30	19	62	22	77	21	46	12	30	23	85	28	89	28	82	31	98	174	85	66	23	
AARCI	110	50	65	73	15	20	30	99	20	66	16	18	6	6	23	85	20	46	24	59	31	98	192	99	57	8	
DO SAJ	149	97	77	96	23	70	26	92	28	99	25	73	17	66	30	99	26	77	32	99	32	99	192	99	78	54	
EL	150	97	81	98	26	89	26	92	29	99	22	54	24	96	23	85	25	73	32	99	31	98	192	99	78	54	
DRE	107	46	47	23	13	11	10	11	24	89	18	27	16	59	26	92	16	30	26	70	30	97	190	97	56	6	
NÚMERO	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36
MEDIA	131,3	68,10	20,72	23,66	23,66	21,19	17,41	24,63	21,10	28,30	30,70	188,44	69,69														
D. TÍPICA	23,66	13,73	4,52	6,13	5,86	4,36	5,66	5,02	6,51	3,80	1,60	5,00	12,50														
PD MÁXIMA	192	96	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	32	192	97	56	6	

ANEXO B3. RESULTADOS TEST BADyG RENOVADO

Población : 16

Curso: 4 ESO Sección: C Fecha:08/10/2012

CI	IG		RL		1 Rv		2 Rn		3 Re		4 Sv		5 Sn		6 Se		7 Ma		8 Mv		9 De		RA		EF		
	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD
MO	136	87	73	89	25	82	23	82	25	92	26	80	10	20	27	95	21	50	29	87	32	99	189	97	72	34	
	125	73	68	82	20	50	23	82	25	92	17	23	14	46	26	92	24	66	27	77	30	97	179	89	70	30	
THE	133	85	74	92	26	89	24	87	24	89	24	66	12	30	23	85	17	30	28	82	30	97	191	98	70	30	
BRI	80	11	43	15	17	30	19	62	7	1	17	23	6	6	14	38	16	30	24	59	31	98	180	92	44	1	
RIQ	137	89	70	85	29	98	20	66	21	73	25	73	18	73	24	87	17	30	30	92	32	99	191	98	72	34	
ES	130	82	68	82	23	70	26	92	19	59	22	54	14	46	26	92	24	66	19	34	29	95	190	97	68	27	
O I:	136	87	67	80	20	50	26	92	21	73	24	66	20	85	25	89	18	34	10	3	31	98	188	96	72	34	
IEL	158	99	84	99	26	89	30	99	28	99	26	80	22	92	26	92	20	46	30	92	32	99	192	99	82	70	
L	147	95	77	96	26	89	24	87	27	97	27	85	18	73	25	89	21	50	27	77	32	99	192	99	77	50	
NTI	107	46	59	59	17	30	20	66	22	77	19	34	14	46	15	46	22	54	31	98	29	95	191	98	56	6	
IEL	148	96	72	87	20	50	26	92	26	95	28	89	23	95	25	89	19	41	30	92	31	98	192	99	77	50	
	120	66	59	59	15	20	23	82	21	73	21	46	16	59	24	87	24	66	25	66	32	99	192	99	62	15	
	135	87	71	87	24	77	25	89	22	77	24	66	19	80	21	77	31	99	28	82	32	99	191	98	71	34	
NÚMERO	13		13		13		13		13		13		13		13		13		13		13		13		13		
MEDIA	130,2		68,10		22,15		23,76		22,15		23,07		15,84		23,15		21,10		26,00		31,00		189,08		68,69		
D. TÍPICA	19,80		10,06		4,29		3,00		5,28		3,63		4,84		4,14		4,07		5,78		1,20		4,40		9,90		
PD MÁXIMA	192		96		32		32		32		32		32		32		32		32		32		192		100		

