



# ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

## FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

<b>AÑO:</b>	2017	<b>PERIODO:</b>	Segundo Término
<b>MATERIA:</b>	ESTADÍSTICA	<b>PROFESORES:</b>	Cardenas N/Cevallos L./Cevallos H./Crow P./García S./Gonzalez S./Pambapaby J./Sanchez J./Salazar V/Ugarte J.
<b>EVALUACIÓN:</b>	PRIMERA	<b>FECHA:</b>	Jueves 30 de Noviembre 2017

### COMPROMISO DE HONOR

Yo, ..... al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora *sencilla, ordinaria* para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada. **Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.**

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

**Firma** ..... **NÚMERO DE MATRÍCULA:**.....**PARALELO:**.....

#### TEMA 1: (20 PUNTOS)

Una entidad bancaria dispone de 11 sucursales en el territorio nacional y ha observado el número de empleados que hay en cada una de ellas para un estudio posterior. Las observaciones obtenidas han sido:

15	16	9	10	10	11	12	13	14	15	11
----	----	---	----	----	----	----	----	----	----	----

- a) Construya una tabla de frecuencia de 4 intervalos  
b) Grafique la Ojiva

- c) Calcular el número medio de empleados y su desviación  
d) Calcule la mediana, moda y el  $P_{20}$   
e) Interprete los resultados del numeral c y d

#### TEMA 2: (15 PUNTOS)

Sea X una variable aleatoria  $N(20,1)$

- a) Determine el percentil “veinticinco” y el “noventa y tres” de X.  
b) Si se desea mantener la media de la distribución y que el percentil quinto sea 19 ¿Cuál debe ser el valor de la varianza?

#### TEMA 3: (15 PUNTOS)

El sistema de dirección de un cohete trabaja en forma correcta con una probabilidad  $p$  cuando se pone a funcionar. Se instalan sistemas de respaldo independientes, pero idénticos, en el cohete de modo que la probabilidad de que al menos un sistema trabaje en forma correcta cuando se necesite sea no menor que 0.99. Sea  $n$  el número de sistemas de dirección en el cohete. ¿Qué tan grande debe ser  $n$  para alcanzar la probabilidad especificada de que al menos trabaje un sistema de dirección si  $p = 0.9$ .

#### TEMA 4: (15 PUNTOS)

En una estantería hay 60 novelas y 20 libros de poesía. Una persona A elige un libro al azar de la estantería y se lo lleva. A continuación, otra persona B elige otro libro al azar.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que el libro seleccionado por B sea una novela?  
b) Si se sabe que B eligió una novela, ¿Cuál es la probabilidad que el libro seleccionado por A sea una poesía?

#### TEMA 5: (20PUNTOS)

El tiempo T de Supervivencia se lo utiliza para determinar la probabilidad de que un individuo viva más allá de un tiempo especificado a partir de que la enfermedad es diagnosticada. Si por ejemplo  $f(t)$  es la densidad del tiempo T entonces se define la Función de Supervivencia como:

$$P(T > t) = 1 - F(t) = 1 - \int_0^t f(t)dt$$

El Soporte de T es  $S = \{t \in \mathbb{R} / t > 0\}$ . Si el tiempo de sobrevivencia, a partir de que la enfermedad es diagnosticada es una variable T que es Exponencial con parámetro  $\beta = 2.3$  años.

- Encuentre la probabilidad de que una persona sobreviva más de 1.5 años a partir de la detección de la misma.
- Si se analiza a un grupo de 20 personas que han sido diagnosticadas con una enfermedad. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos uno de ellos sobreviva más de 1.5 años?

**TEMA 6: (15 PUNTOS)**

Existen 20 personas, de los cuales 15 son universitarios. 8 pertenecen a una federación y de estos últimos 4 son universitarios.,

- Si se toma al azar un persona encuentre la probabilidad que no sea universitario ni pertenezca a una federación
- Si se toma al azar un persona encuentre la probabilidad que no pertenezca a un federación dado que es universitario
- Si se selecciona 5 personas al azar, encuentre la probabilidad que tres de ellos pertenezcan a una federación y dos no.

