ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITOTAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
MATEMÁTICAS – MATG-2005-2S
TERCERA EVALUACIÓN
Guayaquil, 19 de febrero del 2018

Paralelo:

Estudiante: SOLUCION

Calificación	
Tema 1:	
Tema 2:	
Tema 3:	
Tema 4:	
Tema 5:	
TOTAL:	

Yo, …… al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto **de manera individual, sin calculadora**, que puedo utilizar un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y guardarlo, junto con cualquier otro material que se encuentre acompañándome. Además no debo consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.
Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

FIRMA:…………………………………………………………………………… *PARALELO:……………*

TEMA 1

1.1 Sean las proposiciones:

p: Yo estoy satisfecho.
q: Me otorgaron el premio en el examen anterior.
r: Aplazaron mis vacaciones.

Traducir al lenguaje formal la proposición:

"No estoy satisfecho puesto que no me dieron el premio en el examen anterior pero aplazaron mis vacaciones." $[4\ puntos]$

$$(\neg q \wedge r) \rightarrow \neg p$$

1.2 Conociendo que la proposición:

$[((a \vee \neg b) \rightarrow c) \wedge ((\neg e \vee d) \wedge \neg c] \wedge (\neg e \rightarrow a)$ es **VERDADERA**, entonces:

a. Determinar y escribir claramente el valor de verdad de todas las proposiciones simples presentes.

$$\underbrace{[((a \vee \neg b) \rightarrow c) \wedge ((\neg e \vee d) \wedge \neg c]}_{1} \wedge \underbrace{(\neg e \rightarrow a)}_{1} \equiv 1$$

$$\underbrace{((a \vee \neg b) \rightarrow c)}_{1} \wedge \underbrace{((\neg e \vee d) \wedge \neg c)}_{1} \equiv 1 \quad \therefore\ c \equiv 0$$

$[2\ puntos]$

$$\therefore\ a \vee \neg b \equiv 0; \quad a \equiv 0, \quad b \equiv 1$$

$$\neg e \longrightarrow a \equiv 1; \quad \therefore e \equiv 1$$

$$(\neg e \vee d) \wedge \neg c \equiv 1; \quad \therefore \quad d \equiv 1 \qquad [1\ punto]$$

$$a \equiv 0; \quad b \equiv 1; \quad c \equiv 0; \quad d \equiv 1; \quad e \equiv 1. \qquad [1\ punto]$$

b. Determinar el valor de verdad de la proposición:

$(d \vee \neg c) \leftrightarrow [a \longrightarrow (\neg b \wedge c)]$

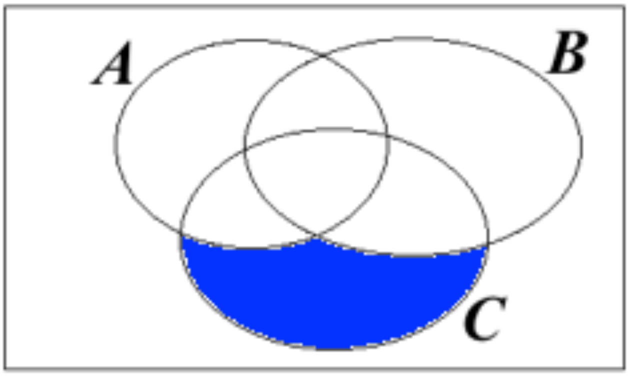
Como $d \equiv 1$; y $a \equiv 0$, **entonces** $[1\ punto]$

$$\underbrace{(d \vee \neg c)}_{1} \leftrightarrow \underbrace{[a \longrightarrow (\neg b \wedge c)]}_{1} \equiv 1 \qquad [2\ puntos]$$

$$\therefore \quad (d \vee \neg c) \leftrightarrow [a \longrightarrow (\neg b \wedge c)] \equiv 1 \qquad [1\ punto]$$