ANEXO B4. RESULTADOS TEST BADyG RENOVADO

		Población : 33														Curso: 4 ESO Sección: A Fecha:08/10/2011										
CI	IG		RL		1 Rv		2 Rn		3 Re		4 Sv		5 Sn		6 Se		7 Ma		8 My		9 De		RA		EF	
	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC
RO	144	94	82	98	28	96	29	98	25	92	19	34	16	59	27	95	18	34	26	70	32	99	192	99	75	46
EL	137	89	72	87	28	96	21	73	23	85	21	46	18	73	26	92	21	50	31	98	31	98	192	99	71	34
BRIEL	154	98	80	98	22	62	30	99	28	99	21	46	23	95	30	99	20	46	31	98	32	99	192	99	80	62
NDRO 1	116	62	55	50	21	54	22	77	12	11	19	34	18	73	24	87	18	34	24	59	30	97	191	98	61	13
LEERM	130	82	62	66	22	62	19	62	21	73	24	66	17	66	27	95	19	41	29	87	26	87	192	99	68	27
LEXAN	116	62	59	59	20	50	21	73	18	50	19	34	15	54	23	85	16	30	25	66	30	97	187	96	62	15
JOSHU	102	38	53	41	17	30	21	73	15	27	22	54	12	30	15	46	19	41	28	82	29	95	192	99	53	5
NDRE	156	98	84	99	27	92	30	99	27	97	23	62	20	85	29	97	17	30	22	46	32	99	192	99	81	66
ALBJA	127	77	70	85	24	77	25	89	21	73	20	41	16	59	21	77	17	30	29	87	32	99	192	99	66	23
ENRIQ	133	85	71	87	19	41	30	99	22	77	20	41	16	59	26	92	22	54	23	54	31	98	192	99	69	27
O ISM	124	73	75	94	23	70	29	98	23	85	15	13	13	34	21	77	18	34	21	41	25	82	191	98	65	20
NCISO	137	89	71	87	22	62	25	89	24	89	21	46	23	95	22	82	10	13	24	59	31	98	192	99	71	34
ARDO	144	94	74	92	19	41	29	98	26	95	26	80	16	59	28	96	17	30	29	87	32	99	177	89	81	66
O SER	130	82	69	82	22	62	26	92	21	73	19	34	18	73	24	87	20	46	29	87	32	99	192	99	68	27
NÚMERO	14		14		14		14		14		14		14		14		14		14		14		14		14	
MEDIA	132,14		69,80		22,42		25,50		21,85		20,64		17,21		24,50		18,00		26,50		30,40		190,43		69,36	
D. TÍPICA	14,95		9,55		3,36		4,05		4,47		2,64		3,19		3,95		2,85		3,34		2,30		4,10		8,10	
PD MÁXIMA	192		96		32		32		32		32		32		32		32		32		32		192		100	

ANEXO B5. RESULTADOS TEST BADyG RENOVADO

Población : 37

Curso: 4 ESO Sección: A Fecha:08/10/2012

CI	IG		RL		1 Rv		2 Rn		3 Re		4 Sv		5 Sn		6 Se		7 Ma		8 Mv		9 De		RA		EF	
	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC	PD	PC
RHANI	140	91	73	89	21	54	23	82	29	99	24	66	23	95	20	73	28	89	31	98	31	98	178	89	79	59
	90	20	50	34	12	9	15	38	23	85	14	9	10	20	16	50	15	27	30	92	30	97	192	99	47	2
	163	99	86	99	27	92	29	98	30	99	29	95	18	73	30	99	24	66	26	70	32	99	192	99	85	82
JEO	139	91	74	92	22	62	27	94	25	92	23	62	23	95	19	70	24	66	24	59	31	98	192	99	72	34
FOPHI	126	77	58	54	16	23	22	77	20	66	17	23	25	98	26	92	14	23	23	54	32	99	191	98	66	23
ANDRI	107	46	55	50	20	50	19	62	16	34	18	27	11	23	23	85	17	30	20	38	27	89	191	98	56	6
SABR.	146	95	80	98	23	70	28	96	29	99	21	46	18	73	27	96	27	85	26	70	32	99	190	97	77	50
CANDI	134	87	59	59	28	96	14	30	17	41	26	80	23	95	26	92	25	73	2	1	32	99	192	99	70	30
	118	62	56	50	18	34	19	62	19	59	23	62	18	73	21	77	15	27	29	87	31	98	178	89	66	23
3 IV.	116	62	53	41	21	54	19	62	13	15	26	80	14	46	23	85	22	54	30	92	29	95	186	96	62	15
JARDI	136	87	68	82	25	82	17	50	26	95	23	62	18	73	27	95	11	15	30	92	31	98	184	94	74	41
ANTOI	123	70	67	80	20	50	27	94	20	66	19	34	15	54	22	82	15	27	27	77	29	95	188	96	65	20
NÚMERO	12		12		12		12		12		12		12		12		12		12		12		12		12	
MEDIA	128,2		64,90		21,08		21,58		22,25		21,91		18,00		23,33		19,80		24,80		30,60		187,83		68,25	
D. TÍPICA	19,23		11,51		4,50		5,21		5,61		4,29		4,88		4,00		5,83		7,93		1,60		5,30		10,40	
PD MÁXIMA	192		96		32		32		32		32		32		32		32		32		32		192		100	