**Tablas de la Normal**

TABLA Probabilidades de una Normal Estándar										
z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06	,07	,08	,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

## ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

### FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

<b>AÑO:</b> 2017	<b>PERIODO:</b> SEGUNDO TÉRMINO
<b>MATERIA:</b> ESTADÍSTICA	<b>PROFESORES:</b> Cardenas N/Cevallos L./Cevallos H./Crow P./García S./Gonzalez S./Pambapaby J./Sanchez J./Salazar V/Ugarte J.
<b>EVALUACIÓN:</b> PRIMERA	<b>FECHA:</b> Jueves 29 de Junio 2017

#### TEMA 1: (20 PUNTOS)

Una entidad bancaria dispone de 11 sucursales en el territorio nacional y ha observado el número de empleados que hay en cada una de ellas para un estudio posterior. Las observaciones obtenidas han sido:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
15	16	9	10	10	11	12	13	14	15	11

- a) Construya la tabla de frecuencia (de 4 intervalos)
- b) Construya la ojiva
- c) Calcular el número medio de empleados y su desviación
- d) Calcule la mediana, moda y el  $P_{20}$
- e) Interprete los resultados del numeral c y d

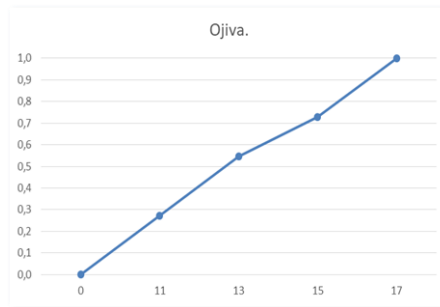
a) Construya la tabla de frecuencia (no más de 4 intervalos) - **4 puntos.**

Nivel	Insuficiente	Regular	Satisfactorio	Excelente
<b>Criterios</b>	No realiza cálculo alguno.	Identifica los campos que se requieren en una tabla de frecuencia, Establece el cálculo en cada uno de ellos	Define todos los campos y sus cálculos. Toma en consideración que los intervalos los intervalos sean exhaustivos, que entre ellos sean mutuamente excluyentes y de igual longitud.	Considera las condiciones que debe de cumplir y Proporciona los cálculos correctos.
<b>Puntos</b>	0	1	3	4

Clase	Intervalo	Marca de clase	Frecuencia	Frecuencia relativa	Frecuencia acumulada	Frecuencia acumulada relativa
1	9 - 11	10	3	0,273	3	0,273
2	11 - 13	12	3	0,273	6	0,545
3	13 - 15	14	2	0,182	8	0,727
4	15 - 17	16	3	0,273	11	1
			11			

b) Construya la Ojiva -

Nivel	Insuficiente	Regular	Satisfactorio	Excelente
<b>Criterios</b>	No realiza cálculo alguno.	Bosqueja la gráfica pero no sustenta sus cálculos	define correctamente las coordenadas a graficar en la Ojiva	Realiza gráfica, sustentando los cálculos, representa correctamente en el plano cartesiano los puntos a graficar en la Ojiva
<b>Puntos</b>	0	0	3	4



c) La Media 2.pts, La desviación estándar 2.pts

Nivel	Insuficiente	Regular	Satisfactorio	Excelente
		No realiza cálculo alguno.	Identifica lo que se solicita. Planea el cálculo de forma correcta (Utilizando datos agrupados o no agrupados)	Proporciona los valores correctos.
<b>Criterios</b>	No realiza cálculo alguno.	No realiza cálculo alguno.		
<b>Puntos</b>	0	0	1	2

Datos no agrupados: **Media:** 12,364 , **Desviación:** 2,26

d) Cada solicitud 1.33

Nivel	Insuficiente	Regular	Satisfactorio	Excelente
		No realiza cálculo alguno.	Identifica lo que se solicita. Planea el cálculo de forma correcta (Utilizando datos agrupados/ no agrupados o los estima a través de la Ojiva)	Proporciona los valores correctos.
<b>Criterios</b>	No realiza cálculo alguno.	No realiza cálculo alguno.		
<b>Puntos</b>	0	0	1	1.33

Datos no agrupados: **Mediana:** 12, **Moda:** 10, 11 y 15, **P<sub>20</sub>:** 10

e)

Nivel	Insuficiente	Regular	Satisfactorio	Excelente
			Proporciona una interpretación que obedece a definir el cálculo o el significado del indicador.	Acorde al contexto del problema Interpreta correctamente lo solicitado
<b>Criterios</b>	No hay interpretación de resultados			
<b>Puntos</b>	0	0	3.	4

