

Año:	2022	Periodo:	II PAO
Materia:	Ecuaciones Diferenciales y Álgebra Lineal	Profesor:	
Evaluación:	Tercera	Fecha:	13 de febrero de 2023

COMPROMISO DE HONOR

Yo, _____, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo donde se me indique, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándome. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

“Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar”.

Firma: _____ Número de matrícula: _____ Paralelo: _____

1. (20 puntos) Un modelo para la población $P(t)$ en un suburbio de una ciudad grande es dado por el PVI

$$\frac{dP}{dt} = P \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{10^7} P \right), \quad P(0) = 5000,$$

donde t se mide en meses. ¿Cuál es la capacidad de carga de la población? ¿En qué momento la población será la mitad de la capacidad de carga?

2. (20 puntos) Sea

$$\mathbb{W} = \left\{ p(x) \in \mathbb{P}_4 \mid \int_{-1}^1 p(x) dx = 0 \right\}.$$

(a) Demuestre que \mathbb{W} es un subespacio vectorial de \mathbb{P}_4 .

(b) Halle una base para \mathbb{W} .

3. (20 puntos) En un sistema de masa y resorte, una masa de 1 kg está unida a un resorte cuya constante de resorte es $k = 5$. Al inicio se libera 1 m a la derecha de su posición de equilibrio con una velocidad inicial de 5 m/s y la constante de amortiguamiento es $b = 10$. Encuentre la función $x(t)$ que modela este fenómeno si una fuerza externa igual a $f(t) = 10 \cos 2t + 3 \sin 2t$ actúa sobre la masa.

4. (20 puntos) Se sabe que los valores propios de una transformación lineal $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ son $\lambda_1 = 1$ y $\lambda_2 = -3$ y que $v_1 = (1, 1)$ y $v_2 = (-1, 0)$ son vectores propios asociados a λ_1 y λ_2 , respectivamente. Halle la regla de correspondencia de T .

5. (20 puntos) Usando transformadas de Laplace, halle la solución al PVI

$$y'' - 3y' + 2y = e^{-4t}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 5.$$