

TEMA 1. Resolver el siguiente problema utilizando las condiciones de Kuhn-Tucker

Suponer que la función de ganancia de una empresa que produce dos bienes viene dada por la cantidad de unidades producidas del bien 1 (P1) así como por la cantidad de unidades producidas del bien 2 (P2). Esta función viene dada por la expresión a continuación:

$$[-(P1 - 4)^2 - (P2 - 4)^2]$$

Se sabe además que producir una unidad de cada producto requiere un esfuerzo de una hora/hombre, con una disponibilidad de 4 horas/hombre totales. Finalmente, se conoce que por las restricciones gubernamentales, por cada unidad del bien P1 se tienen que producir 3 unidades del bien 2 con un techo máximo de 9. Optimizar la producción.

TEMA 2. Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales de segundo grado:

a. $x''(t) - 4x'(t) + 4x(t) = -4t + 4t^2$

b. $dx + x dy = e^{-y} \frac{1}{(y+2)} dy$

c. $(x + y)dx + x dy = 0$

TEMA 3. Resolver la siguiente ecuación diferencial de segundo grado bajo las condiciones iniciales dadas:

$$x''(t) + 2x'(t) - 4x(t) = 0; \quad x(0) = 6; \quad x'(0) = -6$$

TEMA 4. El mercado para computadoras Lenovo esta descrita por el siguiente conjunto de ecuaciones

$$\begin{aligned} Q_d &= Q_s \\ Q_d &= D(P,G) \\ Q_s &= S(P,N) \end{aligned}$$

Donde G es el precio de sustitutos y N es el precio de los factores de producción. G y N son exógenos y dados. Se impone adicionalmente las siguientes condiciones:

$$\frac{\partial D}{\partial P} < 0, \quad \frac{\partial D}{\partial G} > 0, \quad \frac{\partial S}{\partial P} > 0, \quad \frac{\partial S}{\partial N} < 0$$

Entonces usando estática comparativa indique cuales son los signos de $\frac{\partial P}{\partial G}$ y $\frac{\partial Q}{\partial N}$

TEMA 5. Tenemos el siguiente sistema dinámico que representa la relación entre crecimiento económico y contaminación:

$$\begin{aligned} \dot{K} &= sK^\alpha - \delta K \\ \dot{P} &= K^\beta - \gamma P \end{aligned}$$

Donde K es el stock de capital, P es el stock de contaminación, s es la propensión marginal al ahorro, K^α es el nivel de producción de la economía (Y), $\delta > 0$ es la tasa de depreciación, $\gamma > 0$ es la tasa de absorción y decaimiento de la contaminación y $0 < \alpha < 1$ y $\beta > 1$

Realice un análisis cualitativo del sistema utilizando diagramas de fase (dibuje K en las abscisas y P en las ordenadas); determine la estabilidad del sistema, el punto de equilibrio de largo plazo y caracterice la dinámica del sistema en lo que respecta al movimiento dado distintas condiciones iniciales o puntos de partida.