espol Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas

AÑO: 2019	PERIODO: SEGUNDO
MATERIA: **CÁLCULO DE VARIAS VARIABLES**	PROFESOR: SOLUCIÓN Y RÚBRICA
EVALUACIÓN: PRIMERA	
TIEMPO DE DURACIÓN: 2 Horas	FECHA: NOVIEMBRE 25 DE 2019

COMPROMISO DE HONOR

Yo, …… al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que NO puedo usar una calculadora; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: ___________________ ***NÚMERO DE MATRÍCULA:*** ___________________ ***PARALELO:*** ________

PRIMER TEMA (16 puntos)

Justifique el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

a) La ecuación $y^2x - x^2y + x\operatorname{sen} z = 2$ define una función implícita de $z = \emptyset(x, y)$ en un entorno del punto $(1, -1, 0)$, entonces el plano tangente a dicha superficie en el punto indicado no es paralelo a la recta que pasa por el punto $(1, -1, 2)$ en dirección del vector $v = (2, 1, -3)$.

FALSO

Sea $F(x, y, z) = y^2x - x^2y + x\sin(z) - 2 = 0$, así:

$\nabla F(x, y, z) = (y^2 - 2xy + \sin(z), 2xy - x^2, x\cos(z))$ y por tanto, un vector normal al plano tangente a la superficie en el punto $(1, -1, 0)$ está dado por:

$\nabla F(1, -1, 0) = ((-1)^2 - 2(1)(-1) + \sin(0), 2(1)(-1), \cos(0)) = (3, -3, 1)$

Y $\boldsymbol{\pi}$: $3x - 3y + z - 6 = 0$, con $n = (3, -3, 1)$.

Sabemos que $\boldsymbol{L}: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$ $t \in \mathbb{R}$, y su vector director es $v = (2, 1, -3)$.

Notemos que: $\boldsymbol{\pi} \parallel \boldsymbol{L} \Leftrightarrow n \perp v \Leftrightarrow n \cdot v = 0$.

Como $n \cdot v = (3, -3, 1) \cdot (2, 1, -3) = 6 - 3 - 3 = 0$, entonces $\boldsymbol{\pi} \parallel \boldsymbol{L}$.

Rúbrica:

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante sabe identificar la función implícita para derivarla hallando el gradiente en el punto indicado y así definirlo como vector normal del plano tangente a la superficie y conoce la relación de paralelismo entre plano y recta usando el vector normal y el vector director.	**Inicial**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No sabe cómo hallar el gradiente y por ende no identifica el vector normal del plano tangente a la superficie en el punto indicado.	No identifica la función implícita pero halla el gradiente en el punto indicado y lo define como vector normal del plano tangente a la superficie.	Sabe identificar la función implícita para derivarla hallando el gradiente en el punto indicado y lo define como vector normal del plano tangente a la superficie, pero plantea erróneamente la relación de paralelismo entre plano y recta usando el vector normal y el vector director.	El estudiante realiza correctamente todos los pasos necesarios y concluye que la proposición es Falsa.
	0	1-2	3	4

b) Dado el conjunto $A = \{(x, y) \in R^2; x < y^2, x^2 + y^2 \ \leq 1\}$, entonces A representa un conjunto no abierto y acotado.

VERDADERO

Calculando la abscisa del punto de intersección de la circunferencia $x^2 + y^2 = 1$ con la parábola $y^2 = x$, se obtiene:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ y^2 = x \end{cases} \rightarrow x^2 + x^2 = 1 \ \rightarrow \ x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \vee x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$$

Por lo tanto, el conjunto Frontera de A, estará dado por:

$$Frontera\ (A) = \left\{(x, y) \in R^2;\ x^2 + y^2 = 1, -1 \leq x \leq \frac{1}{2}\left(-1 + \sqrt{5}\right)\right\}$$
$$\cup \left\{(x, y) \in R^2;\ y^2 = x, 0 \leq x \leq \frac{1}{2}\left(-1 + \sqrt{5}\right)\right\}$$

Por lo tanto:

- A no es abierto, porque $A \cap Frontera\ (A) \neq \emptyset$
- A es acotado porque $A \subset \ B_1(0,0)$

