# ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
## FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
## DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

| | |
|---|---|
| **AÑO:** 2019 - 2020 | **PERIODO:** SEGUNDO TÉRMINO |
| **MATERIA:** ECUACIONES DIFERENCIALES<br>**COORDINADOR:** Antonio Chong Escobar | **PROFESORES: P1:** Antonio Chong Escobar; **P4&6&11:** Jennifer Avilés Monroy; **P5&12:** José Castro Carrasco; **P7&17:** C. Mario Celleri Mujica; **P8&14:** Elvis Aponte Valladares; **P9&15:** Hernando Sánchez Caicedo; **P16:** Liliana Rebeca Pérez. (**P**: Paralelo) |
| **EVALUACIÓN:** TERCERA | **FECHA:** 10 DE FEBRERO DE 2020 |

| **COMPONENTE TEÓRICO** | |
|---|---|
| **TOTAL (de 100 Puntos)** | |

**COMPROMISO DE HONOR QUE SE DEBE LLENAR PARA QUE ESTE EXAMEN SEA CALIFICADO**

Yo, ________________________________________________________________________

**al firmar este compromiso, reconozco que en el presente examen:**

1) cualquier **instrumento de comunicación** que hubiere traído, como teléfono celular, debo apagarlo y depositarlo junto con cualquier otra pertenencia en mi mochila, y ésta debo ubicarla en la parte frontal del aula. En el caso de no haber traído mochila, los instrumentos de comunicación los debo colocar sobre el escritorio del profesor.
2) cualquier **instrumento de comunicación,** como teléfonos celulares, que se encuentre en mi poder (como en los bolsillos de mi ropa, etc.), será considerado como una prueba de intento de copia, aún cuando el instrumento se encuentre apagado, descargado, dañado, etc. En el caso de que se me detecte alguno de estos instrumentos, la(s) persona(s) responsables de la recepción de la evaluación me tomará(n) una foto junto con el dispositivo como evidencia, sin embargo, podré continuar en el aula resolviendo el examen luego de poner el instrumento de comunicación sobre el escritorio del profesor.
3) no puedo usar **abrigos, gafas, relojes ni gorras**.
4) **no puedo girar esta primera carilla** hasta que la(s) persona(s) responsable(s) de la recepción de la evaluación permita(n) iniciar.
5) debo **resolver la evaluación** de manera individual, sin consultar con otro estudiante y sin consultar en libros, notas o apuntes.
6) **no** puedo usar **calculadora**, ni cualquier otro instrumento para hacer cálculos como laptops o tablets.
7) **sólo** puedo usar **un bolígráfico, un lápiz, un borrador y un sacapuntas**, mientras que todo lo demás, incluido cartucheras, debo ubicarlos dentro de mi mochila.
8) **sólo** puedo **comunicarme con** la(s) persona(s) responsable(s) de la recepción de la evaluación.
9) los temas los debo **desarrollar de manera** ordenada y clara.

***Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado todos sus 9 items.***

"Como estudiante de la ESPOL **me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad**, por eso no copio ni dejo copiar".

**FIRMA:** ____________________________ **NÚMERO DE MATRÍCULA:** _____________________ **PARALELO:** ____

## <u>Solución y Rúbrica</u>

**Tema 1 (14 Puntos)**

En el proceso industrial de la elaboración de diluyente, uno de los componentes principales es el tolueno. Se observa que durante la elaboración de diluyente en cierta industria, dicho componente se está derramando del recipiente de almacenamiento, de modo que en la primera hora de la elaboración se derraman $\left(sen\left(\frac{\pi}{4(2)}\right)\right)$ litros, en la segunda hora se derraman $\left(sen\ \left(\frac{2\pi}{4(3)}\right)\right)^2$ litros, en la tercera hora se derraman $\left(sen\ \left(\frac{3\pi}{4(4)}\right)\right)^3$ litros, en la cuarta hora se derraman $\left(sen\ \left(\frac{4\pi}{4(5)}\right)\right)^4$ litros, y que este patrón se mantiene conforme avanzan las horas. Si este proceso industrial y el derrame de tolueno observado continuara infinitamente, entonces ¿la cantidad de tolueno total derramada sería convergente o divergente?

