



ESPOL
"Impulsando la sociedad del conocimiento"

Primera Evaluación Mecánica Vectorial

29 de junio del 2018

Instrucciones de la evaluación

- El documento consta de 2 hojas con 4 ejercicios independientes.
 - La prueba dura 2 HORAS.
 - Se permiten únicamente calculadoras científicas básicas.
 - Los dispositivos electrónicos y otros documentos están estrictamente prohibidos y provocarán la anulación de la prueba.
 - Las respuestas deben estar escritas con pluma (no se aceptan reclamos por respuestas a lápiz)
-

Nombre:

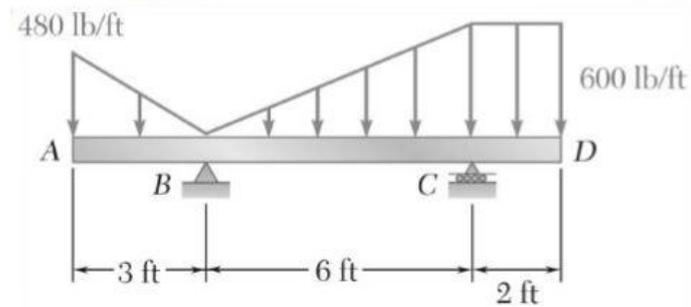
Matrícula:

Firma:

Paralelo:

Problema 1: Vigas (30%)

Para la viga y las cargas mostrados en la figura, determine:



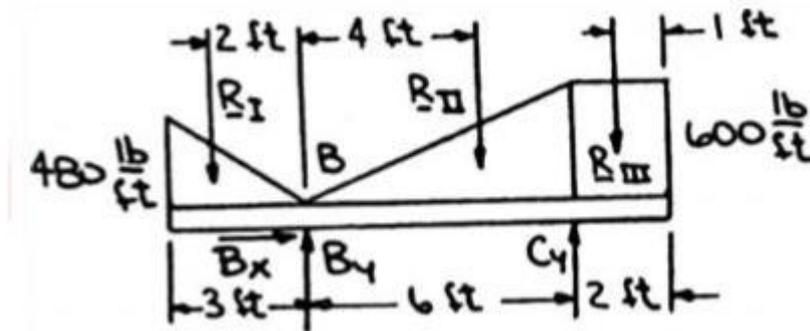
1.1 La magnitud y la localización de la fuerza resultante de cada carga distribuida.

$$R_I = \frac{1}{2}(3\text{ ft})(480\text{ lb/ft}) = 720\text{ lb} \Rightarrow \text{aplicado en } \frac{2}{3}\overline{AB} = 2\text{ ft desde B}$$

$$R_{II} = \frac{1}{2}(6\text{ ft})(600\text{ lb/ft}) = 1800\text{ lb} \Rightarrow \text{aplicado en } \frac{2}{3}\overline{BC} = 4\text{ ft desde B}$$

$$R_{III} = (2\text{ ft})(600\text{ lb/ft}) = 1200\text{ lb} \Rightarrow \text{aplicado en } \frac{1}{2}\overline{CD} = 1\text{ ft desde D}$$

1.2 El diagrama de cuerpo libre de la viga



1.3 Las reacciones en los apoyos de la viga

$$\rightarrow \Sigma F_x = 0: B_x = 0$$

$$\curvearrowright \Sigma M_B = 0: (2\text{ ft})(720\text{ lb}) - (4\text{ ft})(1800\text{ lb}) + (6\text{ ft})C_y - (7\text{ ft})(1200\text{ lb}) = 0$$

$$C_y = 2360\text{ lb}$$

$$\mathbf{C} = 2360\text{ lb} \uparrow$$

$$\uparrow \Sigma F_y = 0: -720\text{ lb} + B_y - 1800\text{ lb} + 2360\text{ lb} - 1200\text{ lb} = 0$$

