



# ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

<b>AÑO:</b>	2022	<b>PERIODO:</b>	PAO 2
<b>MATERIA:</b>	Ecuaciones Diferenciales y Álgebra Lineal	<b>PROFESORES:</b>	Jesús Aponte, Eduardo Rivadeneira y Carlos Martín
<b>EVALUACIÓN:</b>	Primera	<b>FECHA:</b>	Lunes 21 de noviembre de 2022

**COMPROMISO DE HONOR**

Yo, ....., al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora *ordinaria* para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo donde se me indique, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándome. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

**Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.**

"Como estudiante de ESPO me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

**FIRMA:** ..... **NÚMERO DE MATRÍCULA:** ..... **PARALELO:** .....

## TEMAS

1.- [10 PUNTOS] Considere una población de 12 mil habitantes. Al día de hoy 3 mil habitantes están infectados con el virus T. Se conoce que el virus T se propaga a una tasa que es directamente proporcional al cuadrado del número de personas NO infectadas. Después de 2 días se sabe que habrá mil infectados más. ¿Cuántas personas estarán infectadas en una semana?

2.- [10 PUNTOS] Sea el espacio vectorial  $V = \mathbb{M}_{2 \times 2}$ . Considere el conjunto de vectores:

$$S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \right\}$$

¿Qué condición (o condiciones) debe satisfacer un vector  $v = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  para que  $v \in \text{gen}(S)$ ? ¿Es S un conjunto linealmente independiente? Justifique sus respuestas.

3.- [10 PUNTOS] Sea el espacio vectorial  $V = \mathbb{P}_1$ . Considere el subconjunto de  $V$ :

$$H = \{p(x) \in \mathbb{P}_1 : 2p(1) + p(-1) = 0\}$$

Demuestre que  $H$  es un subespacio vectorial de  $V$ . Encuentre una base de  $H$  y determine su dimensión. Finalmente, extienda la base de  $H$  y complete una base para  $V$ .

4.- [10 PUNTOS] Encuentre la solución general de la EDO de primer orden:

$$(t - 1)y'(t) + 2y(t) = e^{-(t-1)^2}, t > 1$$

5.- [10 PUNTOS] Considere la EDO de segundo orden:

$$y''(t) = 2 y(t) y'(t)$$

a) Use el cambio de variable  $w = y'$  y demuestre que la EDO dada se puede convertir en una EDO de primer orden en la cual  $y$  es la variable independiente y  $w$  la variable dependiente. Sugerencia: Use la regla de la cadena.

b) Resuelva la EDO dada.