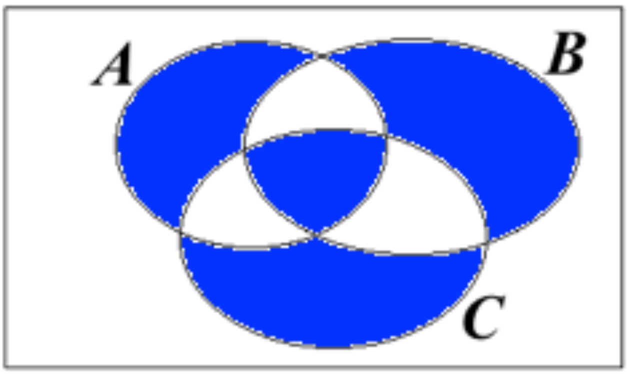
Sombrear en el correspondiente diagrama de Venn, la región asignada:

1.3 $A^C \cap B^C \cap C$ $\mathbb{R}_e$



$[4\ puntos]$

1.4 $A \Delta B \Delta C$ **:** Δ: Diferencia simétrica $\mathbb{R}_e$



$[4\ puntos]$

TEMA 2

2.1 Calcular:

$$0,2\cdot\left[\frac{15^2-75}{6}\right]=\frac{\overset{\frown}{2}}{10}\cdot\left[\frac{15(15-5)}{\underset{\frown}{6}}\right] \qquad [1\ punto]$$

$$0,2\cdot\left[\frac{15^2-75}{6}\right]=\frac{1}{\overset{\frown}{10}}\cdot\left[\frac{15(\overset{\frown}{10})}{3}\right] \qquad [1\ punto]$$

$$0,2\cdot\left[\frac{15^2-75}{6}\right]=\frac{15}{3} \qquad [1\ punto]$$

$$\therefore \qquad 0,2\cdot\left[\frac{15^2-75}{6}\right]=5 \qquad [1\ punto]$$

2.2 Calcular:

$$\sqrt{5\left[13\times18+\sqrt{121}\,\right]}=$$

$$13\times18=234; \quad \sqrt{121}=11$$

$$\sqrt{5\left[13\times18+\sqrt{121}\,\right]}=\sqrt{5[234+11]}=\sqrt{5[245]} \qquad [1\ punto]$$

$$245=5\cdot7^2 \quad \text{y} \quad 5[5\cdot7^2]=5^2\cdot7^2 \qquad [1\ punto]$$

$$\sqrt{5\left[13\times18+\sqrt{121}\,\right]}=\sqrt{5^2\cdot7^2}=5\cdot7=35 \qquad [1\ punto]$$

$$\therefore \qquad \sqrt{5\left[13\times18+\sqrt{121}\,\right]}=35 \qquad [1\ punto]$$

2.3 Si $ab\neq0$, calcular:

$$\frac{-3b(a+2)+6b}{-ab}=$$

$$\frac{-3b(a+2)+6b}{-ab}=\frac{-3ab-6b+6b}{-ab} \qquad [2\ puntos]$$

$$\frac{-3b(a+2)+6b}{-ab}=\frac{-3ab}{-ab} \qquad [1\ punto]$$

$$\therefore \qquad \frac{-3b(a+2)+6b}{-ab}=3 \qquad [1\ punto]$$

2. 4 Si $\boldsymbol{xyz = 4}$ y $\boldsymbol{y^2 z = 5}$; calcular : $\boldsymbol{\frac{x}{y} =}$

Dividiendo las dos igualdades tenemos:

$$\boldsymbol{\frac{xyz}{y^2 z} = \frac{4}{5}} \qquad [2 \ puntos]$$

Simplificando: $\boldsymbol{\frac{x}{y} = \frac{4}{5}}$ $[2 \ puntos]$

2.5 Si $\boldsymbol{x + y = 3}$ y $\boldsymbol{x^2 + y^2 = 8}$; calcular: $\boldsymbol{xy =}$

Elevando al cuadrado la primera igualdad:

