Facultad de
Ciencias Naturales y Matemáticas

AÑO: **2019**	PERIODO: **Primero**
MATERIA: **Álgebra lineal**	PROFESORES: **Bracamonte Mireya, Celleri M. Colón M., Cordova Nelson, Laveglia Franca, Martínez Margarita, Moreno Alex, Sánchez Joffre, Valdiviezo Janet, Valdiviezo Patricia, Villa V. José**
EVALUACIÓN: **Segunda**	
TIEMPO DE DURACIÓN: **120 minutos**	FECHA: 29 **de Agosto de 2019**

Rúbrica

1. (20 Puntos) A continuación, encontrará 5 afirmaciones, indique, rellenando el círculo correspondiente, si la proposición es verdadera o falsa.

Inadecuado	**En desarrollo**	**Satisfactorio**	**Avanzado**
En blanco	Sólo indicó acertadamente si la proposición es verdadera o falsa	Resuelve, procedimientos casi completos con algunas fallas	Resuelve satisfactoriamente, inclusive indicando si es verdadera o falsa correctamente
0	1	2-3	4

2. (10 Puntos) Sea $T: \mathbb{R}^3 \to P_2(\mathbb{R})$ una transformación lineal cuya regla de correspondencia es $T\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = (a+b+kc)x^2 + (a-b)x + a - c$. Determine, de ser posible, los valores de k tal que T sea un isomorfismo.

Inadecuado	**En desarrollo**	**Satisfactorio**	**Avanzado**
En blanco o sólo incoherencias	Intenta resolver y escribe algo relacionado	Resuelve, procedimientos casi completos con algunas fallas	Resuelve satisfactoriamente
0	1-5	6-9	10

3. (10 Puntos) Sea V el espacio vectorial real de todas las matrices cuadradas de orden 2, con las operaciones usuales. Se define, en V, el producto interno $(A|B) := tr(B^tA)$ (esto es, la traza del producto entre la transpuesta de la matriz B y la matriz A). Considerando el subespacio

$H = \left\{\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} : a + c = 0,\ a, b, c \in \mathbb{R}\right\}$ de V, determine:

a. Una base ortonormal para H.
b. El complemento ortogonal de H.
c. La proyección del vector $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ sobre H.

	Inadecuado	En desarrollo	Satisfactorio	Avanzado
	En blanco o sólo incoherencias	Intenta resolver y escribe algo relacionado	Resuelve, procedimientos casi completos con algunas fallas	Resuelve satisfactoriamente
a	0	Hasta 1	2-3	4
b	0	Hasta 1	2-3	4
c	0	0	Hasta 1	2

4. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a & -2 \\ 0 & b & 0 \\ -c & 0 & 4 \end{pmatrix}$ determine, de ser posible:

a. Los valores de a, b y c para que A sea una matriz simétrica y $\lambda = 5$ sea un valor propio asociado al vector propio $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ de A.

b. Una base ortonormal de $\mathbb{R}^3$ conformada por vectores propios de A.

c. Las matrices D y P tales que $D = P^t A P$.

	Inadecuado	En desarrollo	Satisfactorio	Avanzado
	En blanco o sólo incoherencias	Intenta resolver y escribe algo relacionado	Resuelve, procedimientos casi completos con algunas fallas	Resuelve satisfactoriamente
a	0	Hasta 1	2	3
b	0	Hasta 1	2-3	4
c	0	Hasta 1	2	3

5. (5 Puntos) Sea V un espacio vectorial definido sobre un campo K con producto interno $(\,.\,|\,.\,)$. Si $\mathcal{A} = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ es un conjunto de vectores en V, la matriz de Gram de $\mathcal{A}$ es la matriz de todos los productos internos de los vectores de esta lista. Esto es $M_{\mathcal{A}} = (a_{ij})_{i,j=1}^{n}$ tal que $a_{ij} = (\, v_i \,|\, v_j)$.

a) Si V es el espacio vectorial $\mathbb{C}^2$, con las operaciones usuales y el producto interno $((\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{y_1}) | (\boldsymbol{x_2}, \boldsymbol{y_2})) = x_1\overline{x_2} + y_1\overline{y_2}$, determine la matriz de Gram de

$$\mathcal{A} = \{(1, i), (i, 1)\}.$$

b) Indique si son verdaderas o falsas cada una de las siguientes afirmaciones, justificando brevemente su respuesta:

- Si V es un espacio vectorial real entonces $M_{\mathcal{A}}$ es una matriz simétrica.
- Si $\mathcal{A}$ es una lista de vectores ortogonales, entonces su matriz de Gram es diagonal.

		Inadecuado	En desarrollo	Satisfactorio	Avanzado
		En blanco o sólo incoherencias	Intenta resolver y escribe algo relacionado	Resuelve, procedimientos casi completos con algunas fallas	Resuelve satisfactoriamente
a		0	1	2-3	3
b	*	0	0	0	1
	*	0	0	0	1