

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2022	PERÍODO: PAE 2022
MATERIA: Cálculo de una variable	PROFESOR: Laveglia F., García E.
EVALUACIÓN: SEGUNDA	FECHA: 22/abril/2022

Tema 1

1. (5 PUNTOS)

La variación del crecimiento del precio de una acción de Tesla está dada por:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\operatorname{sen}^3(t)}{\sqrt{\cos(t)}}$$

en donde P es el precio de la acción y t el tiempo transcurrido en minutos. Obtenga e miembro de la familia de antiderivadas que describe el movimiento del precio de la acción de Tesla con respecto al tiempo, si el precio inicial es $P(0) = -\frac{8}{5}$

2. (5 PUNTOS)

La velocidad de contaminación de aire C por CO_2 en un espacio cerrado se describe por la siguiente función, donde t es el tiempo transcurrido en minutos:

$$C'(t) = \frac{1}{\sqrt{e^t - 1}}$$

Obtenga el miembro de la familia de antiderivadas que describe el volumen de aire contaminado C con respecto al tiempo, si $C(1) = 1.838$.

3. (5 PUNTOS)

Un virus tiene la capacidad de infectar a cierta cantidad de personas en un intervalo de tiempo, a continuación se describe la velocidad de contagios C en función del tiempo t en horas:

$$C'(t) = \frac{(\operatorname{arcsen} t)^2}{\sqrt{1 - t^2}}$$

Obtenga el miembro de la familia de antiderivadas que describe la cantidad de contagios con respecto al tiempo, si $C(0.2) = 0.0027$.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2022	PERÍODO:	PAE 2022
MATERIA:	Cálculo de una variable	PROFESOR:	Laveglia F., García E.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	FECHA:	22/abril/2022

Tema 2

1. (6 PUNTOS)

Dada la función:

$$f(x) = x(\cos^3(x^2) - \operatorname{sen}^3(x^2))$$

Aplicando alguna técnica de integración, de ser posible, demuestre que la antiderivada general de f está dada por:

$$F(x) = \frac{1}{12}(\operatorname{sen}(x^2) + \cos(x^2))(4 + \operatorname{sen}(2x^2)) + C$$

2. (6 PUNTOS)

Dada la función:

$$f(x) = \frac{1}{\operatorname{sen}^5(x) \cos(x)}$$

Aplicando alguna técnica de integración, de ser posible, demuestre que la antiderivada está dada por:

$$F(x) = \ln|\operatorname{csc}(2x) - \cot(2x)| - \frac{\operatorname{csc}^2(x)}{2} - \frac{\operatorname{csc}^4(x)}{4} + C$$

3. (6 PUNTOS)

Dada la función:

$$f(x) = \frac{1}{\operatorname{sen}^2(x) \cos^4(x)}$$

Aplicando alguna técnica de integración, de ser posible, demuestre que la antiderivada está dada por:

$$F(x) = \tan(x) + \frac{\tan^3(x)}{3} - 2\cot(2x) + C$$

**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

AÑO: 2022	PERÍODO: PAE 2022
MATERIA: Cálculo de una variable	PROFESOR: Laveglia F., García E.
EVALUACIÓN: SEGUNDA	FECHA: 22/abril/2022

Tema 3

1. (6 PUNTOS)

Dada la ecuación:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^4}{x^4 - 1}$$

Obtenga $y = f(x)$

2. (6 PUNTOS)

Dada la ecuación:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^3 + x + 1}{x(x^2 + 1)}$$

Obtenga $y = f(x)$

3. (6 PUNTOS)

Dada la ecuación:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x^2 + 4x + 22}{x^2 + 2x + 10}$$

Obtenga $y = f(x)$

**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

AÑO: 2022	PERÍODO: PAE 2022
MATERIA: Cálculo de una variable	PROFESOR: Laveglia F., García E.
EVALUACIÓN: SEGUNDA	FECHA: 22/abril/2022

Tema 4

1. (8 PUNTOS)

Dada la partición $P: -3 < -1 < 0 < \frac{3}{2} < 2$ y la función $f(x) = 3x^2 - 6$.
Determine la Suma de Riemann, considerando los puntos muestra como el punto medio de cada subintervalo.

2. (8 PUNTOS)

Dada la partición $P: -3 < -1 < 0 < \frac{3}{2} < 2$ y la función $f(x) = 3x^2 - 6$.
Determine la Suma de Riemann, considerando los puntos muestra como el extremo izquierdo de cada subintervalo.