$x + y = 3 \quad \Longrightarrow \quad (x + y)^2 = 3^2$ $[1 \ punto]$

$x^2 + 2xy + y^2 = 9 \quad \Longrightarrow \quad 2xy = 9 - (x^2 + y^2)$ $[1 \ punto]$

Despejando y remplazando:

$xy = \frac{9-(x^2+y^2)}{2} \quad \Longrightarrow \quad xy = \frac{9-8}{2} = \frac{1}{2}$ $[1 \ punto]$

$\therefore \qquad \boldsymbol{xy = \frac{1}{2}}$ $[1 \ punto]$

TEMA 3

3.1 Hipótesis:

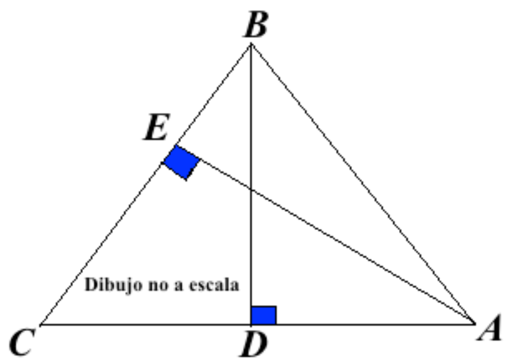
ABC: Un triángulo.

$|\overline{BD}| = 3 \ cm$; $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

$|\overline{BC}| = 4 \ cm$; $\overline{BC} \perp \overline{AE}$

$|\overline{AE}| = 5 \ cm$

Calcular la medida de $|\overline{AC}|$



$|\overline{BD}| = h_B = 3 \ cm \ \ y \ \ |\overline{AC}| = b; base$

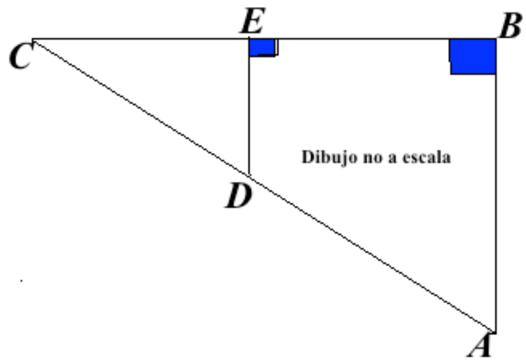
$|\overline{BC}| = a = 4 \ cm; base \ \ y \ |\overline{AE}| = h_A = 5 \ cm; altura$ $[2 \ puntos]$

Como es el mismo triangulo, tenemos:

$\boldsymbol{\frac{b \times h_B}{2} = \frac{a \times h_A}{2} \quad \Longrightarrow \quad \frac{3b}{2} = \frac{4 \times 5}{2} \quad \Longrightarrow \ 3b = 20}$ $[2 \ puntos]$

$\therefore \qquad \boldsymbol{b = \frac{20}{3} \ cm}$ $[2 \ puntos]$

3.2 Hipótesis:
$\boldsymbol{ABC}$: Triángulo rectángulo en $\boldsymbol{B}$.
$\boldsymbol{DEC}$: Triángulo rectángulo en $\boldsymbol{E}$.
$|\overline{AB}| = 6\ cm$
$|\overline{CE}| = 3\ cm$
$|\overline{DE}| = |\overline{EB}|$



a) Calcular la medida de $|\overline{\boldsymbol{DE}}|$

$|\overline{DE}| = |\overline{EB}| = x$; por hipótesis.

Aplicando Thales tenemos:

$$\frac{|\boldsymbol{AB}|}{|\boldsymbol{BC}|} = \frac{|\boldsymbol{DE}|}{|\boldsymbol{CE}|} \implies \frac{\boldsymbol{6}}{\boldsymbol{x+3}} = \frac{\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{3}} \qquad [3\ puntos]$$

multiplicando en X

$$\boldsymbol{18 = x(x+3) \implies x^2 + 3x\text{-}18 = 0} \qquad [2\ puntos]$$

Factoreando:

$$\boldsymbol{(x+6)(x\text{-}3) = 0} \implies x_1 = -6;\ no\ admisible \quad \underline{\vee} \quad x_2 = 3 \qquad [1\ punto]$$

$$\therefore \qquad \boldsymbol{x = 3\ cm} \qquad [1\ punto]$$

b) Calcular el área del cuadrilátero $\boldsymbol{ABED}$.

