

AÑO:	2020 - 2021	PERIODO:	PAO - II
MATERIA:	MATG1052 Métodos Numéricos	PROFESOR:	Edison Del Rosario
EVALUACIÓN:	3ra	FECHA:	2021-02-09

COMPROMISO DE HONOR

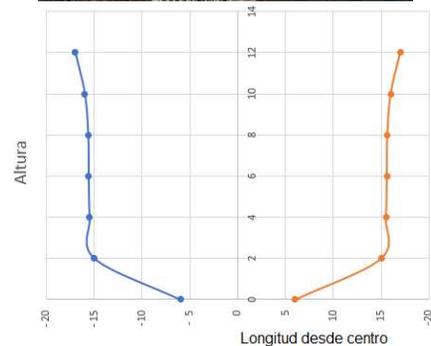
Yo,, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándolo. No debo, además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada. Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior. "Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".
 FIRMA: NÚMERO DE MATRÍCULA: PARALELO:

Realizado en modalidad virtual, para desarrollar el tema en papel y algoritmo en computadora. Se presentan los resultados como adjuntos en la plataforma Sidweb.

Tema 1. (30 puntos) Al reiniciar las actividades de construcción de un buque luego de la cuarentena del año 2020, se requiere determinar el área transversal de la sección a ser cerrada completamente y que se muestra en la figura.

Para estimar el área transversal del compartimento se tomaron las siguientes medidas cada 2 metros hacia arriba desde la línea central vertical (mostrada en la gráfica):

(metros)	Longitud desde Centro	
Altura	Izquierda	Derecha
12	-17.00	17.00
10	-16.00	16.00
8	-15.65	15.65
6	-15.60	15.60
4	-15.50	15.50
2	-15.00	15.00
0	-6.00	6.00



Usando un método numérico **compuesto** estime el **área transversal** de la sección del barco y la cota de error del ejercicio. Desarrolle el ejercicio mostrando el método seleccionado, las expresiones en la ecuación con los valores usados y el error total.

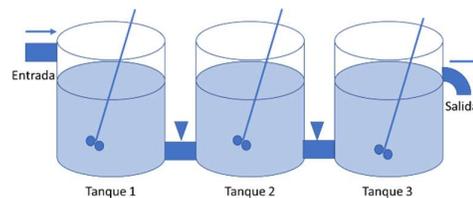
Rúbrica: Selección del métodos compuestos (5 puntos), expresiones de áreas (10 puntos), cota de errores (10 puntos), área total (5 puntos)

Referencia: Órdenes de construcción de transporte marítimo disminuyo en abril. 2020-05-10.

<https://www.worldenergytrade.com/logistica/transporte/ordenes-de-construccion-de-transporte-maritimo-disminuyo-abril>

Tema 2. (30 puntos) Tres tanques perfectamente aislados, completamente llenos con una solución cuya concentración es $C_i(0)$ g/L.

Los tanques están interconectados en serie de tal forma que de añadir solución al primero, se transfiere la misma cantidad por la conexión al segundo y al tercero del cual rebosa hacia afuera del sistema.



El tercer tanque tiene una salida por rebose que mantiene constante el volumen V en cada tanque.

Desde un tiempo $t_0 = 0$, al primer tanque se le añade una solución que tiene una concentración 50 g/L, a razón de 300 L/min. Considere $C_i(0) = 30$ g/L y el volumen de cada tanque de 1000 L.

En cada tanque entre lo que recibe y se transfiere al siguiente tanque se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\frac{dC_1}{dt} = \frac{300}{1000}(50) - 0.3C_1 \quad \frac{dC_2}{dt} = 0.3C_1 - 0.3C_2 \quad \frac{dC_3}{dt} = 0.3C_2 - 0.3C_3$$

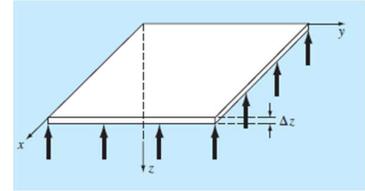
Determine la concentración en cada tanque durante los 3 primeros minutos de iniciar el experimento usando un método de Runge-Kutta de 2do Orden. (tres iteraciones, estime cota del error)

Rúbrica: Planteo del sistema de ecuaciones en el método (10 puntos), iteraciones (15 puntos), estimar errores (5 puntos).

Referencia: GIE -FRSN-UTN. <https://www.frsn.utn.edu.ar/gie/an/mnedo/ejercicios%20propuestos.pdf>

Tema 3 (40 puntos) Una placa cuadrada, apoyada simplemente en sus extremos está sujeta a un carga por unidad de área q . La deflexión en la dimensión z de determina resolviendo la EDP elíptica siguiente:

$$\frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 z}{\partial y^4} = \frac{q}{D} \quad D = \frac{E \Delta z^3}{12(1 - \sigma^2)}$$



Sujeta a condiciones de frontera en los extremos, donde la deflexión y la pendiente normal a la frontera son cero. El parámetro D es la rigidez de flexión, donde E =módulo de elasticidad, Δz =espesor de la placa, σ =razón de Poisson.

Para simplificar, se define la variable u como sigue:

Permitiendo volver a expresar la ecuación primera como:

$u = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$
$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{q}{D}$

Con lo que **el problema se reduce a resolver de manera sucesiva las dos ecuaciones** de Poisson.

Primero la ecuación respecto a u sujeta a la condición de frontera $u = 0$ en los extremos, después los resultados se emplean junto con la ecuación respecto a z sujeta a la condición de que $z = 0$ en los extremos.

Considere una **placa de 2 metros** de longitud en sus extremos, $q = 33.6 \text{ k N/m}^2$, $\sigma = 0.3$, $\Delta z = 0.01 \text{ m}$, $E = 2 \times 10^{11} \text{ Pa}$.

a) Plantee y desarrolle el ejercicio en papel para $u(x,y)$ para al menos 3 puntos en la malla.

Utilice $dx = dy = 0.5$ para las iteraciones.

b) Desarrolle un algoritmo para determinar las deflexiones de una placa cuadrada sujeta a una carga constante por unidad de área resolviendo de manera sucesiva las dos ecuaciones.

Rúbrica: gráfica de malla (5 puntos), desarrollo de expresiones, agrupar constantes, y simplificación (10 puntos), iteraciones para 3 puntos (10 puntos), Revisión de errores (5 puntos). literal b (10 puntos)

Referencia: Deflexiones de una placa. Chapra 32.2 p938