Rúbrica:

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante conoce los conceptos básicos de topología y los aplica para determinar si un conjunto es no abierto y acotado.	Inicial	En desarrollo	Desarrollado	Excelente
	No conoce los conceptos básicos de topología.	Determina el punto de intersección de la parábola con la circunferencia y determina el conjunto frontera de A, pero no concluye lo solicitado	Realiza correctamente lo anterior y concluye bien solo una de las preguntas, si es no abierto o es acotado.	Encuentra puntos de intersección, define conjunto frontera de A correctamente y concluye bien que el conjunto es no abierto y acotado. Proposición verdadera.
	0	1-2	3	4

c) Dadas las rectas $l_1: \begin{cases} x+y-5z=-3 \\ -2x+z=1 \end{cases}$; $l_2: x+1=\frac{y-3}{a}=\frac{z}{2}$; entonces no existe valor real a, $\neg(a=0)$; tal que l_1 y l_2 sean paralelas.

FALSO

$z=1 \ \rightarrow \begin{cases} x+y=2 \\ -2x=0 \end{cases} \ \rightarrow \ x=0; y=2 \qquad A(0,2,1)$

$x=1 \ \rightarrow \begin{cases} y-5x=-4 \\ z=3 \end{cases} \ \rightarrow \ z=3; y=11 \qquad B(1,11,3)$

Para la recta l_1: $\overrightarrow{n_1}=(1,1,-5)$, $\overrightarrow{n_2}=(-2,0,1)$, entonces $\overrightarrow{n_1} x \overrightarrow{n_2}=\overrightarrow{S_1}=(1,9,2)$= AB

Las ecuaciones paramétricas de la recta l_1 que pasa por el punto $A(0,2,1)$ con vector directriz (1,9,2) son:

$$\begin{cases} x=\beta \\ y=2+9\beta \\ z=1+2\beta \end{cases}$$

Para la recta l_2: $\overrightarrow{S_2}=(1,a,2)\ y\ \ C(-1,3,0)$

Si $l_1 \parallel l_2$: $\overrightarrow{S_1}\ y\ \overrightarrow{S_2}$ son proporcionales: $\frac{1}{1}=\frac{9}{a}=\frac{2}{2} \rightarrow a=9$

Rúbrica:

Capacidades deseadas	Desempeño			
	Inicial	En desarrollo	Desarrollado	Excelente
El estudiante conoce los conceptos relacionados con la geometría tridimensional.	No reconoce la información RELEVANTE de las rectas en R^3.	Obtiene el vector directriz S_1 como producto vectorial de los vectores normales o como vector recorrido de dos puntos de l_1 , pero tiene problemas para analizar la recta l_2 o viceversa.	Obtiene correctamente los vectores directrices de ambas rectas, pero tiene problemas para plantear la condición de paralelismo.	Obtiene correctamente la información relevante de ambas rectas. Plantea la condición de paralelismo y concluye que la proposición es Falsa, ya que si existe el número real a distinto de cero.
	0	1-2	3	4

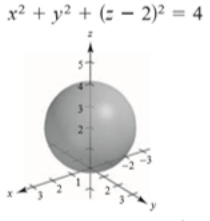
d) La ecuación en coordenadas esféricas $\rho = 4\cos\emptyset$ representa a una esfera con radio de longitud igual a 2 unidades y centrada en el punto (0,0,2).

VERDADERO

$\rho = 4\cos\emptyset$

$\frac{\rho}{4} = \cos\emptyset$ pero de la identidad $z = \rho\cos\emptyset$ se tiene $\frac{z}{\rho} = \cos\emptyset$, entonces:

$x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$



$\frac{\rho}{4} = \frac{z}{\rho}$ luego $\rho^2 = 4z$ y

$x^2 + y^2 + z^2 = 4z$

$x^2 + y^2 + z^2 - 4z = 0$

$x^2 + y^2 + z^2 - 4z + 4 = 4$

$$x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$$

Rúbrica:

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante sabe cómo transformar una ecuación en coordenadas esféricas a rectangulares y a identificar una superficie cuádrica.	Inicial	En desarrollo	Desarrollado	Excelente
	No sabe cómo plantear cambio de coordenadas esféricas a rectangulares.	El estudiante utiliza algunas relaciones (o las utiliza incorrectamente) para cambiar de coordenadas esféricas a rectangulares.	El estudiante utiliza correctamente las relaciones para cambiar de coordenadas esféricas a rectangulares y obtiene ecuación general de la superficie.	El estudiante transforma ecuación general a la forma canónica e identifica que superficie es una esfera de radio 2 centrada en punto (0,0,2). Proposición verdadera.
	0	1-2	3	4

SEGUNDO TEMA (9 puntos)

Demuestre que la siguiente función:

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{|x|y}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Es continua en el punto $(0,0)$ y tiene derivadas en cada dirección en el punto $(0,0)$, pero no es diferenciable en $(0,0)$.

Estudiemos la continuidad de f en $(0,0)$. Observemos que:

- $f(0,0) = 0$ existe. Ahora probemos que
- $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{|x|y}{\sqrt{x^2+y^2}} = f(0,0) = 0$

Usando coordenadas polares: $\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\,sen\,\theta \\ r^2 = x^2+y^2 \end{cases}$ tenemos que:

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{|x|y}{\sqrt{x^2+y^2}} = \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{|r\cos\theta|\,r\,sen\,\theta}{r} = \lim_{r\to 0}|r\cos\theta|\;sen\,\theta = 0$$

Ya que $\lim\limits_{r\to 0} r = 0$ y $g(r,\theta) = |\cos\theta|\sin\theta$ es acotada. Así, f es continua en $(0,0)$, más aún es continua en $\mathbb{R}^2$.

- Calculemos las derivadas direccionales en el punto $(0,0)$. Sea $v = (v_1, v_2)$ un vector unitario:

$\frac{\partial f}{\partial v}(0,0) = \lim\limits_{t\to 0}\frac{f((0,0)+t(v_1,v_2))}{t} = \lim\limits_{t\to 0}\frac{f(tv_1,\ t\,v_2)}{t} = \lim\limits_{t\to 0}\frac{|t\,v_1|\,t\,v_2}{t\sqrt{t^2(v_1^2+v_2^2)}} = \frac{|v_1|\,v_2}{\sqrt{v_1^2+v_2^2}} = \ |v_1|\,v_2,$

El cual existe para cualquier vector unitario $v = (v_1, v_2)$.

Estudiemos la diferenciabilidad de f en el punto $(0,0)$.

Calculemos el siguiente límite, donde $h = (h_1, h_2)$ y $\boldsymbol{x_0} = (0,0)$:

$$\lim_{(h_1,h_2)\to(0,0)} \frac{f(h_1,h_2) - f(0,0) - (h_1,h_2)\cdot(0,0)}{\sqrt{h_1^2+h_2^2}} = \lim_{(h_1,h_2)\to(0,0)} \frac{\frac{|\,h_1|\ \ h_2}{\sqrt{h_1^2+h_2^2}}}{\sqrt{h_1^2+h_2^2}}$$

Utilizando coordenadas polares: $\begin{cases} h_1 = r\cos\theta \\ h_2 = r\ sen\ \theta \\ r^2 = {h_1}^2 + {h_2}^2 \end{cases}$ tenemos que:

$$\lim_{(h_1,h_2)\to(0,0)} \frac{\frac{|\,h_1|\ \ h_2}{\sqrt{h_1^2+h_2^2}}}{\sqrt{h_1^2+h_2^2}} = \lim_{(h_1,h_2)\to(0,0)} \frac{|\,h_1|\ \ h_2}{h_1^2+h_2^2} = \lim_{r\to 0}\frac{|r\cos\theta|\ r\ sen\ \theta}{r^2}$$

$$= |\cos\theta|\ sen\ \theta$$

Por lo tanto el límite no existe y la función no es diferenciable en $(0,0)$.