Como $|\overline{DE}| = \frac{|\overline{AB}|}{2}$ entonces E, es el punto medio de $\overline{BC}$ y D es el punto medio de $\overline{AC}$.

$$\text{Área } \Delta ABC = A, \implies A = \frac{6\times 6}{2} \implies A = \frac{36}{2} \implies A = 18\ cm^2 \qquad [2\ puntos]$$

$$\text{Área } \Delta DEC = A_1 \implies A_1 = \frac{3\times 3}{2} \implies A_1 = \frac{9}{2}\ cm^2 \qquad [2\ puntos]$$

$$\text{Área cuadrilátero } ABED = A_2 \implies A_2 = A - A_1$$
$$A_2 = 18 - \frac{9}{2} = 9\left(2 - \frac{1}{2}\right) = 9\left(\frac{4-1}{2}\right) = 9\left(\frac{3}{2}\right) \qquad [2\ puntos]$$

$$\therefore \qquad \boldsymbol{A_2 = \frac{27}{2}} \qquad [1\ punto]$$

Otra forma: aplicando teorema de la paralela media:

$$A_1 = \frac{A}{4} \implies A_1 = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$$

$$\text{Área del cuadrilátero } ABED = A_2 \implies A_2 = \frac{3}{4}A = \frac{3}{4}18 = \frac{27}{2}$$

TEMA 4

4.1 Sea la recta ℓ_1 que pasa por los puntos (6,-4) y (3,2). Calcular su ecuación y graficar usando etiquetas claras. [4 $puntos$]

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

entonces:

$$m_{\ell_1} = \frac{2+4}{3-6} = -2$$

Ecuación de la recta:

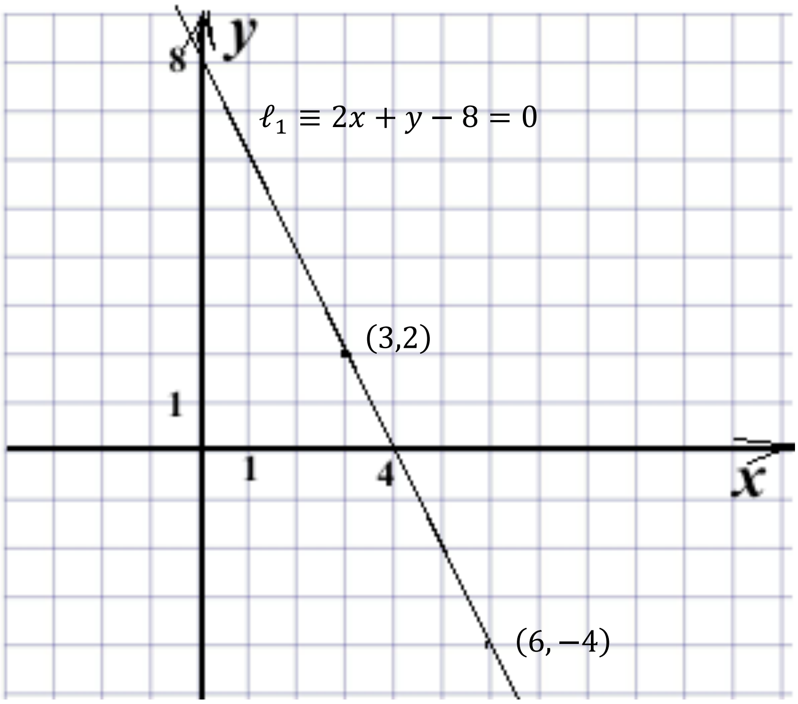
$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 2 = -2(x - 3)$

$y - 2 = -2x + 6$

Forma general de la recta ℓ_1;