<u>Solución:</u>

Las cantidades derramadas forman la siguiente suseción:

$$\left\{\underbrace{sen\left(\frac{\pi}{4(2)}\right)}_{a_1}, \underbrace{\left(sen\ \left(\frac{2\pi}{4(3)}\right)\right)^2}_{a_2}, \underbrace{\left(sen\ \left(\frac{3\pi}{4(4)}\right)\right)^3}_{a_3}, \underbrace{\left(sen\ \left(\frac{4\pi}{4(5)}\right)\right)^4}_{a_4}, \ldots\right\}.$$

La cantidad total derramada se puede representar con la serie $\sum_{t=1}^{+\infty} a_t$, esto es:

$$\sum_{t=1}^{+\infty}\left(sen\ \left(\frac{t\pi}{4(t+1)}\right)\right)^t.$$

Aplicando el criterio de la raíz a la serie planteada se tiene:

$$\lim_{t\to\infty}\sqrt[t]{\left(sen\ \left(\frac{t\pi}{4(t+1)}\right)\right)^t} = \lim_{t\to\infty}\left(sen\ \left(\frac{t\pi}{4(t+1)}\right)\right) = \lim_{t\to\infty}\left(sen\ \left(\frac{\pi}{4\left(1+\frac{1}{t}\right)}\right)\right) = sen\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Dado que el resultado de este límite es menor que 1, la serie es convergente.

Por lo tanto, la cantidad total derramada de tolueno sería convergente si el proceso industrial y el derrame de tolueno observado continuara infinitamente.

**Tema 2 (21 Puntos)**

**Usando el método de los valores y vectores propios,** determine la solución general del siguiente sistema y luego obtenga $y(3)$:

$$\begin{bmatrix} x'(t) \\ y'(t) \\ z'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{bmatrix}.$$

Solución:

Sea $A$ la matriz de coeficientes del sistema y sea $\boldsymbol{w}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{bmatrix}$ una solución vectorial del mismo.

Entonces, se plantea $\boldsymbol{w}(t) = \boldsymbol{\varepsilon} e^{rt}$, tal que $r$ es un valor propio de $A$ y $\boldsymbol{\varepsilon}$ un vector propio asociado a $r$.

Se halla los valores propios de $A$, usando la ecuación $det(A - rI) = 0$, esto es: $\begin{vmatrix} -1-r & 2 & 1 \\ 0 & 1-r & 3 \\ 0 & 0 & -r \end{vmatrix} = 0.$

Resolviendo la ecuación o recordando que los valores propios de una matriz triangular superior son los elementos de la diagonal principal se tiene que:

$$r_1 = -1, r_2 = 1 \text{ y } r_3 = 0.$$

Para hallar el vector propio asociado a cada valor propio, se halla el espacio característico de cada valor propio resolviendo el sistema $(A - rI)\beta_r = \mathbf{0}$, considerando el espacio característico $\beta_r$ de la forma $\beta_r = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$:

Para $r_1 = -1$: se resuelve el sistema $(A - r_1 I)\beta_{r_1} = \mathbf{0}$, esto es, $\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right)$.

De acuerdo con la fila 3: $c = 0$.

De acuerdo con la filas 1: $2b + c = 0 \rightarrow b = 0$. Con $c = 0$ y $b = 0$ también se satisface la fila 2.

Entonces, se considera $a$ como variable libre, es decir, $a \in \mathbb{R}$.

Así, $\beta_{r_1} = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} : a \in \mathbb{R} \right\} = \left\{ a \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} : a \in \mathbb{R} \right\}$. Entonces, un vector propio asociado a $r_1$ es: $\varepsilon_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Para $r_2 = 1$: se resuelve el sistema $(A - r_2 I)\beta_{r_2} = \mathbf{0}$, esto es, $\left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{array}\right)$.

De acuerdo con la fila 3: $-c = 0 \rightarrow c = 0$. Con este valor, también se satisface la fila 2.

De acuerdo con la fila 1: $-2a + 2b + c = 0 \rightarrow -2a + 2b = 0$. Considerando $b$ como variable libre, esto es, $b \in \mathbb{R}$, se tiene que $a = b$.

Así, $\beta_{r_2} = \left\{ \begin{pmatrix} b \\ b \\ 0 \end{pmatrix} : b \in \mathbb{R} \right\} = \left\{ b \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} : b \in \mathbb{R} \right\}$. Entonces, un vector propio asociado a $r_2$ es: $\varepsilon_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Para $r_3 = 0$: se resuelve el sistema $(A - r_3 I)\beta_{r_3} = \mathbf{0}$, esto es, $\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$.

