ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2018 - 2019	**PERIODO:** PRIMER TÉRMINO
MATERIA: ECUACIONES DIFERENCIALES	**PROFESORES:** Jennifer Avilés, José Castro, C. Mario Celleri, Antonio Chong, David De Santis, Liliana Pérez, Eduardo Rivadeneira, Hernando Sánchez, Emilk Sempértegui.
EVALUACIÓN: PRIMERA	**FECHA:** 25 JUNIO 2018

CRITERIOS DE CALIFICACION

Tema 1 (10 Puntos)

Complete las siguientes frases, para lo cual NO es necesario justificar sus respuestas.

"A continuación se muestran respuestas y posibles ejemplos"

a) Si una sucesión $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ satisface la condición $\exists N, M \in \mathbb{R}\ [N \le a_n \le M]$ para todo $n \in \mathbb{N}$ y satisface la condición $\{\ [a_n < a_{n+1}] \vee [a_n > a_{n+1}]\}$ desde algún $n = k$, tal que $k \in \mathbb{N}$, entonces la sucesión es convergente.

b) La serie $\sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j^{P+1}}$ diverge si P pertenece al intervalo $(-1\ ,0]$. También es válido: $(-\infty\ ,0]$.

c) Si $\sum_{m=3}^{\infty}|(-1)^m c_m|$ donde $c_m > 0$ es divergente y $\sum_{m=3}^{\infty}(-1)^m c_m$ es convergente, se dice que $\sum_{m=3}^{\infty}(-1)^{m+3} c_m$ es condicionalmente convergente.

d) El criterio de la raíz absoluta aplicada a una serie de la forma $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots$ tal que $a_i > 0$ donde $i \in \mathbb{N}$ no es concluyente si $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|} = 1$.

e) Usando el símbolo de sumatoria, un ejemplo de una serie geométrica divergente con término inicial igual a 25 es $\sum_{n=0}^{\infty} 25(2)^n$.

f) Sea $\sum_{k=1}^{\infty} c_k$ una serie de términos positivos y negativos, si $\lim\limits_{m\to\infty}\left|\frac{c_{m+1}}{c_m}\right| = \frac{3}{2}$, entonces se puede afirmar que la serie es divergente.

g) La ecuación diferencial ordinaria de Bernoulli $3y^2y' - ay^3 - (x+1)y = 0$ donde $a > 1$ se convierte en una ecuación lineal al realizar el cambio de variable $v = y^2$.

h) Una función $Q(x,y)$ para que la ecuación $(x+2y)dx + Q(x,y)dy = 0$ sea exacta es: $Q(x,y) = 2x + 1$.

i) Un ejemplo de una ecuación diferencial homogénea de primer orden, es decir, una ecuación de la forma $y' = f(y/x)$, que además no sea lineal es $y' = (y/x)^2$.

j) Las isóclinas para la ecuación $xy' = y + 1$ están dadas por la expresión $\frac{y+1}{x} = c\ , c \in \mathbb{R}$.

CRITERIO DE CALIFICACION EL ESTUDIANTE:	PUNTAJE
Completa correctamente cada literal sin necesidad de proporcionar justificación alguna.	1.0 P cada literal
TOTAL	**10.0 P**

Tema 2 (8 Puntos)

Califique cada una de las siguientes proposiciones como VERDADERA o FALSA, justificando correctamente sus respuestas.

Literal a (4 Puntos)

El criterio de convergencia de la integral es aplicable a la serie $\sum_{k=5}^{\infty} \frac{k^2}{e^k}$, y a partir de dicho criterio se concluye que la serie es divergente.

CRITERIO DE CALIFICACION EL ESTUDIANTE:	**PUNTAJE**
Muestra que el criterio de la integral es aplicable a la serie dada.	1.0 P
Aplica el criterio de la integral, concluyendo que la serie es convergente.	2.0 P
Concluye que la proposición es FALSA.	1.0 P
TOTAL	**4.0 P**

Literal b (4 Puntos)

Al reducir el orden la ecuación diferencial ordinaria $2y'' - csc^2(\beta x) = 0$, donde $\beta < 0$ se obtiene una ecuación diferencial de primer orden separable, y la respectiva familia 2-paramétrica de soluciones de la ecuación de segundo orden contiene los puntos de la forma $\left(\frac{\pi}{2\beta}\ ,\ \frac{\pi}{2\beta}c_1 + c_2\right)$ donde c_1 y c_2 son las constantes de integración.

