ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Año: 2016-2017	Período: Segundo Término
Materia: Cálculo de Varias Variables	Profesores: José Castro, Brenda Cobeña, Rosa Díaz, Jorge Medina, Marco Mejía, Mónica Mite, Juan Carlos Osorio, María Nela Pastuizaca, Heydi Roa, Aníbal Suárez, Soraya Solís, Xavier Toledo, Jorge Vielma, Miguel Vivas
Evaluación: Primera	Fecha: 5 de diciembre de 2016

COMPROMISO DE HONOR

Yo, ……al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que no puedo usar calculadora ni equipos electrónicos, que sólo puedo usar un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.
Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma:…………………………… ***NÚMERO DE MATRÍCULA:…………………………*** ***PARALELO:…………***

RÚBRICA DEL EXAMEN

1. (10 p.) Determine:

   a) Los puntos donde la recta $L: 2x - y - z = 0;\ x + 3y - 4z = 0$ interseca a la superficie $S: z = x^2 + 3y^2$.

   - Representa L en función de un parámetro....................1 p.
   - Sustituye condiciones de L en S y obtiene ecuación con una incógnita..1 p.
   - Resuelve la ecuación y obtiene los dos valores del parámetro..........1 p.
   - Obtiene los puntos de intersección (1 p. c/u)..................................2 p.

   b) La ecuación general del plano tangente a S en los puntos obtenidos en *a*).

   - Obtiene expresión general del vector normal a S.................1 p.
   - Sustituye puntos y obtiene vectores normales respectivos (1 p. c/u)...............................2 p.
   - Escribe ecuación del plano (1 p. c/u)...................................2 p.

2. (10 p.) Considere la función $f(x,y) = \sqrt{|xy|}$; $(x,y) \in \mathbb{R}^2$.

   a) Determine si f es continua en $(0,0)$.

      - Justifica correctamente continuidad, empleando criterio puntual o teorema de continuidad de la función compuesta................2 p.

   b) Calcular las derivadas parciales de f en $(0,0)$.

      - Plantea definición de límite de derivada parcial (1 p. c/u)...........2 p.
      - Calcula correctamente cada derivada parcial (1 p. c/u)................2 p.

   c) Determine si f es diferenciable en $(0,0)$.

      - Plantea definición de límite de diferenciabilidad...........1 p.
      - Calcula correctamente el límite....................................2 p.
      - Concluye correctamente sobre la diferenciabilidad en el punto.........1 p.

3. (10 p.) Considere las funciones:

$$F(x,y,z) = (xyz, y^2 - x^2, y, xy);\ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3$$

$$G(u,v,w) = (uv, e^{uw}, uvw^2);\ (u,v,w) \in \mathbb{R}^3$$

   Determine de ser posible $D(F \circ G)(1,0,1)$.

   - Plantea teorema de la derivada de la función compuesta................2 p.
   - Calcula correctamente $G(1,0,1)$......................................2 p.
   - Calcula correctamente $DG(1,0,1)$...................................2 p.
   - Calcula correctamente $DF(G(1,0,1))$..............................2 p.
   - Multiplica correctamente las matrices y especifica $D(F \circ G)(1,0,1)$.......2 p.

4. (10 p.) Sea u función de las variables x, y, z a través de la relación $xu^3 - 2y^2z + 3y^2 + zu^2 - 2 = 0$. Determine de ser posible:

   a) Si u es función de clase C^1 de (x, y, z) en una vecindad del punto $(x_0, y_0, z_0) = (1, -1, 0)$.

   - Determina u_0...............1 p.
   - Define correctamente F y obtiene $F_u|_{(x_0,y_0,z_0,u_0)}$...........................1 p.
   - Justifica que u sí es función de clase C^1 en la vecindad dada.......2 p.

   b) Una aproximación con Taylor de 1er orden para $u(0.9, -0.9, 0.2)$.

   - Planeta fórmula de Taylor de $1er$ orden para u...............1 p.
   - Calcula correctamente u_x, u_y, u_z en (x_0, y_0, z_0, u_0)...........3 p.
   - Identifica vector incremento...........................1 p.
   - Reemplaza datos y obtiene aproximación.......1 p.

5. (10 p.) Se requiere construir una caja con forma de ortoedro. Se conoce que el costo del material utilizado para la superficie lateral y la tapa es de \$0.25 por pie^2, mientras que el costo para la parte inferior es de \$0.40 por pie^2. Determine las dimensiones que deberá tener la caja para que el costo del material empleado sea el mínimo, sabiendo que el volumen es de 2 $pies^3$.

- Sin usar Lagrange:
    - Identifica variables y plantea función
      de costo a minimizar...........................2 p.
    - Plantea condición de volumen...........1 p.
    - Relaciona variables y obtiene costo en función de dos variables....1 p.
    - Obtiene punto crítico..........................2 p.
    - Calcula matriz Hessiana en el punto crítico.......1 p.
    - Justifica con el criterio de la Hessiana el costo mínimo.......2 p.
    - Especifica las tres dimensiones que debe tener la caja.........1 p.
- Usando Lagrange:
    - Identifica variables y plantea función
      de costo a minimizar...........................2 p.
    - Plantea restricción de volumen...........1 p.
    - Plantea condición del Teorema de Lagrange....1 p.
    - Obtiene sistema de ecuaciones..........................2 p.
    - Resuelve correctamente el sistema y obtiene punto crítico.......2 p.
    - Justifica adecuadamente que el costo es mínimo
      con las dimensiones halladas............................2 p.