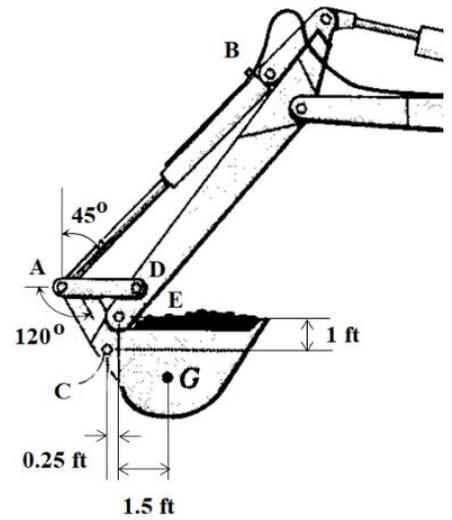
$$B_y = 1360\text{ lb}$$

$$\mathbf{B} = 1360\text{ lb} \uparrow$$

1.4 Encuentre los diagramas de Fuerza cortante V y Momento flector M .

Problema 2: Maquinas (30%)

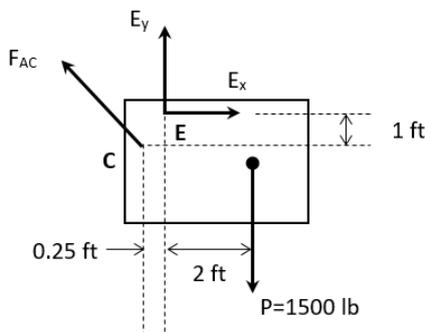
La pala de la retroexcavadora y su contenido tienen un peso de 1500 lb y, debido a que la masa se redistribuyó, su centro de gravedad se encuentra a 0.5 ft exactamente hacia la derecha de G que se muestra en la figura. Se conoce que la retroexcavadora falla cuando la fuerza a la que es sometido el sistema hidráulico AB excede los 5 kip. Asuma que el sistema hidráulico AB es un elemento sólido y que la pala está articulada en E. Si el sistema se encuentra en equilibrio, se pide lo siguiente:



Solución

2.1 Realizar el diagrama de cuerpo libre de la pala de la retroexcavadora

Notar que G es desplazado 0.5 ft hacia la derecha.



2.2 Determinar la fuerza del soporte AC en Kips.

Se analiza el DCL de la pala. Sumatoria de momentos respecto a E igual a cero.

$$\sum M_E = 0$$

$$-P(2) - F_{AC} \cos 60 (1) - F_{AC} \sin 60 (0.25) = 0$$

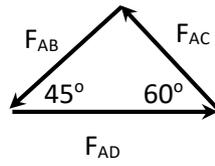
$$F_{AC} = -\frac{2P}{\cos 60 + 0.25 \sin 60}$$

$$F_{AC} = -4189.98 \text{ lb}$$

$$F_{AC} = 4.19 \text{ kip (C)}$$

2.3 Calcular la fuerza a la que es sometido el sistema hidráulico AB.

Se analiza el nodo A. Sumatoria de fuerzas igual a cero. Triángulo de fuerzas.