De acuerdo con la fila 2: $b + 3c = 0$. Considerando a $c$ como variable libre ($b \in \mathbb{R}$), se tiene que $b = -3c$.

De acuerdo con la fila 1: $-a + 2b + c = 0 \rightarrow a = 2b + c \rightarrow a = -5c$.

Así, $\beta_{r_3} = \left\{ \begin{pmatrix} -5c \\ -3c \\ c \end{pmatrix} : c \in \mathbb{R} \right\} = \left\{ c \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} : c \in \mathbb{R} \right\}$. Entonces, un vector propio asociado a $r_3$ es: $\varepsilon_3 = \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$.

La solución vectorial del sistema está dada por:

$$\boldsymbol{w}(t) = c_1 \varepsilon_1 e^{r_1 t} + c_2 \varepsilon_2 e^{r_2 t} + c_3 \varepsilon_3 e^{r_3 t};\ \ c_1, c_2, c_3 \in \mathbb{R},$$

$$\boldsymbol{w}(t) = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-t} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{t} + c_3 \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix};\ c_1, c_2, c_3 \in \mathbb{R}.$$

Las componentes de la solución del sistema están dadas por:

$$\begin{aligned} x(t) &= c_1 e^{-t} + c_2 e^{t} - 5c_3 \\ y(t) &= c_2 e^{t} - 3c_3 \\ z(t) &= c_3 \end{aligned}\quad \text{, tal que } c_1, c_2, c_3 \in \mathbb{R}.$$

Finalmente, $y(3) = c_2 e^{3} - 3c_3$.

**Tema 3 (21 Puntos)**
Cambiando la expresión $(at + by)$ por una nueva variable, determine la solución $y(t)$ del problema de valor inicial $\frac{dy}{dt} = \frac{1}{(at+by)^2} - \frac{a}{b}$ ; $y(0) = 1$, donde $a < 0$ y $b > 0$.

Solución:

Utilizando el cambio de variable $v = at + by$ se tiene que:

$$y = \frac{v}{b} - \frac{at}{b} \quad \rightarrow \quad \frac{dy}{dt} = \frac{1}{b}\frac{dv}{dt} - \frac{a}{b}\,.$$

Sustituyendo $(at + by)$ y $\frac{dy}{dt}$ en la ecuación diferencial:

$$\frac{1}{b}\frac{dv}{dt} - \frac{a}{b} = \frac{1}{v^2} - \frac{a}{b} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{b}\frac{dv}{dt} = \frac{1}{v^2} \quad \rightarrow \quad v^2 dv = bdt.$$

Integrando la ecuación separable obtenida:

$$\int v^2 dv = \int bdt \quad \rightarrow \quad \frac{v^3}{3} = bt + c\,; c \in \mathbb{R}.$$

Sustituyendo el cambio de variable para obtener $y(t)$:

$$\frac{(at+by)^3}{3} = bt + c \quad \rightarrow \quad at + by = \sqrt[3]{3bt + 3c} \quad \rightarrow \quad y(t) = \frac{1}{b}\sqrt[3]{3bt + 3c} - \frac{a}{b}t.$$

Reemplazando la condición inicial $y(0) = 1$:

$$\frac{1}{b}\sqrt[3]{3c} = 1 \quad \rightarrow \quad c = \frac{b^3}{3}\,.$$

Por lo tanto, la solución del problema de valor inicial está dada por:

$$y(t) = \frac{1}{b}\sqrt[3]{3bt + b^3} - \frac{a}{b}t\,;\ a < 0 \text{ y } b > 0.$$

**Tema 4 (22 Puntos)**
Utilizando la transformada de Laplace, determine la solución de la ecuación $y'(t) + f(t) = g(t)\ ;\ y(0) = 2$, tal que $f(t) = \begin{cases} 0 & ; \quad 0 \le t < 10 \\ At & ; \quad t \ge 10 \end{cases}$ y $g(t) = \delta(t-3)$, donde $\delta$ denota la función delta de Dirac y $A > 0$.

