ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2016	**PERIODO:**	PRIMER TÈRMINO
MATERIA:	Cálculo Integral	**PROFESORES:**	R. Díaz, J. Castro, N. Córdova, M. Pastuizaca, D. Pinzón, M. Ramos, S. Solís, X. Toledo, L. Vargas.
EVALUACIÓN:	PRIMERA	**FECHA:**	Lunes, 27 de junio de 2016

COMPROMISO DE HONOR

Yo, ... al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora *ordinaria* para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma *NÚMERO DE MATRÍCULA:*..*PARALELO:*............

1. **Califique como Verdadera o Falsa cada una de las siguientes proposiciones. Justifique su respuesta formalmente. (15puntos)**

a) $\int_{-1}^{1} (|x| - x)^2 \, dx = \dfrac{4}{3}$.

CRITERIO	VALOR
Utilizar la definición de valor absoluto.	1
Aplicar la propiedad aditiva por intervalos y evaluar.	1
Indicar el correspondiente valor de verdad, en este caso verdadero.	1

b) Considere $A \in \Re$. Si $\int_{-\pi}^{\pi} \left(A + xe^{x^4}\right) dx = 2$, entonces $A = 1$

CRITERIO	VALOR
Aplicar la propiedad aditiva por intervalos.	1
Aplicar la definición de función impar y evaluar.	1
Indicar el correspondiente valor de verdad, en este caso falso.	1

c) La potencia instantánea de un circuito eléctrico está dada por $p(t) = \frac{1}{T^2} I^2 R t^2$; $0 \leqslant t \leqslant T$, donde T, I y R son constantes. Entonces la potencia promedio del circuito es $\overline{p} = \frac{2}{3} I^2 R T$.

CRITERIO	**VALOR**
Utilizar la definición de valor medio.	1
Evaluar la integral y simplificar.	1
Indicar el correspondiente valor de verdad, en este caso falso.	1

d) Si $f(x) = \int_1^x (3t^2 + 4t)\, dt$, entonces la pendiente de la recta tangente a $f(x)$ en $x = 1$ es 7.

CRITERIO	**VALOR**
Aplicar correctamente la propiedad de la derivada de una integral definida con respecto a uno de sus límites.	1
Evaluar la derivada en el punto dado para determinar la pendiente de la recta tangente.	1
Indicar el correspondiente valor de verdad, en este caso verdadero.	1

e) Si $f(x)$ es continua en $[a, b]$, entonces: $\int_a^b f(x)dx = (b-a)\int_0^1 f[a + (b-a)x]dx$

CRITERIO	**VALOR**
Especificar la sustitución a realizar identificando su diferencial y los nuevos límites de integración.	1
Reemplazar y simplificar.	1
Indicar el correspondiente valor de verdad, en este caso verdadero.	1

2. **Obtenga las siguientes antiderivadas:**

(25 puntos)

a) $\int \frac{x}{\operatorname{sen}^2(x)}dx$

CRITERIO	**VALOR**
Utilizar la identidad trigonométrica $csc^2(x) = \frac{1}{sen^2(x)}$ para identificar el integrando como una integral de la forma $\int udv$.	1
Aplicar integración por partes para evaluar el integral.	2
Evaluar y simplificar.	2

b) $\int sec^{3/2}(x)tan^3(x)dx$

CRITERIO	**VALOR**
Descomponer en dos factores tanto la secante como la tangente.	1
Aplicar la identidad trigonométrica correspondiente.	1
Realizar una sustitución adecuada, indicando su diferencial y reemplazar.	1
Antiderivar correctamente y expresar el resultado en términos de la variable original.	2

c) $\int \frac{1+e^x}{1-e^x}dx$

CRITERIO	**VALOR**
Identificar una sustitución adecuada como $u = e^x$ especificando el respectivo diferencial.	1
Sustituir y simplificar.	1
Aplicar fracciones parciales a la expresión obtenida y antiderivar.	2
Expresar correctamente la respuesta en términos de la variable original.	1

$d)\ \int \frac{x^4}{\sqrt{(1-x^2)^3}}dx$

CRITERIO	VALOR
Realizar una sustitución directa que le permita racionalizar el radical o una sustitución trigonométrica.	1
Especificar el nuevo diferencial de acuerdo a la sustitución que se aplicará.	1
Simplificar y antiderivar.	1
Expresar el resultado en términos de la variable original.	2

$e)\ \int \frac{dx}{(x-2)\sqrt{x+2}}$

CRITERIO	VALOR
Realizar una sustitución directa que le permita racionalizar el radical, especificando el respectivo diferencial.	1
Sustituir y simplificar	1
Aplicar fracciones parciales a la expresión obtenida y antiderivar	2
Expresar correctamente la respuesta en términos de la variable original.	1

3. **Suponga que un objeto está viajando a lo largo del eje x, de tal manera que su rapidéz a los t segundos está dada por $v(t) = 10 - 2t + \dfrac{1}{2}t^2$ pies por segundo. ¿Qué distancia recorre entre $t = 0$ y $t = 3$ segundos? Utilice la definición de Integral Definida para resolver este problema.**

   (10 puntos)

CRITERIO	**VALOR**
Plantea la distancia recorrida por el objeto como la integral definida: $\int_0^3 \left(10 - 2t + \frac{1}{2}t^2\right) dt$.	1
Identifica Δt, $\bar{t_i}$, $f\left(\bar{t_i}\right)$	3
Expresar la suma de Riemman y utiliza propiedades de linealidad de las sumatorias.	2
Reemplazar las sumatorias en función de n.	3
Calcular la integral definida calculando el límite cuando n tiende al infinito de la suma de Riemman.	1