Rúbrica:

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante sabe cómo plantear el criterio de continuidad en un punto y demostrar la existencia del límite; sabe calcular las derivadas direccionales de la función en un punto y demostrar la no diferenciabilidad de la función en un punto.	Inicial	En desarrollo	Desarrollado	Excelente
	No sabe cómo plantear el criterio de continuidad, no calcula el límite, no calcula las derivadas direccionales y no demuestra la diferenciabilidad de la función en el punto indicado.	No plantea el criterio de continuidad, pero demuestra que el límite existe y es igual a la imagen de la función en el punto dado, pero tiene problemas en el cálculo de las derivadas direccionales y el resto del ejercicio.	Resuelve correctamente lo referente a la continuidad, considera un vector unitario, calcula las derivadas direccionales de la función en un punto, pero no concluye que todas éstas existen o tiene problemas para demostrar la no diferenciabilidad de la función en el punto dado.	Resuelve correctamente lo referente a la continuidad, determina la existencia de las derivadas direccionales en toda dirección para el punto dado y demuestra que la función es diferenciable en ese punto.
	0	1-4	5-8	9

TERCER TEMA (8 puntos)

Dada la función $f(x,y) = \begin{cases} xy\left(\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}\right) & ;(x,y) \neq (0,0) \\ 0 & ;\ (x,y) = (0,0) \end{cases}$; determine:

a) $f_x(x,y)$, $f_y(x,y)$ para$(x,y) \neq (0,0)$
b) $f_x(0,y)$, $f_y(x,0)$
c) $f_{xy}(0,0)$, $f_{yx}(0,0)$. ¿Por qué este resultado no contradice el Teorema de Schwarz?

a) $f_x(x,y) = \ y\left(\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}\right) + xy\left(\frac{(x^2+y^2)(2x)-(x^2-y^2)(2x)}{(x^2+y^2)^2}\right)$

$$= \frac{y(x^2+y^2)(x^2-y^2) + xy(4xy^2)}{(x^2+y^2)^2}$$

Similarmente: $f_y(x,y) = \frac{x(x^4-4x^2y^2-y^4)}{(x^2+y^2)^2}$

b) Utilizando la información obtenida en a)

$$f_x(0,y) = \frac{y(-y)^4}{(y^2)^2} = \ -y;\ \forall y \neq 0$$

$$f_x(x,0) = x\ ;\ \forall x \neq 0$$

c) De la parte b)

$$f_{xy}(0,y) = -1;\ f_{yx}(x,0) = 1$$

$$f_{xy}(0,0) = \lim_{h\to 0} \frac{f_x(0,h) - f_x(0,0)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{-h-0}{h} = -1$$

Similarmente: $f_{yx}(0,0) = 1$.

No se contradice el Teorema de Scharwz porque las derivadas parciales de segundo orden no son continuas en (0,0), es decir; como: $f_{xy}(0,y) = -1\ y\ f_{yx}(x,0) = 1$, entonces $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f_{xy}(0,0)$ NO EXISTE.

Rúbrica:

Capacidades deseadas	Desempeño			
	Inicial	En desarrollo	Desarrollado	Excelente
El estudiante conoce como obtener derivadas parciales de primer y segundo orden, y la razón por la cual las derivadas mixtas son o no iguales.	No sabe como obtener derivadas parciales de primer ni segundo orden.	Obtiene las derivadas parciales de primer orden solicitadas para $(x, y) \neq (0,0)$, pero tiene problemas para evaluarlas en $(0, y)$ y $(x, 0)$ respectivamente.	Determina correctamente las derivadas parciales de primer orden tanto para $(x, y) \neq (0,0)$ como al evaluarlas en $(0, y)$ y $(x, 0)$ respectivamente, pero tiene problemas al calcular las derivadas de orden dos solicitadas o no concluye por que sus resultados no contarian el Teorema de Schwarz.	Determina correctamente todas las derivadas parciales de primer y segundo orden solicitidas y justifica porque los resultados obtenidos no contrarian el Teorema de Schwarz.
	0	1-3	4-7	8

CUARTO TEMA (7 puntos)

Sea $z = f(x, y)$, donde $x = r\ cos\theta, y = r\ sen\theta.$

a) Demuestre que:

$$\frac{\partial z}{\partial r} = f_x\ cos\theta + f_y\ sen\theta$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial z}{\partial \theta} = -f_x\ sen\theta + f_y\ cos\theta$$

b) Resuelva el sistema de ecuaciones anterior para expresar f_x y f_y en función de $\frac{\partial z}{\partial r}$ y $\frac{\partial z}{\partial \theta}$, y verifique si se cumple: $(f_x)^2 + \left(f_y\right)^2 = \left(\frac{\partial z}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial z}{\partial \theta}\right)^2$

a) Aplicando regla de la cadena:

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r} = f_x\ cos\theta + f_y\ sen\theta$$

$$\frac{\partial z}{\partial \theta} = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial \theta} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial \theta} = -f_x\ r\ sen\theta + f_y\ r\ sen\theta$$

Entonces: $\frac{1}{r}\frac{\partial z}{\partial \theta} = -f_x\, sen\theta + f_y\, sen\theta$

b) Al resolver el sistema: $\begin{cases} \frac{\partial z}{\partial r} = f_x\, cos\theta + f_y\, sen\theta \\ \frac{\partial z}{\partial \theta} = -f_x\, r\, sen\theta + f_y\, r\, sen\theta \end{cases}$

Se obtiene:

$$f_x = \frac{\partial z}{\partial r}\, cos\theta - \frac{1}{r}\frac{\partial z}{\partial \theta}\, sen\theta$$

$$f_y = \frac{\partial z}{\partial r}\, sen\theta + \frac{1}{r}\frac{\partial z}{\partial \theta}\, cos\theta$$

Elevando al cuadrado ambas expresiones y sumando, se obtiene que:

$$(f_x)^2 + (f_y)^2 = \left(\frac{\partial z}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial z}{\partial \theta}\right)^2$$

Rúbrica:

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante conoce como aplicar correctamente la regla de la cadena.	Inicial	En desarrollo	Desarrollado	Excelente
	No sabe como aplicar la regla de la cadena.	Aplica la regla de la cadena y demuestra lo solicitado, pero tiene problemas para visualizar lo obtenido como un sistema de ecuaciones a resolver y continuar con la solución del ejercicio.	Resuelve correctamente el literal a) demostrando lo solicitado, visualiza lo obtenido como un sistema de ecuaciones, lo resuelve, pero tiene problemas al resolverlo o en la parte algebraica de la demostración.	Resuelve los dos literales del ejercicio aplicando correctamente la regla de la cadena y sin cometer errores algebraícos.
	0	1-3	4-6	7

QUINTO TEMA (4 puntos)

La función $S(x,y,z)=\frac{\ln(xy)}{z}$ expresa la concentración de una sustancia S en función de las concentraciones de otras tres sustancias x,y,z en una reacción química. Si en un determinado instante las concentraciones x,y,z valen 1 unidad, determine:

a) ¿En qué dirección aumentará lo más rápidamente posible la concentración de la sustancia S?
b) Si se cambian las concentraciones de x,y,z en la dirección del vector (2,1,0), es decir, x crece el doble de y, y z se mantiene constante, ¿cuánto cambia la concentración de la sustancia S?

a)

$$S(x,y,z)=\frac{\ln(xy)}{z}$$

$$\nabla S(x,y,z)=\left(\frac{\partial s}{\partial x},\frac{\partial s}{\partial y},\frac{\partial s}{\partial z}\right)=\left(\frac{1}{xz},\frac{1}{yz},-\frac{\ln(xy)}{z^2}\right)$$

$$\nabla S(1,1,1)=(1,1,0)$$

La concentración de S aumentará más rápidamente en la dirección (1,1,0)

b)

$$D_uS(1,1,1)=\nabla s(1,1,1)\cdot\frac{v}{|v|}$$

$$D_uS(1,1,1)=(1,1,0)\frac{(2,1,0)}{\sqrt{5}}=\frac{3}{\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{5}}{5}$$

Rúbrica:

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante conoce como aplicar el gradiente y sus propiedades en la solución de un problema específico.	Inicial	En desarrollo	Desarrollado	Excelente
	No reconoce como aplicar el gradiente y sus propiedades en la solución del problema.	Calcula el gradiente de la función respectiva, pero tiene problemas al evaluar en el punto solicitado o concluye correctamente el literal a) indicando la dirección en que aumenta más rápido S.	Resuelve correctamente el literal a) y aplica el concepto de la derivada direccional, pero tiene porblemas para concluir bien el literal solicitado.	Resuelve correctamente el literal a) aplicando gradiente a S y evaluándo en el punto solicitado, y el literal b) obteniendo derivada direccional en el nuevo punto, valiéndose del gradiente de S.
	0	1-2	3	4