ANEXO B6. RESULTADOS TEST BADyG RENOVADO

		Población : 33												Curso: 4 ESO Sección: B				Fecha:08/10/2012								
CI	IG		RL		1		2		3		4		5		6		7		8		9		RA		EF	
	FD	PC	FD	PC	FD	PC	FD	PC	FD	PC	FD	PC	FD	PC	FD	PC	FD	PC	FD	PC	FD	PC	FD	PC	FD	PC
ENSOI	131	82	69	82	18	34	28	96	23	85	21	46	12	30	29	97	14	23	32	99	32	99	192	99	68	27
POLEN	181	99	92	99	29	98	32	99	31	99	31	99	28	99	30	99	30	97	30	92	32	99	192	99	94	99
SNONY	130	82	68	82	18	34	29	98	21	73	22	54	12	30	28	96	15	27	26	70	31	98	179	89	73	38
DO AI	133	85	69	82	16	23	29	98	24	89	23	62	16	59	25	89	21	50	27	77	32	99	192	99	69	27
V	142	92	76	95	29	98	27	94	20	66	25	73	18	73	23	85	25	73	31	98	32	99	192	99	74	41
LEXAI	159	99	88	99	26	89	32	99	30	99	25	73	20	85	26	92	24	66	32	99	32	99	191	98	83	73
LEONE	107	46	55	50	26	89	10	11	19	59	21	46	10	20	21	77	14	23	20	38	32	99	182	92	59	11
Y ANI	126	77	71	87	20	50	25	89	26	95	17	23	12	30	26	92	16	30	30	92	32	99	189	97	67	23
RICAI	91	23	48	27	13	11	20	66	15	27	15	13	8	11	20	73	17	30	17	20	31	98	177	89	51	4
MDAI	141	92	75	94	19	41	30	99	26	95	23	62	14	46	29	97	17	30	31	98	31	98	191	98	74	41
S ANI	131	82	72	87	22	62	25	89	25	92	18	27	12	30	29	97	16	30	23	54	32	99	192	99	68	27
IS	126	77	69	82	21	54	23	82	25	92	19	34	10	20	28	96	15	27	28	82	32	99	192	99	66	23
ER OI	115	59	64	73	14	15	29	98	21	73	12	5	16	59	23	85	11	15	30	92	31	98	179	89	64	18
OGARO	125	73	64	73	21	54	19	62	24	89	14	9	18	73	29	97	16	30	25	66	32	99	192	99	65	20
LD NI	145	95	74	92	20	50	31	99	23	85	24	66	23	95	24	87	19	41	27	77	32	99	192	99	76	50
QUE	143	94	74	92	21	54	30	99	23	85	25	73	22	92	22	82	24	66	30	92	32	99	181	92	79	59
DO	66	3	44	18	21	54	19	62	4	1	9	1	0	1	13	34	11	15	28	82	32	99	191	98	35	1
STIAN	168	99	89	99	27	92	31	99	31	99	24	66	26	98	29	97	26	77	32	99	32	99	192	99	88	89
RES	168	99	86	99	30	99	27	94	29	99	28	89	25	98	29	97	23	62	32	99	30	97	188	96	89	92
	148	96	77	96	21	54	28	96	28	99	22	54	19	80	30	99	19	41	22	46	30	97	188	96	79	59
	146	95	73	89	25	82	29	98	19	59	24	66	23	95	26	92	13	20	26	70	32	99	192	99	76	50
	144	94	71	87	19	41	26	92	26	95	21	46	23	95	29	97	21	50	32	99	32	99	188	96	77	50
NÚMERO	22		22		22		22		22		22		22		22		22		22		22		22		22	
MEDIA	134,8		71,30		21,63		26,31		23,31		21,04		16,68		25,81		18,50		27,80		31,60		188,36		71,55	
D. TÍPICA	25,53		11,97		4,72		5,34		5,96		5,22		6,86		4,20		5,14		4,24		0,70		5,10		12,90	
PD MÁXIMA	192		96		32		32		32		32		32		32		32		32		32		192		100	

