



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2016	PERIODO: PRIMER TÉRMINO
MATERIA: Cálculo Integral	PROFESORES: R. Díaz, J. Castro, N. Córdova, M. Pastuizaca, D. Pinzón, M. Ramos, S. Solís, X. Toledo, L. Vargas.
EVALUACIÓN: PRIMERA	FECHA: Lunes, 27 de junio de 2016

COMPROMISO DE HONOR

Yo, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma

NÚMERO DE MATRÍCULA:.....PARALELO:.....

1. Califique como Verdadera o Falsa cada una de las siguientes proposiciones. Justifique su respuesta formalmente. (15puntos)

a) $\int_{-1}^1 (|x| - x)^2 dx = \frac{4}{3}$.

CRITERIO	VALOR
Utilizar la definición de valor absoluto.	1
Aplicar la propiedad aditiva por intervalos y evaluar.	1
Indicar el correspondiente valor de verdad, en este caso verdadero.	1

b) Considere $A \in \mathbb{R}$. Si $\int_{-\pi}^{\pi} (A + xe^{x^4}) dx = 2$, entonces $A = 1$

CRITERIO	VALOR
Aplicar la propiedad aditiva por intervalos.	1
Aplicar la definición de función impar y evaluar.	1
Indicar el correspondiente valor de verdad, en este caso falso.	1

- c) La potencia instantánea de un circuito eléctrico está dada por $p(t) = \frac{1}{T^2} I^2 R t^2$; $0 \leq t \leq T$, donde T , I y R son constantes. Entonces la potencia promedio del circuito es $\bar{p} = \frac{2}{3} I^2 R T$.

CRITERIO	VALOR
Utilizar la definición de valor medio.	1
Evaluar la integral y simplificar.	1
Indicar el correspondiente valor de verdad, en este caso falso.	1

- d) Si $f(x) = \int_1^x (3t^2 + 4t) dt$, entonces la pendiente de la recta tangente a $f(x)$ en $x = 1$ es 7.

CRITERIO	VALOR
Aplicar correctamente la propiedad de la derivada de una integral definida con respecto a uno de sus límites.	1
Evaluar la derivada en el punto dado para determinar la pendiente de la recta tangente.	1
Indicar el correspondiente valor de verdad, en este caso verdadero.	1

- e) Si $f(x)$ es continua en $[a, b]$, entonces: $\int_a^b f(x) dx = (b - a) \int_0^1 f[a + (b - a)x] dx$

CRITERIO	VALOR
Especificar la sustitución a realizar identificando su diferencial y los nuevos límites de integración.	1
Reemplazar y simplificar.	1
Indicar el correspondiente valor de verdad, en este caso verdadero.	1

2. Obtenga las siguientes antiderivadas:

(25 puntos)

a) $\int \frac{x}{\operatorname{sen}^2(x)} dx$

CRITERIO	VALOR
Utilizar la identidad trigonométrica $\operatorname{csc}^2(x) = \frac{1}{\operatorname{sen}^2(x)}$ para identificar el integrando como una integral de la forma $\int u dv$.	1
Aplicar integración por partes para evaluar el integral.	2
Evaluar y simplificar.	2

b) $\int \sec^{3/2}(x)\tan^3(x)dx$

CRITERIO	VALOR
Descomponer en dos factores tanto la secante como la tangente.	1
Aplicar la identidad trigonométrica correspondiente.	1
Realizar una sustitución adecuada, indicando su diferencial y reemplazar.	1
Antiderivar correctamente y expresar el resultado en términos de la variable original.	2

c) $\int \frac{1+e^x}{1-e^x} dx$

CRITERIO	VALOR
Identificar una sustitución adecuada como $u = e^x$ especificando el respectivo diferencial.	1
Sustituir y simplificar.	1
Aplicar fracciones parciales a la expresión obtenida y antiderivar.	2
Expresar correctamente la respuesta en términos de la variable original.	1

$$d) \int \frac{x^4}{\sqrt{(1-x^2)^3}} dx$$

CRITERIO	VALOR
Realizar una sustitución directa que le permita racionalizar el radical o una sustitución trigonométrica.	1
Especificar el nuevo diferencial de acuerdo a la sustitución que se aplicará.	1
Simplificar y antiderivar.	1
Expresar el resultado en términos de la variable original.	2

$$e) \int \frac{dx}{(x-2)\sqrt{x+2}}$$

CRITERIO	VALOR
Realizar una sustitución directa que le permita racionalizar el radical, especificando el respectivo diferencial.	1
Sustituir y simplificar	1
Aplicar fracciones parciales a la expresión obtenida y antiderivar	2
Expresar correctamente la respuesta en términos de la variable original.	1

3. Suponga que un objeto está viajando a lo largo del eje x , de tal manera que su rapidez a los t segundos está dada por $v(t) = 10 - 2t + \frac{1}{2}t^2$ pies por segundo. ¿Qué distancia recorre entre $t = 0$ y $t = 3$ segundos? Utilice la definición de Integral Definida para resolver este problema.

(10 puntos)

CRITERIO	VALOR
Plantea la distancia recorrida por el objeto como la integral definida: $\int_0^3 (10 - 2t + \frac{1}{2}t^2) dt$.	1
Identifica Δt , \bar{t}_i , $f(\bar{t}_i)$	3
Expresar la suma de Riemman y utiliza propiedades de linealidad de las sumatorias.	2
Reemplazar las sumatorias en función de n .	3
Calcular la integral definida calculando el límite cuando n tiende al infinito de la suma de Riemman.	1