3. (8 PUNTOS)

Dada la partición $P: -3 < -1 < 0 < \frac{3}{2} < 2$ y la función $f(x) = 3x^2 - 6$.
Determine la Suma de Riemann, considerando los puntos muestra como el extremo derecho de cada subintervalo.

**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

AÑO:	2022	PERÍODO:	PAE 2022
MATERIA:	Cálculo de una variable	PROFESOR:	Laveglia F., García E.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	FECHA:	22/abril/2022

Tema 5

1. (6 PUNTOS)

Dado que $\int_a^b f(x) dx = 8$ y $f(x)$ es continua en todo su dominio, demuestre que $f(x_0) = 4$ al menos una vez en el intervalo $[1, 3]$.

2. (6 PUNTOS)

Dado que $\int_a^b f(x) dx = 9$ y $f(x)$ es continua en todo su dominio, demuestre que $f(x_0) = 3$ al menos una vez en el intervalo $[1, 4]$.

3. (6 PUNTOS)

Dado que $\int_a^b f(x) dx = 10$ y $f(x)$ es continua en todo su dominio, demuestre que $f(x_0) = 5$ al menos una vez en el intervalo $[2, 4]$.

**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

AÑO:	2022	PERÍODO:	PAE 2022
MATERIA:	Cálculo de una variable	PROFESOR:	Laveglia F., García E.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	FECHA:	22/abril/2022

Tema 6

1. (5 PUNTOS)

Dada la siguiente ecuación:

$$\int_0^{f(x)} t^2 dt = x^2(1+x)$$

Aplicando el primer Teorema Fundamental del Cálculo, determine la ecuación de la recta tangente a $f(x)$, cuando $x = 1$, dado que $f(1) = 1$.

2. (5 PUNTOS)

Dada la siguiente ecuación:

$$\int_0^{f(x)} t^2 dt = x^2(1+x)$$

Aplicando el primer Teorema Fundamental del Cálculo, determine la ecuación de la recta normal a $f(x)$, cuando $x = 1$, dado que $f(1) = 1$.

3. (5 puntos)

Dada la siguiente ecuación:

$$\int_0^{f(x)} t^3 dt = x^3(1+x)$$

Aplicando el primer Teorema Fundamental del Cálculo, determine la ecuación de la recta tangente a $f(x)$, cuando $x = 1$, dado que $f(1) = 2$.

**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

AÑO:	2022	PERÍODO:	PAE 2022
MATERIA:	Cálculo de una variable	PROFESOR:	Laveglia F., García E.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	FECHA:	22/abril/2022

Tema 7

1. (8 PUNTOS)

Calcule el área de la región delimitada por la intersección de la función $y \leq 2\text{sen}(\pi x)$ y las áreas conformadas por: $y \leq 2$, $x \geq 0$, $x \leq 3$ y sobre el eje X.

2. (8 PUNTOS)

Calcule el área de la región definida por la parábola $y = x^2 - 2x$ y la función $y = -x^4$.

3. (8 PUNTOS)

Calcule el área de la región definida por la intersección de la función $y \geq 2\text{sen}(\pi x)$ y las áreas conformadas por: $y \leq 2$, $x \geq 0.5$ y $x \leq 2.5$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2022	PERÍODO:	PAE 2022
MATERIA:	Cálculo de una variable	PROFESOR:	Laveglia F., García E.
EVALUACIÓN:	SEGUNDA	FECHA:	22/abril/2022

Tema 8

1. (6 PUNTOS)

Sea $f(x) = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$. Determinar el volumen del sólido que se obtiene al girar alrededor de la recta $x = 1$ la región del plano encerrada por el eje X , el gráfico de la función f y la recta $x = 1$. Considere rectángulos paralelos al eje de rotación.

2. (6 PUNTOS)

Sea $f(x) = \sqrt{\frac{2+x}{2-x}}$. Determinar el volumen del sólido que se obtiene al girar alrededor de la recta $x = 2$ la región del plano encerrada por el eje X , el gráfico de la función f y la recta $x = 2$. Considere rectángulos paralelos al eje de rotación.

3. (6 PUNTOS)

Sea $f(x) = \sqrt{\frac{3+x}{3-x}}$. Determinar el volumen del sólido que se obtiene al girar alrededor de la recta $x = 3$ la región del plano encerrada por el eje X , el gráfico de la función f y la recta $x = 3$. Considere rectángulos paralelos al eje de rotación.