

|             |   |           |                       |
|-------------|---|-----------|-----------------------|
| Año:        | 2022                                      | Periodo:  | II PAO                |
| Materia:    | Ecuaciones Diferenciales y Álgebra Lineal | Profesor: |                       |
| Evaluación: | Tercera                                   | Fecha:    | 13 de febrero de 2023 |

### COMPROMISO DE HONOR

Yo, \_\_\_\_\_, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo donde se me indique, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándome. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

**Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.**

“Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar”.

Firma: \_\_\_\_\_ Número de matrícula: \_\_\_\_\_ Paralelo: \_\_\_\_\_

1. (20 puntos) Un modelo para la población  $P(t)$  en un suburbio de una ciudad grande es dado por el PVI

$$\frac{dP}{dt} = P \left( \frac{1}{10} - \frac{1}{10^7} P \right), \quad P(0) = 5000,$$

donde  $t$  se mide en meses. ¿Cuál es la capacidad de carga de la población? ¿En qué momento la población será la mitad de la capacidad de carga?

2. (20 puntos) Sea

$$\mathbb{W} = \left\{ p(x) \in \mathbb{P}_4 \mid \int_{-1}^1 p(x) dx = 0 \right\}.$$

(a) Demuestre que  $\mathbb{W}$  es un subespacio vectorial de  $\mathbb{P}_4$ .

(b) Halle una base para  $\mathbb{W}$ .

3. (20 puntos) En un sistema de masa y resorte, una masa de 1 kg está unida a un resorte cuya constante de resorte es  $k = 5$ . Al inicio se libera 1 m a la derecha de su posición de equilibrio con una velocidad inicial de 5 m/s y la constante de amortiguamiento es  $b = 10$ . Encuentre la función  $x(t)$  que modela este fenómeno si una fuerza externa igual a  $f(t) = 10 \cos 2t + 3 \sin 2t$  actúa sobre la masa.

4. (20 puntos) Se sabe que los valores propios de una transformación lineal  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  son  $\lambda_1 = 1$  y  $\lambda_2 = -3$  y que  $v_1 = (1, 1)$  y  $v_2 = (-1, 0)$  son vectores propios asociados a  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ , respectivamente. Halle la regla de correspondencia de  $T$ .

5. (20 puntos) Usando transformadas de Laplace, halle la solución al PVI

$$y'' - 3y' + 2y = e^{-4t}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 5.$$