# FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
## DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

| | |
|---|---|
| Examen: | |
| Lección: | |
| Quiz: | |
| Deber: | |
| Total: | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **AÑO:** | 2019 | **PERÍODO:** | PRIMER TÉRMINO |
| **MATERIA:** | Cálculo de una variable | **PROFESOR:** | |
| **EVALUACIÓN:** | SEGUNDA | **FECHA:** | 26/agosto/2019 |



1. (10 PUNTOS) Justificando su respuesta, establezca si la proposición dada es VERDADERA o FALSA.

   (a) (5 PUNTOS) Dada la función por tramos $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ definida así:

$$f(x) = \begin{cases} 4 - x\,, & x \geq 2 \\ x\,, & x < 2 \end{cases}$$

   Entonces:

$$\int_{1}^{4} f(x)\,dx = \frac{7}{2}$$

(b) (5 PUNTOS) $$\lim_{x \to 0} \left( \frac{e^x - 1 - x}{sen^2(x)} \right) = \frac{1}{2}$$

2. (10 PUNTOS) Bosqueje en un plano cartesiano la gráfica de la función $f\colon \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ que es continua en todo su dominio y cumple con las siguientes condiciones:

(i) $\forall \xi > 0\ \exists \delta > 0\ \forall x \in dom\ f\ [(|x-1| < \delta) \Rightarrow (|f(x)| < \xi)]$
(ii) $\forall \xi > 0\ \exists \delta > 0\ \forall x \in dom\ f\ [(|x-3| < \delta) \Rightarrow (|f(x)| < \xi)]$
(iii) $\forall \xi > 0\ \exists \delta > 0\ \forall x \in dom\ f\ [(|x| < \delta) \Rightarrow (|f(x)-2| < \xi)]$
(iv) $\forall \xi > 0\ \exists \delta > 0\ \forall x \in dom\ f\ [(|x-2| < \delta) \Rightarrow (|f(x)+4| < \xi)]$
(v) $\forall \xi > 0\ \exists N > 0\ \forall x \in dom\ f\ [(x < -N) \Rightarrow (|f(x)-3| < \xi)]$
(vi) $f'(x) < 0$, si $x \in (-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$.
(vii) $f'(x) > 0$, si $x \in (2, 3)$.
(viii) $f'(2)$ no existe.
(ix) $f'(3) = 0$
(x) $f''(x) < 0\ , \forall x \in dom\ f - \{2\}$

3. (10 PUNTOS) Obtenga las siguientes antiderivadas:

(a) (5 PUNTOS) $$\int \left(\frac{2x^3 + x^2 + 2x - 1}{x^4 - 1}\right) dx$$

(b) (5 PUNTOS) $\displaystyle\int \frac{ln(x)}{x^4}\,dx$

4. (8 PUNTOS) Calcule el área de la región $R$ definida así:

$$R: \begin{cases} y = \dfrac{1}{x} \\ y = \dfrac{x}{x^2+1} \end{cases} \quad ; \qquad x \in [1, +\infty)$$

5. (4 PUNTOS) Definiendo una función adecuada y usando diferenciales, aproxime el valor de $\sqrt[4]{80}$.

6. (8 PUNTOS) De los siguientes ejercicios, SELECCIONE SOLAMENTE UNO y resuélvalo.

(a) En la fabricación y venta de $x$ $[unidades]$ de cierto bien, las funciones de precio unitario $p$ y costo total $c$, ambas en $[\$]$, vienen dadas por:

$$p(x) = 6 - 0.003x$$
$$c(x) = 4 + 2.1x$$

Determine el nivel de producción que generará una UTILIDAD TOTAL MÁXIMA.

(b) Un observatorio debe tener la forma de un cilindro recto coronado por un domo semiesférico. Se conoce que el domo semiesférico costará el doble por $[m^2]$ que las paredes laterales cilíndricas que cuestan $\$\,10$ cada $[m^2]$. Determine las DIMENSIONES MÁS ECONÓMICAS del observatorio, si se quiere que tenga $400\pi$ $[m^3]$ de volumen.