$\boldsymbol{\ell_1 \equiv 2x + y\text{-}8 = 0}$



4.2 Sea la recta ℓ_2 paralela a ℓ_1 que pasa por el punto (1,1). Calcular su ecuación y graficar ℓ_1 y ℓ_2 en el mismo plano, usar etiquetas claras. [4 $puntos$]

Condición de paralelismo:

$m_{\ell_1} = m_{\ell_2}$ entonces $m_{\ell_2} = -2$

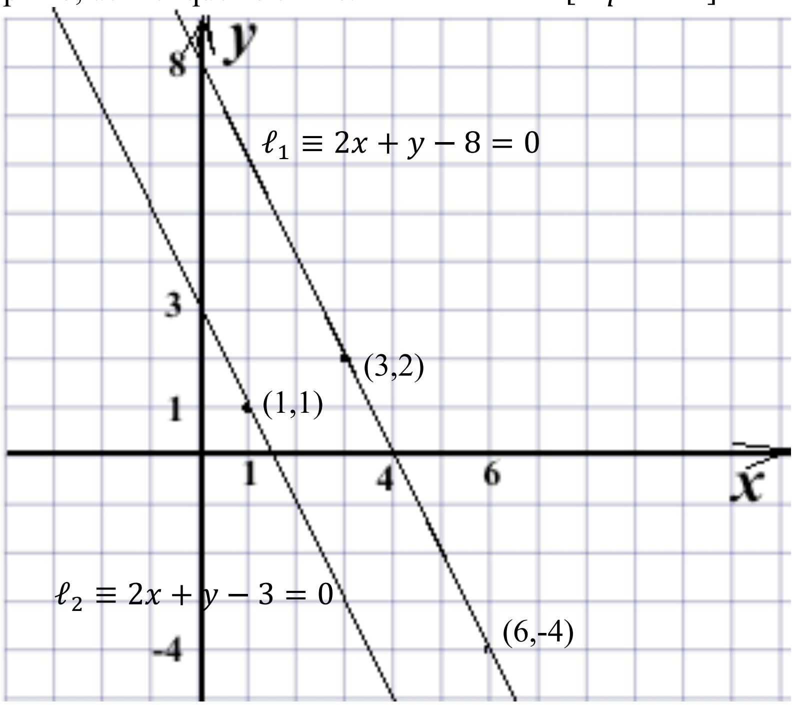
Pasa por (1,1), por lo tanto:

$y - 1 = -2(x - 1)$

$y - 1 = -2x + 2$

Forma general de la recta ℓ_2;

$\boldsymbol{\ell_2 \equiv 2x + y\text{-}3 = 0}$



4.3 Sea ℓ_3 perpendicular a ℓ_1 que pasa por el punto (1,1). Calcular su ecuación y graficar ℓ_1 y ℓ_3 en el mismo plano, usar etiquetas claras. [6 $puntos$]

Condición de perpendicularidad

$\boldsymbol{m_{\ell_1} \cdot m_{\ell_3} = -1}$

Entonces:

$$\boldsymbol{m_{\ell_3} = -\frac{1}{m_{\ell_1}}}$$

$$\therefore\ \boldsymbol{m_{\ell_3} = \frac{1}{2}}$$

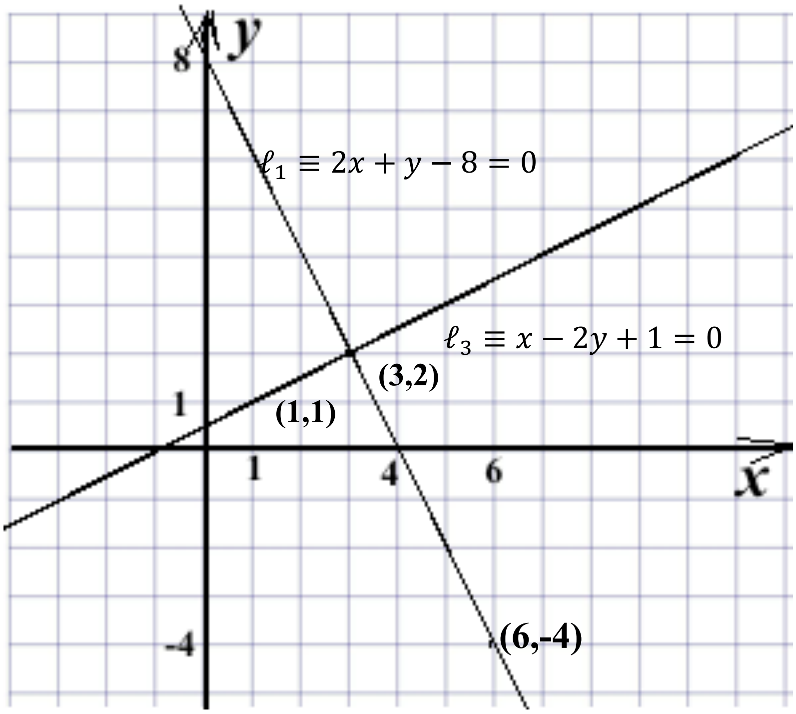
Pasa por (1,1), por lo tanto:

$$\boldsymbol{y - 1 = \frac{1}{2}(x - 1)}$$

$$\boldsymbol{2y - 2 = x - 1}$$

Forma general de la recta ℓ_3;

$$\boldsymbol{\ell_3 \equiv x\text{-}2y + 1 = 0}$$



TEMA 5

La función $y = f(x)$ esta definida como: $f(x) = -(x-h)^2 + k$. La figura adjunta muestra parte de la gráfica $y = f(x)$. El vértice de la curva es el punto $P(3,2)$.

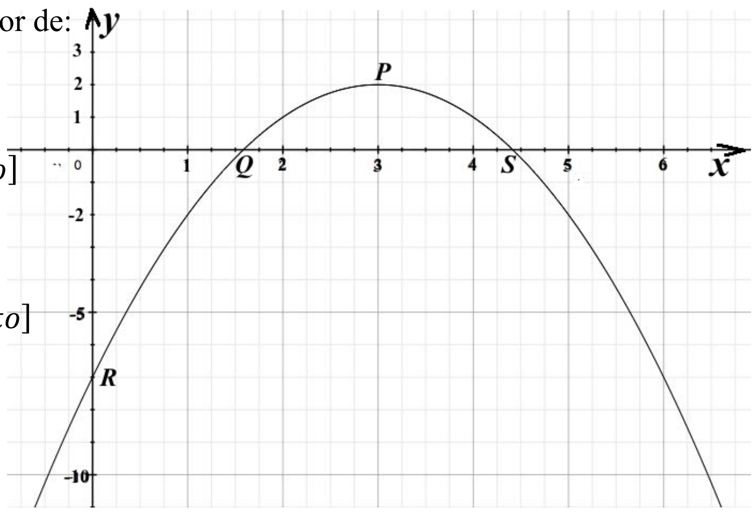
a Escribir claramente el valor de:

(i) h

$\boldsymbol{h = 3}$ $[1\ punto]$

(ii) k

$\boldsymbol{k} = 2$ $[1\ punto]$



b Expresar en la forma: $f(x) = ax^2 + bx + c$

$$f(x) = -(x-3)^2 + 2$$

$$f(x) = -(x^2 - 6x + 9) + 2 \quad \Longrightarrow f(x) = -x^2 + 6x - 9 + 2 \qquad [3\ puntos]$$

$$\boldsymbol{f(x) = \text{-}x^2 + 6x\text{-}7} \qquad [1\ punto]$$

c Calcular las coordenadas de:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4(-1)(-7)}}{2(-1)} \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{-6 \pm \sqrt{36-28}}{-2} = \frac{-6 \pm \sqrt{8}}{-2} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{2}}{-2}$$

$x = \frac{-2(3\pm\sqrt{2})}{-2} = 3 \pm \sqrt{2}$ [4 *puntos*]