## TEMA 2: (15 PUNTOS)

Sea  $X$  una variable aleatoria  $N(20,1)$

- Determine el percentil “veinticinco” y el “noventa y tres” de  $X$ .
- Si se desea mantener la media de la distribución y que el percentil quinto sea 19 ¿Cuál debe ser el valor de la varianza?

$$a. - P_{25} = 19.325 \quad P_{93} = 21.48$$

Nivel	Insuficiente	Regular	Satisfactorio	Excelente
Criterios	No realiza cálculo alguno.	Hace planteo demostrando saber el concepto de estandarización	Plantea correctamente el percentil pero se equivoca en el cálculo	Realiza correctamente el cálculo
Puntos	0	2	3	7

$$b. - \sigma = 0.608 \quad \sigma^2 = 0.369$$

Nivel	Insuficiente	Regular	Satisfactorio	Excelente
Criterios	No realiza cálculo alguno.	Hace planteo demostrando saber el concepto de estandarización	Plantea correctamente el percentil pero se equivoca en el cálculo de varianza	Realiza correctamente el cálculo
Puntos	0	2	3	8

## TEMA 3: (15 PUNTOS)

El sistema de dirección de un cohete trabaja en forma correcta con una probabilidad  $p$  cuando se pone a funcionar. Se instalan sistemas de respaldo independientes, pero idénticos, en el cohete de modo que la probabilidad de que al menos un sistema trabaje en forma correcta cuando se necesite sea no menor que 0.99. Sea  $n$  el número de sistemas de dirección en el cohete. ¿Qué tan grande debe ser  $n$  para alcanzar la probabilidad especificada de que al menos trabaje un sistema de dirección si  $p = 0.9$ .

Sea  $X$  el número de sistemas que trabajan en forma correcta. Si los sistemas son idénticos e independientes,  $X$  tiene distribución binomial. Así.

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \binom{n}{0} p^0 (1-p)^n \\ = 1 - (1-p)^n$$

Las condiciones especifican que  $n$  debe ser tal que  $P(X \geq 1) = 0.99$  o más

$$P(X \geq 1) = 1 - (1-0.9)^n \geq 0.99 \\ = 1 - (0.1)^n \geq 0.99 \\ 1 - 0.99 \geq (0.1)^n \\ (0.1)^n \leq 0.01 \\ n \ln(0.1) \leq \ln(0.01) \\ n \leq \frac{\ln(0.01)}{\ln(0.1)} \leq 2$$

Por lo tanto,  $n = 2$ . Es decir, si se instalan dos sistemas de dirección se satisfarán las especificaciones.

Nota: No se puede alcanzar exactamente la probabilidad 0.99 porque  $Y$  sólo puede tomar valores enteros.

Nivel	Insuficiente	Regular	Satisfactorio	Excelente
Criterios	No desarrolla procesos coherentes	Identifica correcta que el número de sistemas que funcionan ( $X$ ) tienen distribución binomial, pero comete errores al plantear la probabilidad $P(x \geq 1)$	Identifica correcta que el número de sistemas que funcionan ( $X$ ) tienen distribución binomial y plantea correctamente la probabilidad $P(x \geq 1)$ , pero comete errores al encontrar el valor de $n$	Realiza correctamente el cálculo de $n$
Puntos	0	5	6-10	15

## TEMA 4: (15 PUNTOS)

En una estantería hay 60 novelas y 20 libros de poesía. Una persona A elige un libro al azar de la estantería y se lo lleva. A continuación, otra persona B elige otro libro al azar.

- ¿Cuál es la probabilidad de que el libro seleccionado por B sea una novela?
- Si se sabe que B eligió una novela, ¿Cuál es la probabilidad que el libro seleccionado por A sea una poesía?

