



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2022	PERIODO:	PAO 2
MATERIA:	Ecuaciones Diferenciales y Álgebra Lineal	PROFESORES:	Jesús Aponte, Eduardo Rivadeneira y Carlos Martín
EVALUACIÓN:	Primera	FECHA:	Lunes 21 de noviembre de 2022
<u>COMPROMISO DE HONOR</u>			
<p>Yo,, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora <i>ordinaria</i> para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo donde se me indique, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándome. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.</p> <p>Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.</p> <p>"Como estudiante de ESPO me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".</p> <p>FIRMA: NÚMERO DE MATRÍCULA: PARALELO:</p>			

TEMAS

1.- [10 PUNTOS] Considere una población de 12 mil habitantes. Al día de hoy 3 mil habitantes están infectados con el virus T. Se conoce que el virus T se propaga a una tasa que es directamente proporcional al cuadrado del número de personas NO infectadas. Después de 2 días se sabe que habrá mil infectados más. ¿Cuántas personas estarán infectadas en una semana?

2.- [10 PUNTOS] Sea el espacio vectorial $V = \mathbb{M}_{2 \times 2}$. Considere el conjunto de vectores:

$$S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \right\}$$

¿Qué condición (o condiciones) debe satisfacer un vector $v = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ para que $v \in \text{gen}(S)$? ¿Es S un conjunto linealmente independiente? Justifique sus respuestas.

3.- [10 PUNTOS] Sea el espacio vectorial $V = \mathbb{P}_1$. Considere el subconjunto de V :

$$H = \{p(x) \in \mathbb{P}_1 : 2p(1) + p(-1) = 0\}$$

Demuestre que H es un subespacio vectorial de V . Encuentre una base de H y determine su dimensión. Finalmente, extienda la base de H y complete una base para V .

4.- [10 PUNTOS] Encuentre la solución general de la EDO de primer orden:

$$(t - 1)y'(t) + 2y(t) = e^{-(t-1)^2}, t > 1$$

5.- [10 PUNTOS] Considere la EDO de segundo orden:

$$y''(t) = 2 y(t) y'(t)$$

a) Use el cambio de variable $w = y'$ y demuestre que la EDO dada se puede convertir en una EDO de primer orden en la cual y es la variable independiente y w la variable dependiente. Sugerencia: Use la regla de la cadena.

b) Resuelva la EDO dada.