SEXTO TEMA (6 puntos)

Utilizando polinomio de Taylor de segundo orden aproxime el valor de: $\frac{(3.98-1)^2}{(5.97-3)^2}$

$$(x,y) = f(x_0,y_0) + \nabla f(x_0,y_0)\binom{x-x_0}{y-y_0} + \frac{1}{2}(x-x_0, y-y_0)Hf(x_0,y_0)\binom{x-x_0}{y-y_0} + R_2$$

$f(x,y) = \frac{(x-1)^2}{(y-3)^2}$; $x_0 = 4; y_0 = 6$

$$f(x_0,y_0) = f(4,6) = \frac{(4-1)^2}{(6-3)^2} = 1$$

$$\nabla f = \left(\frac{2(x-1)}{(y-3)^2}, -\frac{2(x-1)^2}{(y-3)^3}\right)$$

$$\nabla f(x_0,y_0) = \nabla f(4,6) = \frac{2(4-1)}{(6-3)^2}, -\frac{2(4-1)^2}{(6-3)^3}) = (\frac{2}{3}, -\frac{2}{3})$$

$$Hf = \begin{pmatrix} \frac{2}{(y-3)^2} & -\frac{4(x-1)^2}{(y-3)^3} \\ -\frac{4(x-1)^2}{(y-3)^3} & \frac{6(x-1)^2}{(y-3)^4} \end{pmatrix}$$

$$Hf(x_0,y_0) = Hf(4,6) = \begin{pmatrix} \frac{2}{(6-3)^2} & -\frac{4(4-1)^2}{(6-3)^3} \\ -\frac{4(4-1)^2}{(6-3)^3} & \frac{6(4-1)^2}{(6-3)^4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{9} & \frac{-4}{3} \\ \frac{-4}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

Obtención del polinomio

$$f(x,y) = \frac{(x-1)^2}{(y-3)^2} = 1 + \left(\frac{2}{3}, \frac{-2}{3}\right)\binom{x-4}{y-6} + \frac{1}{2}(x-4, y-6)\begin{pmatrix} \frac{2}{9} & \frac{-4}{3} \\ \frac{-4}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}\binom{x-4}{y-6} + R_2$$

$$= 1 + \frac{2}{3}(-0{,}02) - \frac{2}{3}(-0{,}03) + \frac{1}{2}\left[\frac{2}{9}(x-4) - \frac{4}{3}(y-6) \quad -\frac{4}{3}(x-4) + \frac{2}{3}(y-6)\right]\begin{bmatrix} x-4 \\ y-6 \end{bmatrix} + R_2$$

$$\approx 1 + \frac{2}{3}(-0{,}02) - \frac{2}{3}(-0{,}03) + \frac{1}{9}(-0{,}002)^2 - \frac{4}{3}(-0{,}02)(-0{,}03) + \frac{1}{3}(-0{,}003)^2$$

Por lo tanto $f(3.98, 5.97) \approx 1.00587$

Rúbrica:

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante sabe como aproximar una función de dos variables con la fórmula de Taylor de segundo orden y calcular el valor aproximado de esta función en un punto dado.	**Inicial**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No sabe como plantear el polinomio de Taylor de segundo orden para aproximar una función.	Plantea el polinomio de Taylor de segundo orden, la función de dos variables requerida para el ejercicio, determina x_0 y y_0, evalúa la función en el punto y calcula el gradiente de la función, pero tiene problemas en el resto de los cálculos.	Plantea el polinomio de Taylor de segundo orden, determina la función a trabajar, x_0 y y_0, el gradiente, la matriz hessiana, pero comete errores en el cálculo final.	Plantea el polinomio de Taylor de segundo orden, determina y evalúa correctamente todas las partes constitutivas del polinomio y realiza la aproximación solicitada sin errores de cálculo.
	0	1-3	4-5	6