<u>Solución:</u>
Expresando a la función $f(t)$ en términos de la función escalón unitario:

$$f(t) = 0\big(\mu_0(t) - \mu_{10}(t)\big) + At\big(\mu_{10}(t)\big).$$

Entonces la ecuación se puede escribir como:

$$y'(t) + At\big(\mu_{10}(t)\big) = \delta_3(t).$$

Al aplicar la transformada de Laplace, denotada por $L$, y su propiedad de linealidad:

$$L[y'(t)] + AL[t\mu_{10}(t)] = L[\delta_3(t)].$$

Hallando las transformadas planteadas:

- $L[y'(t)] = sY(s) - y(0) = sY(s) - 2,$
- $L[t\mu_{10}(t)] = L[\mu_{10}(t)(t - 10 + 10)] = L[\mu_{10}(t)(t-10) + 10\mu_{10}(t))] = e^{-10s}\frac{1}{s^2} + 10e^{-10s}\frac{1}{s}\,,$
- $L[\delta_3(t)] = e^{-3s}.$

Sustituyendo se tiene:

$$sY(s) - 2 + A\left(e^{-10s}\frac{1}{s^2} + 10e^{-10s}\frac{1}{s}\right) = e^{-3s},$$
$$Y(s) = e^{-3s}\frac{1}{s} + \frac{2}{s} - e^{-10s}\frac{A}{s^3} - 10e^{-10s}\frac{A}{s^2}\,.$$

Aplicando la transformada inversa se tiene:

$$y(t) = L^{-1}[Y(s)],$$
$$y(t) = L^{-1}\left[e^{-3s}\frac{1}{s}\right] + L^{-1}\left[\frac{2}{s}\right] - L^{-1}\left[e^{-10s}\frac{A}{s^3}\right] - 10L^{-1}\left[e^{-10s}\frac{A}{s^2}\right],$$
$$y(t) = \mu_3(t) + 2 - \frac{A}{2}(t-10)^2\mu_{10}(t) - 10A(t-10)\mu_{10}(t)\ ;\ t \ge 0.$$

**Tema 5 (22 Puntos)**

Considere un circuito eléctrico en serie con un resistor de resistencia $R = 100$ ohmios, un inductor de inductancia $L = 10$ henrios, un capacitor de capacitancia $C = \frac{1}{160}$ faradios y una fuente de voltaje dada por $f(t) = e^{-t}$ voltios. De acuerdo con la ley de Kirchhoff la ecuación que describe la carga $q(t)$ del capacitor de este circuito es $L\frac{d^2q(t)}{dt^2} + R\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{C}q(t) = f(t)$. Utilizando el método de variación de parámetros halle una solución particular para esta ecuación, y luego indique su solución general.

Finalmente, obtenga la intensidad de corriente $i(t)$ del circuito si se conoce que la relación entre $i(t)$ y $q(t)$ está dada por $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$.

Solución:

Se halla la solución complementaria $q_c(t)$ resolviendo la ecuación: $10\frac{d^2q}{dt^2} + 100\frac{dq}{dt} + 160q = 0$.

Para esto, se plantea la solución de la forma: $q(t) = e^{rt}$, con lo cual: $q'(t) = re^{rt}$ y $q''(t) = r^2e^{rt}$.

Sustituyendo en la ecuación homogénea se tiene:

$$10r^2e^{rt} + 100re^{rt} + 160e^{rt} = 0 \;\rightarrow\; 10e^{rx}(r^2 + 10r + 16) = 0 \;\rightarrow\; (r+8)(r+2) = 0$$

Entonces, $r = -8$ y $r = -2$.

Así, $q_c(t) = c_1e^{-8t} + c_2e^{-2t}$ ; $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$.

A continuación, se halla una solución particular para la ecuación no homogénea, cuya forma canónica es:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 10\frac{dq}{dt} + 16q = \frac{1}{10}e^{-t}\text{ , de donde se define la función } g(t) = \frac{1}{10}e^{-t}.$$

Usando el método de variación de parámetros, se plantea la solución particular de la forma:

$$q_p(t) = v_1y_1 + v_2y_2,$$

donde $y_1$ y $y_2$ son las soluciones linealmente independientes de la solución complementaria y tal que se satisfaga el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} v_1'y_1 + v_2'y_2 = 0 \\ v_1'y_1' + v_2'y_2' = g(t) \end{cases}\text{, esto es: } \begin{bmatrix} e^{-8t} & e^{-2t} \\ -8e^{-8t} & -2e^{-2t} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_1' \\ v_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{10}e^{-t} \end{bmatrix}.$$

El Wronskiano, $W(y_1, y_2)$, está dado por: $\begin{vmatrix} e^{-8t} & e^{-2t} \\ -8e^{-8t} & -2e^{-2t} \end{vmatrix} = -2e^{-10t} + 8e^{-10t} = 6e^{-10t}$.

