

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

|                    |  |                 |               |                 |                         |          |  |
|--------------------|--|-----------------|---------------|-----------------|-------------------------|----------|--|
| <b>AÑO:</b>        | 2022   | <b>PERÍODO:</b> | II PAO        | <b>MATERIA:</b> | Cálculo de una variable | Examen:  |  |
| <b>PROFESORES:</b> | Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Crow P.,<br>García A., García E., Hernández C., Laveglia F.,<br>Mejía M., Ramos M., Ronquillo C., Toledo X. |                 |               |                 |                         | Lección: |  |
| <b>EVALUACIÓN:</b> | SEGUNDA  | <b>FECHA:</b>   | 23/enero/2023 |                 |                         | Quiz:    |  |
|                    |  |                 |               |                 |                         | Deber:   |  |
|                    |  |                 |               |                 |                         | Total:   |  |

Nombre: \_\_\_\_\_ Cédula: \_\_\_\_\_ Paralelo: \_\_\_\_\_

**COMPROMISO DE HONOR**

Al leer este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o una esferográfica, que los temas voy a desarrollarlos en forma ordenada, que a lo sumo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen, y, NO USARÉ calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajeno al desarrollo del examen. No debo consultar libros, ni notas, ni apuntes adicionales a las que se proporcionen para esta evaluación.

**Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y al estar de acuerdo con la declaración anterior, procedo a firmarlo.**

\_\_\_\_\_

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

1. (5 PUNTOS) Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int \frac{x}{x^2 + x - 20} dx$$

2. (6 PUNTOS) Evalúe y exprese su respuesta en radianes:

$$\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \left( \frac{1}{1+x^2} - x^5 \right) dx$$

3. (6 PUNTOS) Evalúe:

$$I = \int_{-2}^2 |x^2 - 3x - 4| dx$$

4. (5 PUNTOS) Con base en las propiedades de las sumas de los números naturales, demuestre que:

$$\sum_{k=1}^n \left( k^2 + 3k + \frac{4}{3} \right) = \frac{1}{3}n(n+3)^2$$

5. (6 PUNTOS) Evalúe de ser posible, o concluya que es divergente:

$$\int_1^{\sqrt{5}} \frac{x^3}{\sqrt{x^2 - 1}} dx$$

6. (8 PUNTOS) Suponga que una empresa tiene la función de demanda  $w(x)$ , donde  $w$  es el sueldo por hora en [\$] y  $x$  es la cantidad de trabajadores:

$$w(x) = 20 - \frac{1}{2}x \quad ; \quad 0 \leq x \leq 40$$

El gobierno ha impuesto el nivel de sueldo por hora en un valor  $w_g = \$ 12$ , por lo cual la función de oferta de sueldo se encuentra fija en este nivel.

Por medio de integrales definidas, calcule el excedente de la empresa  $EE$  en [\$], cuyo valor es el área de la región que se encuentra *bajo* la función de demanda de trabajadores y *sobre* el nivel de sueldo fijo impuesto por el gobierno.

7. (8 PUNTOS) Dada la región:

$$R = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 / \left( \frac{1}{2} \leq y \leq \text{sen}(x) \right) \wedge (0 \leq x \leq \pi) \right\}$$

Determine analíticamente los puntos de intersección entre la función trigonométrica y la función constante, bosqueje  $R$  en el plano cartesiano y calcule el volumen  $V$  del sólido de revolución que se genera al rotar  $R$  alrededor del eje  $X$ .

8. (6 PUNTOS) Calcule la longitud de arco  $L$  de la curva dada en coordenadas paramétricas:

$$\begin{cases} x(t) = 8 \\ y(t) = t \ln(t) - t \end{cases} ; \quad 1 \leq t \leq e$$