



**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**  
**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS**

**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

COMPONENTE TEORICO	
TEMA 1	
TEMA 2	
TEMA 3	
TEMA 4	
TEMA 5	
TEMA 6	
<b>TOTAL (sobre 100)</b>	

<b>AÑO:</b> 2018 - 2019	<b>PERIODO:</b> PRIMER TÉRMINO
<b>MATERIA:</b> ECUACIONES DIFERENCIALES	<b>PROFESORES:</b> Jennifer Avilés, José Castro, C. Mario Celleri, Antonio Chong, David De Santis, Liliana Pérez, Eduardo Rivadeneira, Hernando Sánchez, Emilk Sempértégui.
<b>EVALUACIÓN:</b> TERCERA	<b>FECHA:</b> 10 SEPTIEMBRE 2018

**COMPROMISO DE HONOR**

Yo, ..... al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que NO puedo usar calculadora ni equipos electrónicos, que sólo puedo usar lápiz o esferográfico, que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción de esta evaluación y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que haya traído conmigo. Además, reconozco que no debo consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación y que los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

*Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.*

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

**Firma:** \_\_\_\_\_ **NÚMERO DE MATRÍCULA:** \_\_\_\_\_ **PARALELO:** \_\_\_\_\_

**Tema 1 (20 Puntos: 2 Puntos cada literal)**

**Complete las siguientes frases, para lo cual NO es necesario justificar las respuestas.**

- $f(x) = x^m$  es solución de la ecuación  $\frac{dy}{y} = 2 \frac{dx}{x}$  si el valor de  $m$  es igual a \_\_\_\_\_.
- La ecuación diferencial  $(-x + 2y - 1)dy + (-3x + 2y + 2)dx = 0$  se transforma en una ecuación de la forma  $y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$  al realizar los cambios de variable  $x = u + h$  y  $y = v + k$  donde las constantes  $h$  y  $k$  deben ser iguales a \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_ respectivamente.
- Un ejemplo de una ecuación diferencial de orden 3 que sea de grado 4 es \_\_\_\_\_.
- La solución particular de  $y'''(x) + 2y''(x) + y'(x) = e^{-x} \text{sen}(x)$  usando el método de los coeficientes indeterminados se plantea de la forma \_\_\_\_\_.
- Un ejemplo de una ecuación de Cauchy-Euler de orden 4 es \_\_\_\_\_.
- Un ejemplo de una serie divergente de la forma  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$  donde  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$  es \_\_\_\_\_.
- Si  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  es una serie divergente y  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 2$ , entonces de acuerdo al criterio de comparación en el límite se puede afirmar que la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  es \_\_\_\_\_.
- Si  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{b_{n+1}(x-2)^{n+1}}{b_n(x-2)^n} \right| = \infty$ , el intervalo de convergencia de la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n(x-2)^n$  es \_\_\_\_\_.
- Si una serie de potencias en términos de la variable  $x$  es convergente para todo  $x \in \mathbb{R}$  entonces su radio de convergencia es \_\_\_\_\_.
- Si  $Y(s)$  es la transformada de Laplace de la función  $f(t)$ , y  $y(0) = k$ ;  $k \in \mathbb{R}$ , entonces una expresión para la transformada de Laplace de  $g(t) = t^2 f'(t)$  es \_\_\_\_\_.

---

**Tema 2 (15 Puntos)**

A un paciente se le aplica cierto medicamento cuya concentración en el flujo sanguíneo con respecto al tiempo cambia con una rapidez dada por  $R(X) = A - BX$ , tal que  $A, B$  son constantes positivas y  $X(t)$  es dicha concentración a los  $t$  minutos. Si el paciente nunca antes ha recibido este medicamento, determine el valor límite de su concentración cuando  $t$  crece indefinidamente ( $t \rightarrow \infty$ ). Además, determine el intervalo de tiempo en el que el paciente debe recibir un segundo medicamento si éste se debe aplicar cuando la concentración del primer medicamento esté entre el 50% y 60% de su valor límite para que el paciente sobreviva.

---

**Tema 3 (15 Puntos)**

En algunas aplicaciones de ingeniería las ecuaciones de segundo orden de coeficientes constantes son muy comunes. Considerando las funciones  $f(x) = \cot(x)$  y  $g(x) = x^2$ , obtenga la solución de cada una de las siguientes ecuaciones diferenciales:

a)  $y''(x) + y(x) = f(x)$

b)  $y''(x) + y(x) = g(x)$

c)  $y''(x) + y(x) = f(x) + g(x)$

---

**Tema 4 (15 Puntos)**

Resuelva la ecuación diferencial de segundo orden  $y'' + 2y = 0$ ,  $y(0) = 5$ ,  $y'(0) = 0$  por medio de series de potencia alrededor de  $x_0 = 0$ . Esta ecuación describe un sistema de masa-resorte sin amortiguación y sin fuerzas externas que intervengan en el movimiento.

---

**Tema 5 (15 Puntos)**

Halle la solución general del sistema  $\begin{cases} x'_1 - x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 0 \\ x'_2 + 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 0 \\ x'_3 - 2x_1 - 2x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$  haciendo uso del método de valores y vectores propios.

---

**Tema 6 (20 Puntos)**

Determine la solución del siguiente problema de valor inicial:

$$y''(t) + 2y'(t) + y(t) = \delta(t)\cos\left(t - \frac{\pi}{3}\right) + \mu(t - \pi) ; y(0) = 0 ; y'(0) = 1$$