Las soluciones del sistema son:

$$v_1' = \frac{\begin{vmatrix} 0 & e^{-2t} \\ \frac{1}{10}e^{-t} & -2e^{-2t} \end{vmatrix}}{W(y_1, y_2)} = \frac{-\frac{1}{10}e^{-3t}}{6e^{-10t}} = -\frac{1}{60}e^{7t} \;\rightarrow\; v_1 = -\frac{1}{60}\int e^{7t}\,dt = -\frac{1}{420}e^{7t} + k_1;\; k_1 \in \mathbb{R},$$

$$v_2' = \frac{\begin{vmatrix} e^{-8t} & 0 \\ -8e^{-8t} & \frac{1}{10}e^{-t} \end{vmatrix}}{W(y_1, y_2)} = \frac{\frac{1}{10}e^{-9t}}{6e^{-10t}} = \frac{1}{60}e^{t} \;\rightarrow\; v_2 = \frac{1}{60}\int e^{t}\,dt = \frac{1}{60}e^{t} + k_2;\; k_2 \in \mathbb{R}.$$

Con los resultados obtenidos y anulando las constantes $k_1$ y $k_2$ se obtiene:

$$q_p(t) = \left(-\frac{1}{420}e^{7t}\right)e^{-8t} + \frac{1}{60}e^{t}e^{-2t} = -\frac{1}{420}e^{-t} + \frac{1}{60}e^{-t} = \frac{1}{70}e^{-t}.$$

Entonces, la solución general está dada por:

$$q(t) = q_c(t) + q_p(t),$$

$$q(t) = c_1e^{-8t} + c_2e^{-2t} + \frac{1}{70}e^{-t}\;[Culombios];\; c_1, c_2 \in \mathbb{R}.$$

Finalmente, la intensidad de corriente $i(t)$ del circuito está dada por:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt},$$

$$i(t) = -8c_1e^{-8t} - 2c_2e^{-2t} - \frac{1}{70}e^{-t}\;[Amperios];\; c_1, c_2 \in \mathbb{R}.$$

**Tema 1 (14 Puntos)**

| Capacidades por evaluar | Nivel de aprendizaje | | | |
|---|---|---|---|---|
| | **Inicial** | **En desarrollo** | **Desarrollado** | **Excelencia** |
| Determinar la solución de un problema de aplicación, utilizando series numéricas y sus criterios de convergencia. | Plantea una serie numérica que describe al problema, **pero no** utiliza criterio de convergencia alguno para analizarla. | Plantea una serie numérica que describe al problema y utiliza criterios de convergencia para analizarla, **pero no** determina si la serie converge o diverge dado que no se satisfacen las condiciones suficientes de los criterios usados. | Plantea una serie numérica que describe al problema y determina que converge utilizando un criterio adecuado, **pero no** redacta una conclusión acerca de la convergencia de la cantidad de tolueno total derramada. | Plantea una serie numérica que describe al problema, determina que converge utilizando un criterio adecuado, y redacta una conclusión acerca de la convergencia de la cantidad de tolueno total derramada. |
| **Puntaje** | [0 , 5] | (5 , 8] | (8 , 12] | (12 , 14] |

**Tema 2 (21 Puntos)**

| Capacidades por evaluar | Nivel de aprendizaje | | | |
|---|---|---|---|---|
| | **Inicial** | **En desarrollo** | **Desarrollado** | **Excelencia** |
| Determinar la solución de un sistema de ecuaciones diferenciales, utilizando el método de los valores y vectores propios. | Plantea la forma de la solución vectorial que se busca, **pero no** determina los valores propios de la matriz de coeficientes del sistema. | Plantea la forma de la solución vectorial que se busca, determina los valores propios de la matriz de coeficientes del sistema y plantea los sistemas con los que se hallan los espacios característicos, **pero no** halla dichos espacios. | Plantea la forma de la solución vectorial que se busca, determina los valores propios de la matriz de coeficientes del sistema, halla los espacios característicos y halla los respectivos vectores propios, **pero no** presenta la solución del sistema ni el valor de $y(3)$. | Plantea la forma de la solución vectorial que se busca, determina los valores propios de la matriz de coeficientes del sistema, halla los espacios característicos, halla los respectivos vectores propios y presenta tanto la solución del sistema como el valor de $y(3)$. |
| **Puntaje** | [0 , 3] | (3 , 9] | (9 , 18] | (18 , 21] |

