

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

|                    |  |                 |                   |                 |                         |
|--------------------|--|-----------------|-------------------|-----------------|-------------------------|
| <b>AÑO:</b>        | 2022   | <b>PERÍODO:</b> | II PAO            | <b>MATERIA:</b> | Cálculo de una variable |
| <b>PROFESORES:</b> | Álvarez I., Avilés J., Baquerizo G., Crow P.,<br>García A., García E., Hernández C., Laveglia F.,<br>Mejía M., Ramos M., Ronquillo C., Toledo X. |                 |                   |                 |                         |
| <b>EVALUACIÓN:</b> | PRIMERA  | <b>FECHA:</b>   | 21/noviembre/2022 |                 |                         |

|          |  |
|----------|--|
| Examen:  |  |
| Lección: |  |
| Quiz:    |  |
| Deber:   |  |
| Total:   |  |

Nombre: \_\_\_\_\_ Cédula: \_\_\_\_\_ Paralelo: \_\_\_\_\_

**COMPROMISO DE HONOR**

Al leer este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o una esferográfica, que los temas voy a desarrollarlos en forma ordenada, que a lo sumo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen, y, NO USARÉ calculadora alguna o cualquier instrumento de comunicación ajeno al desarrollo del examen. No debo consultar libros, ni notas, ni apuntes adicionales a las que se proporcionen para esta evaluación.

***Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y al estar de acuerdo con la declaración anterior, procedo a firmarlo.***

\_\_\_\_\_

*"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".*

1. (5 PUNTOS) De ser posible, calcule:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (x - 1) \operatorname{sen} \left( \frac{1}{x - 1} \right)$$

2. La temperatura  $T$  del café recién hecho es de  $130^\circ\text{F}$  y se conoce que dicha temperatura a través del tiempo  $t$ , medido en *minutos*, puede ser modelizada con la siguiente expresión:

$$T(t) = Ae^{-0.044t} + 72 ; t \geq 0$$

- (a) (1 PUNTO) Determine el valor de la constante  $A$ . Especifique la regla de correspondencia para la temperatura  $T$ , considerando el valor calculado.
- (b) (4 PUNTOS) Después que ha transcurrido mucho tiempo, mediante el cálculo de un límite, calcule la temperatura final  $T_f$  a la cual se enfría el café. Explique lo que representa la recta  $T = T_f$  para la gráfica de la función  $T$ .

3. (6 PUNTOS) Dada la función de variable real  $f$  tal que:

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - 2x - 3}{x^3 - 4x^2 + 4x - 3} ; x \neq 3$$

Para que  $f$  sea continua en  $\mathbb{R}$ , ¿cómo debe ser definida en  $x = 3$ ?

4. Para cada función, obtenga la expresión simplificada correspondiente a:

$$\frac{dy}{dx}$$

(a) (3 PUNTOS)  $y = \frac{3^{4x}}{\cos(4x)}$

(b) (3 PUNTOS)  $y = x^{\sec(x)}$

5. (6 PUNTOS) Determine la ecuación de la recta tangente en el punto  $P_0$  a la curva:

$$\frac{9}{4}x - (x + y)^2 + \arctan(2y) = \frac{\pi}{4} \quad ; \quad P_0\left(1, \frac{1}{2}\right)$$

6. (8 PUNTOS) Bosqueje la gráfica de una función de variable real  $f$  que es continua y que cumple con todas las condiciones especificadas:

- i.  $\text{dom } f = \mathbb{R}$
- ii.  $f(0) = f(4) = f(6) = 0 ; f(2) = 4 ; f(5) = -5$
- iii.  $\forall x \in (0, 2) \cup (5, +\infty), f'(x) > 0$
- iv.  $\forall x \in (2, 5), f'(x) < 0$
- v.  $f'(5)$  no existe.
- vi.  $\forall x \in (0, 5) \cup (5, +\infty), f''(x) < 0$
- vii.  $f$  es impar.

Determine qué tipo de punto crítico se tiene cuando  $x = 2$ .

7. (8 PUNTOS) De los problemas mostrados a continuación, SELECCIONE SOLAMENTE UNO y RESUÉLVALO:

Un cuadrado está inscrito en un círculo. Si la longitud del radio del círculo se está incrementando a una velocidad constante de  $0.8 \text{ cm/s}$ , calcule la velocidad con la que crece el área del círculo cuando el lado del cuadrado mide  $4 \text{ cm}$ .

La función  $Q(p) = \log_2(65 - p^2)$  representa la cantidad, en *miles de acciones*, que demanda el mercado y  $p$  es el precio de cada acción en *dólares*. Si el precio de las acciones decrece a razón de  $\$ 2$  *por semana*, calcule la variación de la demanda cuando la cantidad demandada es de  $4 \text{ mil acciones}$ .

8. (6 PUNTOS) Dada la función de variable real  $f$  definida por:

$$f(x) = \sqrt{x-1} ; x \geq 1$$

Verifique si cumple con la hipótesis del TEOREMA DEL VALOR MEDIO PARA DERIVADAS (TEOREMA DE LAGRANGE) en el intervalo  $[5, 17]$ , y, en caso de hacerlo, determine el valor de  $c$  cuya existencia está garantizada por dicho teorema.