ANEXO C			
NOTAS DE SEGUNDO DE BACHILLERATO			
5TO 1	5TO 2	5TO 3	5TO 4
17,33	13,33	20,00	13,33
16,67	16,00	16,00	0,00
18,67	10,67	20,00	16,00
16,67	20,00	18,00	12,00
16,00	14,00	17,00	18,67
15,33	16,00	18,33	18,67
18,67	14,00	20,00	10,67
16,67	16,00	15,00	20,00
18,00	14,00	18,00	14,00
16,67	19,00	14,00	14,00
19,33	17,33	18,33	14,00
15,33	18,67	17,00	17,33
16,67	14,00	15,00	18,67
19,33	13,33	14,00	16,00
18,00	15,00	12,00	16,00
17,33	20,00	14,00	20,00
19,33	20,00	8,33	13,00
16,00	14,00	20,00	14,00
18,67	14,67	20,00	20,00
18,00	14,67	13,00	16,00
18,00	15,00	15,00	14,67
16,67	20,00	13,00	18,67
18,67	20,00	20,00	14,67
16,67	14,67	20,00	20,00
14,67	17,33	11,67	13,33
19,33	13,33	20,00	17,33
15,33	15,00	17,00	18,67
18,67	16,00	15,00	17,33
18,00	18,00	8,00	14,67
19,33	17,33	18,33	20,00
19,33	17,33	3,33	20,00
16,00	14,00	20,00	12,00
14,00	16,00	10,00	13,33
19,33	14,67	18,00	13,00
18,67	15,00	18,00	18,67
16,67	17,33	19,00	18,67
16,67			

**ANEXO D.
FOTOS DURANTE LAS SESIONES DE TRABAJO.**

Tipos de Matrices

* **MATRIZ FILA:** ESTA CONSTITUIDA POR: $(2 \ 3 \ -1)$ UNA FILA

* **MATRIZ COLUMNA:** TIENE UNA SOLA COLUMNA: $\begin{pmatrix} -9 \\ 1 \end{pmatrix}$

* **MATRIZ RECTANGULAR:** TIENE DISTINTO NÚMERO DE FILAS QUE DE COLUMNAS, CON DIMENSIÓN $M \times N$: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 9 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

* **MATRIZ CUADRADA:** TIENE EL MISMO NÚMERO DE FILAS QUE DE COLUMNAS $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 3 & 6 & 5 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$

* **MATRIZ NULA:** TODOS LOS ELEMENTOS SON CEROS. $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

* **MATRIZ TRIANGULAR SUPERIOR:** LOS ELEMENTOS SITUADOS POR DEBAJO DE LA DIAGONAL SON CEROS $\begin{pmatrix} 1 & 7 & -2 \\ 0 & -3 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

* **MATRIZ TRIANGULAR INFERIOR:** SUS ELEMENTOS SITUADOS POR ENCIMA DE LA DIAGONAL PRINCIPAL SON CEROS $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

* **MATRIZ DIAGONAL:** SUS ELEMENTOS SITUADOS POR ENCIMA Y POR DEBAJO DE LA DIAGONAL PRINCIPAL SON NULOS $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$

Clases de Matrices

Rectangular: Tiene distintos números de filas que de columnas siendo su dimensión $M \times N$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 9 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

CUADRADA: TIENE EL MISMO NÚMERO DE FILAS QUE DE COLUMNAS

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 3 & 6 & 5 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

NULA: TODOS LOS ELEMENTOS SON 0

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

TRIANGULAR: SI TODAS LAS ENTRADAS BAJO LA DIAGONAL SON IGUALES A 0

$$\begin{pmatrix} 1 & 7 & -2 \\ 0 & -3 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

DIAGONAL: TODOS LOS ELEMENTOS SITUADOS ARriba y ABAJO DE LA DIAGONAL SON NULOS

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

ESCALAR: DONDE LOS ELEMENTOS DE LA DIAGONAL PRINCIPAL SON IGUALES

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

IDENTIDAD: ES UNA MATRIZ CUADRADA DE LA DIAGONAL PRINCIPAL SON IGUALES A 1

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

TRASPUESTA: SE DA DE UNA MATRIZ A OBTIENE CAMBIANDO LOS FILAS POR LAS COLUMNAS

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$A^T = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 3 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

SIMÉTRICAS: SE DICE QUE ES SIMÉTRICA SI $A^T = A$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -5 & 6 & 3 \\ 5 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ -3 & 0 & 3 \\ 4 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ORTOGONALES: SE DICE QUE A ES ORTOGONAL SI QUE UNA MATRIZ A EN CUADRADA SUELE SER $AA^T = I$

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix}$$

SI A ES ORTOGONAL EUNITARIA:

$$AA^T = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 & c_6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$