**Tema 3 (21 Puntos)**

| **Capacidades por evaluar** | **Nivel de aprendizaje** | | | |
|---|---|---|---|---|
| | **Inicial** | **En desarrollo** | **Desarrollado** | **Excelencia** |
| Resolver una ecuación diferencial de primer orden que se transforma en separable a través de un cambio de variable. | Cambia la expresión $(at + by)$ por una nueva variable y obtiene la transformación para $y'$, **pero no** sustituye dichas expresiones en la ecuación. | Cambia la expresión $(at + by)$ por una nueva variable, obtiene la transformación para $y'$, sustituye dichas expresiones en la ecuación y separa las variables, **pero no** resuelve la ecuación obtenida. | Cambia la expresión $(at + by)$ por una nueva variable, obtiene la transformación para $y'$, sustituye dichas expresiones en la ecuación, resuelve la ecuación separable obtenida y sustituye la variable original, **pero no** halla la constante de integración utilizando la condición inicial. | Cambia la expresión $(at + by)$ por una nueva variable, obtiene la transformación para $y'$, sustituye dichas expresiones en la ecuación, resuelve la ecuación separable obtenida, sustituye la variable original, halla la constante de integración utilizando la condición inicial y presenta la solución del problema de valor inicial. |
| **Puntaje** | [0 , 6] | (6 , 11] | (11 , 17] | (17 , 21] |

**Tema 4 (22 Puntos)**

| **Capacidades por evaluar** | **Nivel de aprendizaje** | | | |
|---|---|---|---|---|
| | **Inicial** | **En desarrollo** | **Desarrollado** | **Excelencia** |
| Determinar la solución de un problema de valor inicial, usando la transformada de Laplace. | Aplica la transformada de Laplace a la ecuación y luego aplica la propiedad de linealidad de la transformada, **pero no** halla las transformadas planteadas. | Aplica la transformada de Laplace a la ecuación, aplica la propiedad de linealidad de la transformada, halla las transformadas planteadas, **excepto** la transformada de $f(t)$. | Aplica la transformada de Laplace a la ecuación, aplica la propiedad de linealidad de la transformada, halla todas las transformadas planteadas, obtiene una expresión para la transformada de $y(t)$, aplica la transformada inversa con su propiedad de linealidad, **pero no** determina las transformadas inversas planteadas. | Aplica la transformada de Laplace a la ecuación, aplica la propiedad de linealidad de la transformada, halla todas las transformadas planteadas, obtiene una expresión para la transformada de $y(t)$, aplica la transformada inversa con su propiedad de linealidad, determina las transformadas inversas planteadas y presenta $y(t)$. |
| **Puntaje** | [0 , 4] | (4 , 10] | (10 , 17] | (17 , 22] |

**Tema 5 (22 Puntos)**

| **Capacidades por evaluar** | **Nivel de aprendizaje** | | | |
|---|---|---|---|---|
| | **Inicial** | **En desarrollo** | **Desarrollado** | **Excelencia** |
| Determinar la solución de un problema de aplicación asociado a una ecuación diferencial ordinaria lineal de segundo orden no homogénea, usando el método de variación de parámetros para hallar una solución particular. | Halla la solución complementaria de la ecuación que define la carga del capacitor, **pero no** plantea la forma de la solución particular. | Halla la solución complementaria de la ecuación que define la carga del capacitor y plantea la forma de la solución particular con el sistema que debe satisfacer, **pero no** halla los parámetros de dicha solución particular. | Halla la solución complementaria de la ecuación que define la carga del capacitor, plantea la forma de la solución particular con el sistema que debe satisfacer y halla dicha solución particular, **pero no** presenta la solución general de la carga del capacitor ni halla la intensidad de corriente del circuito. | Halla la solución complementaria de la ecuación que define la carga del capacitor, plantea la forma de la solución particular con el sistema que debe satisfacer, halla dicha solución particular, presenta la solución general de la carga del capacitor y halla la intensidad de corriente del circuito. |
| **Puntaje** | [0 , 6] | (6 , 10] | (10 , 18] | (18 , 22] |