$$\frac{F_{AC}}{\text{Sen } 45} = \frac{F_{AB}}{\text{Sen } 60}$$

$$F_{AB} = \frac{F_{AC}}{\text{Sen } 45} \text{Sen } 60$$

$$\|F_{AB}\| = 5.13 \text{ kip}$$

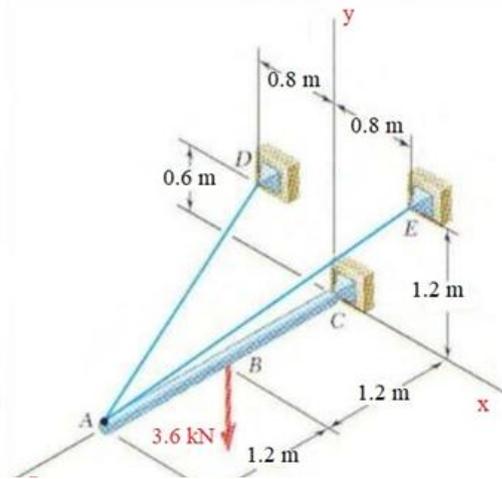
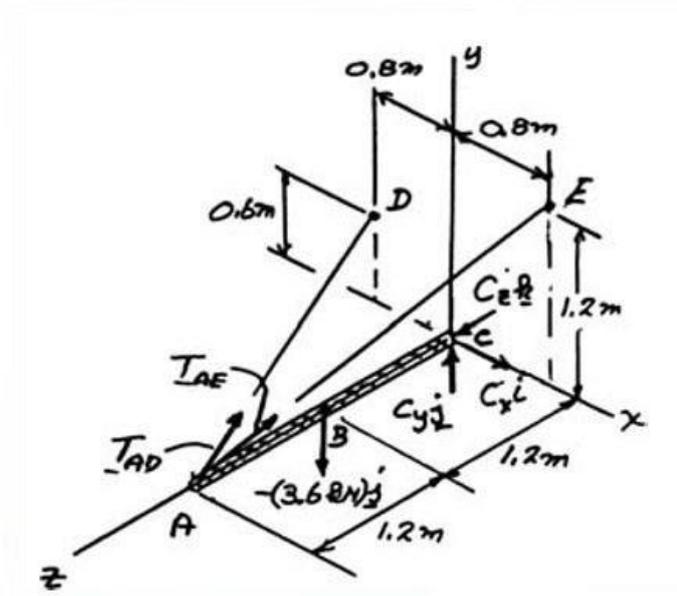
2.4 ¿Falla la retroexcavadora?

∴ El elemento AB falla, ya que excede lo 5kip permitidos.

Problema 3: Equilibrio en cuerpos rígidos: (30%)

Una varilla de 2.4 m de longitud se sostiene mediante 2 cables y una rotula en el punto C.

3.1 El diagrama de cuerpo libre correspondiente



3.2 Exprese todas las fuerzas que se aplican al sistema a través de vectores unitarios.

$$\mathbf{r}_B = 1.2\mathbf{k}$$

$$\mathbf{r}_A = 2.4\mathbf{k}$$

$$\overline{AD} = -0.8\mathbf{i} + 0.6\mathbf{j} - 2.4\mathbf{k} \quad AD = 2.6 \text{ m}$$

$$\overline{AE} = 0.8\mathbf{i} + 1.2\mathbf{j} - 2.4\mathbf{k} \quad AE = 2.8 \text{ m}$$

$$\mathbf{T}_{AD} = \frac{\overline{AD}}{AD} = \frac{T_{AD}}{2.6} (-0.8\mathbf{i} + 0.6\mathbf{j} - 2.4\mathbf{k})$$

$$\mathbf{T}_{AE} = \frac{\overline{AE}}{AE} = \frac{T_{AE}}{2.8} (0.8\mathbf{i} + 1.2\mathbf{j} - 2.4\mathbf{k})$$

Fuerza en B = -3.6 kNj

Reacción en C = $C_x\mathbf{i} + C_y\mathbf{j} + C_z\mathbf{k}$

3.3 Exprese las condiciones de equilibrio.

$$\Sigma \mathbf{M}_C = 0 \Rightarrow \vec{r}_A \times \vec{T}_{AD} + \vec{r}_A \times \vec{T}_{AE} + \vec{r}_B \times (-3.6\text{kN})\mathbf{j}$$

$$\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & 2.4 \\ -0.8 & 0.6 & -2.4 \end{vmatrix} \frac{T_{AD}}{2.6} + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & 2.4 \\ 0.8 & 1.2 & -2.4 \end{vmatrix} \frac{T_{AE}}{2.8} + 1.2\mathbf{k} \times (-3.6\text{kN})\mathbf{j} = 0$$

$$\Sigma F_x = 0: C_x - \frac{0.8}{2.6} (T_{AD}) + \frac{0.8}{2.8} (T_{AE}) = 0$$

$$\Sigma F_y = 0: C_y + \frac{0.6}{2.6} (T_{AD}) + \frac{1.2}{2.8} (T_{AE}) - (3.6\text{kN}) = 0$$

$$\Sigma F_z = 0: C_z - \frac{2.4}{2.6} (T_{AD}) - \frac{2.4}{2.8} (T_{AE}) = 0$$