CRITERIO DE CALIFICACION EL ESTUDIANTE:	**PUNTAJE**
Muestra que al reducir el orden de la ecuación dada se obtiene una ecuación de primer orden separable.	1.0 P
Muestra que la respectiva familia 2-paramétrica de soluciones de la ecuación de segundo orden contiene los puntos de la forma $\left(\frac{\pi}{2\beta}\ ,\ \frac{\pi}{2\beta}c_1 + c_2\right)$ donde c_1 y c_2 son las constantes de integración.	2.0 P
Concluye que la proposición es VERDADERA.	1.0 P
TOTAL	**4.0 P**

Tema 3 (8 Puntos)

A partir de la serie de potencias geométrica $\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}; |x| < 1$, calcule la serie de Maclaurin de la función $P(x) = \frac{x}{(1+x)^2}$. Luego, halle el valor aproximado de $\int_0^b \frac{x}{(1+x)^2} dx$ utilizando los 3 primeros términos de la serie calculada para $P(x)$, si el intervalo de convergencia de $P(x)$ se considera de la forma $(-2b, 2b)$.

CRITERIO DE CALIFICACION EL ESTUDIANTE:	**PUNTAJE**
Calcula la serie de Maclaurin de la función $P(x) = \frac{x}{(1+x)^2}$ a partir de la serie de potencias geométrica $\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}; \lvert x\rvert < 1$.	3.0 P
Obtiene el radio de convergencia de la serie de calculada para $P(x)$, identificando el valor de la constante b.	2.0 P
Halla el valor aproximado de $\int_0^b \frac{x}{(1+x)^2} dx$ utilizando los 3 primeros términos de la serie calculada para $P(x)$.	3.0 P
TOTAL	**8.0 P**

Tema 4 (8 Puntos)

Determine la solución del problema de valor inicial:

$$\left(\frac{\cos(x)\,sen(x)}{x} - y^2\right)dx + y\left(\frac{1}{x} - x\right)dy = 0 \quad ; \; y\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = 0$$

CRITERIO DE CALIFICACION **Una forma de solución:**	PUNTAJE
EL ESTUDIANTE:	
Verifica que la EDO no es exacta y calcula un factor integrante.	2.0 P
Plantea la forma de la solución y las condiciones que debe satisfacer.	1.0 P
Integra una de las condiciones, sustituye la respuesta obtenida en la otra condición, obteniendo así la solución de la ecuación diferencial.	3.0 P
Evalúa la condición inicial para hallar el valor de la constante de integración, obteniendo así la solución del problema de valor inicial.	2.0 P
TOTAL	**8.0 P**

CRITERIO DE CALIFICACION **Otra forma de solución:**	PUNTAJE
EL ESTUDIANTE:	
Muestra que la ecuación diferencial es de Bernoulli y aplica un cambio de variable para transformarla en lineal.	3.0 P
Resuelve la ecuación diferencial lineal obtenida.	2.0 P
Usa el cambio de variable antes planteado para regresar a las variables originales del problema.	1.0 P
Evalúa la condición inicial para hallar el valor de la constante de integración, obteniendo así la solución del problema de valor inicial.	2.0 P
TOTAL	**8.0 P**

Tema 5 (8 Puntos)

Para un circuito en serie Resistor-Capacitor alimentado por una fuente de voltaje descrita por $E(t) = 10sen(5t)[V]$, halle la función que describe la carga de capacitor a los t segundos, si el resistor es de 2 ohmios, el capacitor es de 0.1 faradios, y la carga inicial del capacitor es de 1 Coulomb.

CRITERIO DE CALIFICACION EL ESTUDIANTE:	PUNTAJE
Usando la ley de Kirchhoff, plantea el problema de valor inicial que describe la carga del capacitor.	2.0 P
Resuelve la ecuación diferencial asociada al problema de valor inicial planteado.	4.0 P
Evalúa la condición inicial para hallar el valor de la constante de integración, obteniendo así la solución del problema de valor inicial.	2.0 P
TOTAL	**8.0 P**

Tema 6 (8 Puntos)

Obtenga la solución de la ecuación diferencial ordinaria:

$$x^2y''(x) + 2xy'(x) - 6y(x) = \frac{50}{x} \quad ; \; x \in (0, +\infty)$$

CRITERIO DE CALIFICACION EL ESTUDIANTE:	PUNTAJE
Halla la solución complementaria, resolviendo la ecuación homogénea correspondiente. Para esto, transforma la ecuación de Cauchy-Euler analizada en una ecuación de coeficientes constantes (Se debe mostrar los pasos para la transformación).	3.0 P
Halla una solución particular para la ecuación no homogénea, mostrando la forma de la solución a encontrar y las condiciones que ésta debe satisfacer).	4.0 P
Obtiene la solución general de la ecuación diferencial ordinaria dada, superponiendo la solución complementaria y una solución particular de la misma.	1.0 P
TOTAL	**8.0 P**