Solución:

Defínase los eventos:

Na: La persona A selecciona una novela

Nb: La persona B selecciona una novela

Pa: La persona A selecciona una poesía

Pb: La persona B selecciona una poesía

$$1)P(Nb)=P(Nb\setminus Na)P(Na)+P(Nb\setminus Pa)P(Pa)=59/79*60/80+60/79*20/80=0.75$$

$$2)P(Pa\setminus Nb)=(60/79*20/80)/0.75=0.2531$$

Nivel	Insuficiente	Regular	Satisfactorio	Excelente
	No realiza cálculo alguno	Define los eventos Propone un método para el cálculo de la probabilidad solicitada válida.	Calcula correctamente la probabilidad total y Bayes.	Realiza los cálculos correctos
<b>Criterios</b>				
<b>Puntos</b>	0	5	6-10	15

### TEMA 5: (20PUNTOS)

El tiempo T de Supervivencia se lo utiliza para determinar la probabilidad de que un individuo viva más allá de un tiempo especificado a partir de que la enfermedad es diagnosticada. Si por ejemplo f(t) es la densidad del tiempo T entonces se define la Función de Supervivencia como:

$$P(T > t) = 1 - F(t) = 1 - \int_0^t f(t)dt$$

El Soporte de T es  $S = \{t \in \mathbb{R} / t > 0\}$ . Si el tiempo de supervivencia, a partir de que la enfermedad es diagnosticada es una variable T que es Exponencial con parámetro  $\beta = 2.3$  años.

a.- Encuentre la probabilidad de que una persona sobreviva más de 1.5 años a partir de la detección de la misma.

b.- Si se analiza a un grupo de 20 personas que han sido diagnosticadas con una enfermedad. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos uno de ellos sobreviva más de 1.5 años?

RESOLUCIÓN

a)

T es una variable exponencial cuya función de densidad es:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{e^{-t/2.3}}{2.3}, & t > 0 \\ 0, & \text{resto de } t \end{cases} \quad F(t) = \begin{cases} 1 - \frac{e^{-t/2.3}}{2.3}, & t < 0 \\ 0, & \text{resto de } t \end{cases}$$

$$P(T > 1.5) = 1 - F(1.5) = 1 - \left[1 - e^{-\frac{1.5}{2.3}}\right] = e^{-\frac{1.5}{2.3}} = 0.5209$$

Nivel	Insuficiente	Regular	Satisfactorio	Excelente
	No realiza cálculo alguno	Plantea correctamente la f(t)	Plantea correctamente F(t) y valores a evaluar pero no calcula correctamente la probabilidad.	Obtiene el resultado correcto.
<b>Criterios</b>				
<b>Puntos</b>	0	4	6	10

b) Suceso: Una persona sobreviva más de 1.5 años

P(suceso): 0.5209

Variable aleatoria Binomial (20, 0.5209)

$$P(X \geq 1) = 1 - \left[ \binom{20}{0} 0.5209^0 (1 - 0.5209)^{20} \right]$$

$$P(X \geq 1) = 1 - 0.00000040599$$

$$P(X \geq 1) = 0.99999959400$$

Nivel	Insuficiente	Regular	Satisfactorio	Excelente
<b>Criterios</b>	No realiza cálculo alguno	Plantea correctamente la variable aleatoria y el suceso.	Plantea correctamente la variable aleatoria y valores a evaluar pero no obtiene el resultado correcto.	Obtiene la probabilidad correcta.
<b>Puntos</b>	0	4	6	10

### TEMA 6: (15 PUNTOS)

Existen 20 personas, de los cuales 15 son universitarios. 8 pertenecen a una federación y de estos últimos 4 son universitarios.,

- Si se toma al azar un persona encuentre la probabilidad que no sea universitario ni pertenezca a una federación
- Si se toma al azar un persona encuentre la probabilidad que no pertenezca a un federación dado que es universitario
- Si se selecciona 5 personas al azar, encuentre la probabilidad que tres de ellos pertenezcan a una federación y dos no.

PERSONAS	Universitarios	No universitario	
Federados	4	4	8
No Federado	11	1	12
	15	5	20

- $1/20$
- $\frac{11}{15}$
- $\frac{\binom{8}{3} \times \binom{12}{2}}{\binom{20}{5}}$

Cada literal vale 5 puntos

Nivel	Insuficiente	Regular	Satisfactorio	Excelente
<b>Criterios</b>	No realiza cálculo alguno	Plantea correctamente la variable aleatoria y el suceso.	Plantea la correcta forma de calcular las probabilidades que se solicitan.	Proporciona los valores correctos
<b>Puntos</b>	0	0	3	5