



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

| COMPONENTE TEORICO | |
|---------------------------|--|
| TEMA 1 | |
| TEMA 2 | |
| TEMA 3 | |
| TEMA 4 | |
| TEMA 5 | |
| TEMA 6 | |
| TOTAL EXAMEN | |
| LECCIONES Y OTROS | |
| TOTAL (100 Puntos) | |

| | |
|--|---|
| AÑO: 2018 - 2019 | PERIODO: SEGUNDO TÉRMINO |
| MATERIA: ECUACIONES DIFERENCIALES | PROFESORES: Elvis Aponte Valladares, Jennifer Avilés Monroy, José Castro Carrasco, C. Mario Celleri Mujica, Antonio Chong Escobar, Liliana Rebeca Pérez, Hernando Sánchez Caicedo. |
| EVALUACIÓN: PRIMERA | FECHA: 19 NOVIEMBRE 2018 |

COMPROMISO DE HONOR QUE DEBE LLENAR PARA QUE SU EXAMEN SEA CALIFICADO

Yo, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que NO puedo usar calculadora ni equipos electrónicos, que sólo puedo usar lápiz o esferográfico, que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción de esta evaluación y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte frontal del aula, junto con algún otro material que haya traído conmigo. Además, reconozco que no debo consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación y que los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firma al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: _____ **NÚMERO DE MATRÍCULA:** _____ **PARALELO:** _____

Tema 1 (10 Puntos)

Complete las siguientes frases, para lo cual NO es necesario justificar sus respuestas.

- Si $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ es una sucesión decreciente, entonces a_n está acotada de manera _____.
- De acuerdo al criterio de la integral, si f es una función continua, positiva y decreciente en $[2, +\infty)$ y si $\forall k \in \mathbb{N} [a_k = f(k)]$ tal que a_1 es un valor finito, entonces $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ es convergente si y sólo si _____.
- Uno de los valores de B para que la serie "p": $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n} n^B}$ sea convergente es _____.
- Si se conoce que $\sum_{n=1}^{\infty} c_n < \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^n}$, se puede concluir que $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$ es _____.
- Si $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$ y $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ es _____, entonces $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ es _____.
- La serie armónica alternante $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ converge de forma condicional puesto que:
 - $\sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{(-1)^n}{n} \right|$ es una serie _____, y
 - de acuerdo al criterio de las series alternantes $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ es una serie _____.
- El criterio de la suma acotada establece que: una serie infinita de términos no negativos converge si y sólo si su respectiva sucesión de sumas parciales está _____.
- Para la ecuación diferencial $dy - (x^2 + y^2)dx = 0$, la isóclina que tiene los segmentos del respectivo campo direccional con pendiente igual a 1 está dada por la expresión _____.
- Si $u(x, y) = c, c \in \mathbb{R}$ es la solución de la ecuación diferencial exacta $A(x, y)dx + C(x, y)dy = 0$, entonces $u(x, y)$ debe satisfacer las condiciones: _____ y _____.
- Un ejemplo de una ecuación diferencial ordinaria lineal de primer orden escrita de forma canónica y cuyo factor integrante sea la función $h(x) = e^{2x}$ es _____.

Tema 2 (4 Puntos)

Califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA, justificando su respuesta.

Sea $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$, entonces aplicando el criterio de comparación en el límite se puede concluir que la serie $\sum_{k=1}^{\infty} f'(k^n)$ es divergente para $0 < n < 1$.

Tema 3 (10 Puntos)

Sea $f(x) = (1 + x)^k$ donde $k \in \mathbb{R}^+$.

- a) Determine la serie de Maclaurin de $f(x)$ y el radio de convergencia de esta serie.
- b) A partir de la serie hallada obtenga polinomio de Maclaurin de orden 2.
- c) Usando la serie obtenida en el literal a para el caso de $k = 3$ determine, de ser posible, el valor de suma de la serie numérica $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3(2)\dots(4-n)(5^n)}{n!}$.

Tema 4 (8 Puntos)

Determine la solución del problema de valor inicial: $\frac{dy}{dx} = \frac{-7x+3y+7}{3x-7y-3}$; $y(1) = 2$.

Tema 5 (10 Puntos)

Un estudiante que es portador del virus de influenza, ingresa a la ciudadela universitaria a la que él pertenece y que tiene 2000 alumnos en total. Si se asume que la velocidad con la que se propaga el virus es directamente proporcional tanto al número de estudiantes contagiados como al número de estudiantes sanos y se conoce que al cuarto día el número de estudiantes contagiados es de 50, entonces determine una expresión para la cantidad de enfermos en cualquier tiempo t . Considere que durante el proceso de propagación de la enfermedad los 2000 alumnos se encuentran en la ciudadela universitaria y que ninguno de ellos sale de la misma.

Tema 6 (8 Puntos)

Si $y_1 = \frac{1}{x}$ es una solución de la ecuación diferencial ordinaria: $x^2y'' + 3xy' + y = 0$, deduzca una segunda solución y_2 linealmente independiente a y_1 a partir de la suposición $y_2 = v(x)y_1$. Para esto, primero deduzca la función $v(x)$ resolviendo una ecuación diferencial de 2do orden. Finalmente, determine la solución general de la ecuación diferencial dada.