3.4 Determine las reacciones en cada cable y las reacciones en C.

$$\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & 2.4 \\ -0.8 & 0.6 & -2.4 \end{vmatrix} \frac{T_{AD}}{2.6} + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & 2.4 \\ 0.8 & 1.2 & -2.4 \end{vmatrix} \frac{T_{AE}}{2.8} + 1.2\mathbf{k} \times (-3.6 \text{ kN})\mathbf{j} = 0$$

Igualando los coeficientes de los vectores unitarios a cero:

$$\mathbf{i}: -0.55385 T_{AD} - 1.02857 T_{AE} + 4.32 = 0 \quad (1)$$

$$\mathbf{j}: -0.73846 T_{AD} + 0.68671 T_{AE} = 0$$

$$T_{AD} = 0.92857 T_{AE} \quad (2)$$

Reemplazando (2) en (1), obtenemos T_{AE} :

$$-0.55385(0.92857) T_{AE} - 1.02857 T_{AE} + 4.32 = 0$$

$$1.54286 T_{AE} = 4.32$$

$$T_{AE} = 2.800 \text{ kN}$$

$$T_{AE} = 2.8 \text{ kN} \Rightarrow \vec{T}_{AE} = 2.8 \text{ kN} \frac{(0.8\mathbf{i} + 1.2\mathbf{j} - 2.4\mathbf{k})}{2.8} = (0.8\mathbf{i} + 1.2\mathbf{j} - 2.4\mathbf{k}) \text{ kN.}$$

$$\Rightarrow T_{AD} = 0.92857 (2.8 \text{ kN}) = 2.6 \text{ kN} \Rightarrow \vec{T}_{AD} = 2.6 \text{ kN} \frac{(-0.8\mathbf{i} + 0.6\mathbf{j} - 2.4\mathbf{k})}{2.6} = (-0.8\mathbf{i} + 0.6\mathbf{j} - 2.4\mathbf{k}) \text{ kN}$$

Calculo de la fuerza de reacción en C:

$$\Sigma F_x = 0: C_x - \frac{0.8}{2.6}(2.6 \text{ kN}) + \frac{0.8}{2.8}(2.8 \text{ kN}) = 0 \quad C_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0: C_y + \frac{0.6}{2.6}(2.6 \text{ kN}) + \frac{1.2}{2.8}(2.8 \text{ kN}) - (3.6 \text{ kN}) = 0 \quad C_y = 1.800 \text{ kN}$$

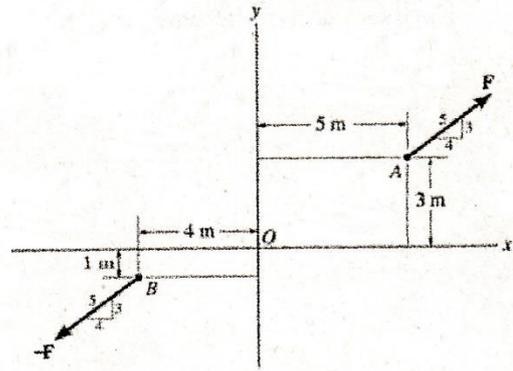
$$\Sigma F_z = 0: C_z - \frac{2.4}{2.6}(2.6 \text{ kN}) - \frac{2.4}{2.8}(2.8 \text{ kN}) = 0 \quad C_z = 4.80 \text{ kN}$$

$$\mathbf{C} = (1.800 \text{ kN})\mathbf{j} + (4.80 \text{ kN})\mathbf{k}$$

Problema 4: Sistemas Equivalentes

Problema 4: Sistemas equivalentes
(10%)

Si el momento del par tiene una magnitud de 250 N.m, determine la magnitud F de las fuerzas del par.



$$\Sigma M = 250 \text{ N.m } \hat{+}$$

$$Fy(4+5) - Fx(1+3) = 250$$

$$F \frac{3}{5}(9) - F \frac{4}{5}(4) = 250$$

$$F \left\{ \frac{27}{5} - \frac{16}{5} \right\} = 250$$

$$F \left(\frac{11}{5} \right) = 250$$

$$F = 113.64 \text{ N}$$