AÑO:	2022 - 2023	PERIODO:	PAO – I
MATERIA:	MATG1052 Métodos Numéricos	PROFESOR:	Edison Del Rosario, Eduardo Rivadeneira.
EVALUACIÓN:	2da Evaluación	FECHA:	30-Agosto-2022

COMPROMISO DE HONOR

Yo, ………, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora o computador asignado para los cálculos aritméticos o, un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándolo. No debo, además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: ……………………………………………………………… NÚMERO DE MATRÍCULA: …………….………… PARALELO: ………

Indicaciones generales: Todos los temas tienen desarrollo analítico en papel, los cálculos realizados con algoritmos en Python serán subidos al final en "aula virtual" usando los archivos.py, resultados.txt y gráficas.png desde el mismo computador y tiempo asignado. Recuerde administrar el tiempo necesario para esta actividad al final del examen.

Tema 1. (30 puntos) Determine el área bajo la curva dada por la expresión mostrada para el intervalo de x entre [0,3]:

$$A = \int_0^3 \frac{e^x \sin(x)}{1+x^2} dx$$

Desarrolle el ejercicio mostrando las expresiones completas para integración numérica usando:

a) Un método de Simpson aplicado al menos dos veces para el intervalo del integral. Determine el tamaño de paso propuesto y el número de puntos necesario para usar un solo método.

b) El método de Cuadratura de Gauss de dos puntos, usando dos tramos en el intervalo.

c) Estime el error de integración para los literales a y b. Compare los resultados obtenidos.

Rúbrica: Literal a. tamaño de paso (5 puntos) expresiones correctas y completas (10 puntos), literal b (10 puntos), literal c (5 puntos)

Referencia: Chapra 5Ed. ejercicio 22.14 p667

Tema 2. (30 puntos) El circuito de la figura 2a tiene el interruptor en posición cerrada por largo tiempo antes de t=0, con lo que la corriente **en el inductor** será de 2 Amperios, y(0)=2.

Para t<0, el inductor opera como un conductor sin caída de voltaje, el capacitor está cargado a 10V y solo pasaría corriente por la resistencia de 5 Ohm.

En el tiempo t=0, el interruptor se abre de forma instantánea y el circuito cambia al modelo de la figura 2b. La corriente del inductor y(t) para t≥0 está dada por la ecuación:

$$\frac{d}{dt}y(t) + 2\,y(t) + 5\int_{-\infty}^{t} y(\tau)\,d\tau = 10\mu(t)$$

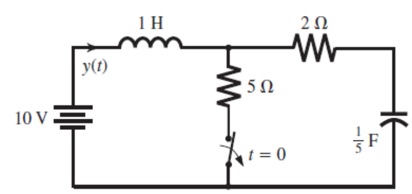

Figura 2a

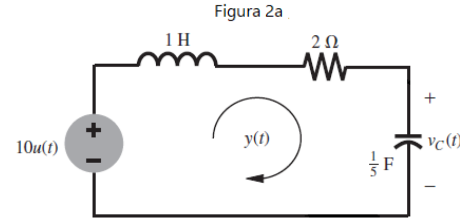

Figura 2b

En t=0, luego de abrir el interruptor, los voltajes de la fuente y el capacitor son iguales. La corriente inicial sobre el resistor de 2 A genera un voltaje que se compensa con el voltaje del inductor pero en signo opuesto. Lo que implica que y'(0) = -4

$V_{Inductor} = -V_{resistor}$

$$-(1H)\frac{d}{dt}y(0) = (2\Omega)(2A) = 4$$

y'(0) = - 4

Derive la expresión de corrientes y(t) para obtener una ecuación diferencial ordinaria.

a) Realice el planteamiento del problema usando el **método de Runge-Kutta** de 2do orden para 2da derivada

b) Desarrolle las expresiones para al menos tres iteraciones usando h=0.01

c) Estime el valor del error.

d) Muestre el resultado con el algoritmo para el intervalo t entre [0,5] segundos

Rúbrica: literal a (5 puntos), literal b (15 puntos), literal c (5 puntos), literal d (5 puntos)

Referencia: Lathi B.P. Green R. Linear Systems and Signals, 3rd Edition. ejemplo 4.13 p364

Tema 3. (40 puntos) Use el método de diferencias progresivas para aproximar la solución de la siguiente ecuación diferencial parcial parabólica:

$$\frac{\partial U}{\partial t} - \frac{1}{9}\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = 0$$

$0 \leq x \leq 2$, $t>0$

Con las condiciones de borde: $U(0,t) = U(2,t) = 0$, $t>0$,

Condiciones iniciales: $U(x,0) = \cos\left(\frac{\pi}{2}(x-3)\right)$, $0 \leq x \leq 2$

Aplique un método numérico para encontrar los valores de U(x,t) usando $\Delta x = 1/3$, $\Delta t = 0.02$ y muestre:

a. La grafica de malla
b. Ecuaciones de diferencias divididas a usar
c. Encuentre las ecuaciones considerando las condiciones dadas en el problema.
d. Determine el valor de λ, agrupando las constantes durante el desarrollo, revise la convergencia del método.
e. Resuelva para tres pasos
f. Estime el error (solo plantear)
g. Usando el algoritmo, aproxime la solución para t=0.02 y t=0.1

Rúbrica: literal a (3 puntos), literal b (2 puntos), literal c (5 puntos), literal d (5 puntos), aplicación de condiciones iniciales (5 puntos), literal e (10 puntos), literal f (5 puntos). literal g, usando algoritmo (5 puntos)

Referencia: 2Eva_IT2017_T3 EDP parabólica http://blog.espol.edu.ec/analisisnumerico/2eva_it2017_t3-edp-parabolica/