(i) Q

$\therefore$ $\boldsymbol{Q(3-\sqrt{2}\,,0)}$ [1 *punto*]

(ii) S

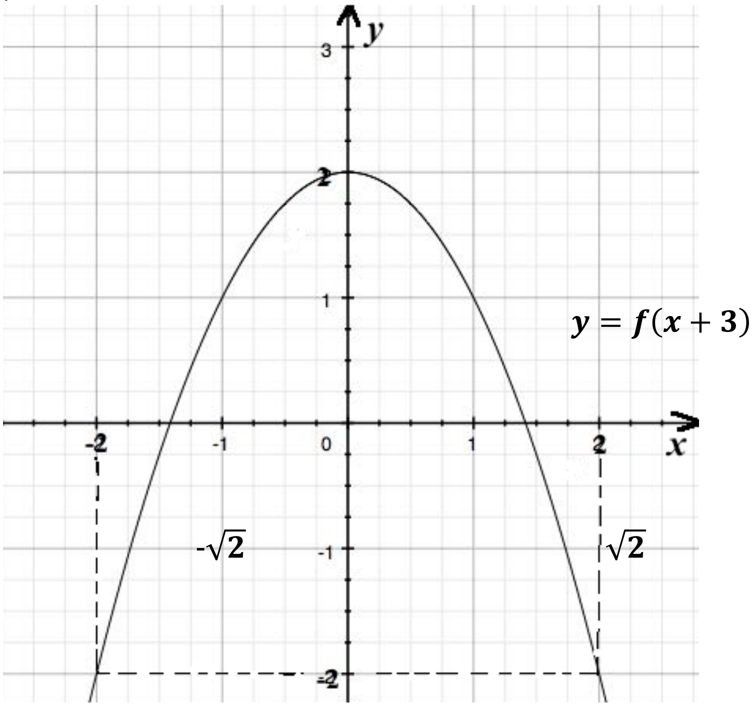
$\therefore$ $\boldsymbol{S(3+\sqrt{2}\,,0)}$ [1 *punto*]

(iii) R

$f(0) = -7 \quad \Longrightarrow \quad \boldsymbol{R(0,\text{-}7)}$ [2 *puntos*]

d Graficar $y = f(x+3)$

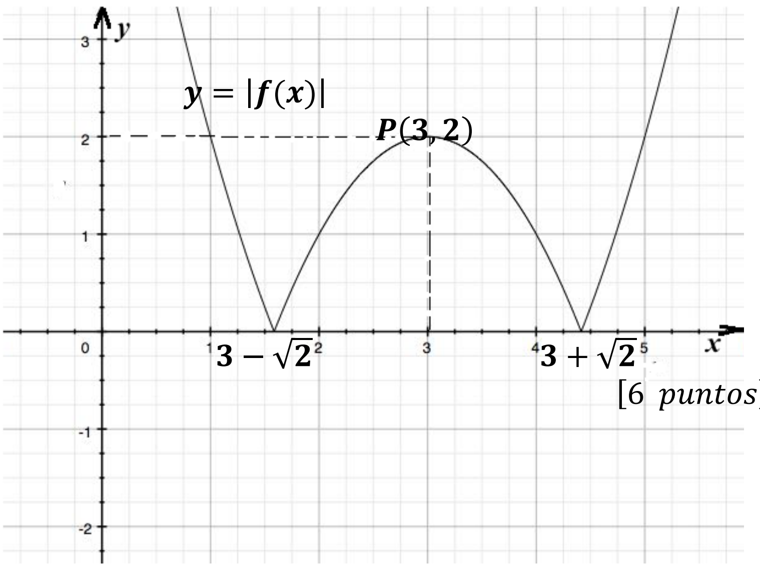
Por teorema de traslación horizontal hay un desplazamiento 3 unidades a la izquierda.



[6 *puntos*]

e Graficar $y = |f(x)|$

Todo lo que esta por debajo del eje x de $y = f(x)$ se gira hacia arriba del eje x. Por lo tanto la grafica es:



[6 *puntos*]