EXAMEN DE LA 2DA EVALUACIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES

1.- (2.5 puntos) Usando el método de coeficientes indeterminados, explique cómo se plantea una solución particular para la EDO: $2y'' - 9y' + 8y = 2senx - cos4x$

Capacidades por evaluar	**Nivel de aprendizaje**	
	En desarrollo	**Excelencia**
Plantear una solución particular para una EDO no homogénea, usando el método de los coeficientes indeterminados.	Plantea la solución solo para "$2sen(x)$" o solo para "$-cos(4x)$".	Plantea la solución tanto para "$2sen(x)$" como para "$-cos(4x)$". **Luego,** explica como aplicar el principio de superposición para obtener una solución particular para la EDO.
Puntaje	(0 , 1]	(1 , 2.5]

2.- (2.5 puntos) Enuncie uno de los teoremas de traslación de la transformada de Laplace e ilustre su uso con un ejemplo que incluya una función hiperbólica.

Capacidades por evaluar	**Nivel de aprendizaje**	
	En desarrollo	**Excelencia**
Enunciar uno de los teoremas de traslación de la transformada de Laplace e ilustrar su uso.	Enuncia uno de los teoremas de traslación de la transformada de Laplace, **pero no** ilustra su uso.	Enuncia uno de los teoremas de traslación de la transformada de Laplace, e ilustra su uso.
Puntaje	(0 , 1]	(1 , 2.5]

3.- (2.5 puntos) Enuncie el teorema de la transformada de Laplace de la Convolución e ilustre su uso determinando la transformada inversa del producto entre: $F(s) = \frac{1}{s}; s > 0 \;\; y\, G(s) = \frac{1}{s^2+1}\,; s > 0$

Capacidades por evaluar	**Nivel de aprendizaje**	
	En desarrollo	**Excelencia**
Enunciar el teorema de la transformada de Laplace de la convolución e ilustrar su uso.	Enuncia el teorema de la transformada de Laplace de la convolución, **pero no** determina la transformada inversa solicitada.	Enuncia el teorema de la transformada de Laplace de la convolución, y determina la transformada inversa solicitada.
Puntaje	(0 , 1]	(1 , 2.5]

4.- (2.5 puntos) Proporcione la definición de la delta de Dirac denotada por δ y determine la transformada de Laplace de h(t) tal que $h(t) = sent\delta(t-16); t \geq 0$.

Capacidades por evaluar	**Nivel de aprendizaje**	
	En desarrollo	**Excelencia**
Proporcionar la definición de la delta de Dirac denotada por δ y determinar la transformada de Laplace de una función que la incluye.	Proporciona la definición de la delta de Dirac denotada por δ, **pero no** determina la transformada solicitada.	Proporciona la definición de la delta de Dirac denotada por δ, y determina la transformada solicitada.
Puntaje	(0 , 1]	(1 , 2.5]

5.- (10 puntos) Para la ecuación diferencial $x^3y''' + 3x^2y'' - 3xy' = 2x^5 \;\; ; \;\; x > 0$, determine la solución de la parte homogénea. Determine una solución particular usando el método de variación de parámetros y la solución general de la Edo no homogénea. Finalmente determine la relación que deben satisfacer las constantes de la solución complementaria en t=1 si se conoce que y(1)=0.

Capacidades por evaluar	**Nivel de aprendizaje**			
Obtener la solución general de una ecuación diferencial ordinaria (EDO) lineal de orden superior.	**Inicial**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelencia**
	Determina la solución complementaria, **pero no** plantea la solución particular con el método de variación de parámetros.	Determina la solución complementaria, y plantea la solución particular junto con el sistema de ecuaciones que debe satisfacer con el método de variación de parámetros, **pero no** determina la solución particular.	Determina la solución complementaria, y determina la solución particular con el método de variación de parámetros, **pero no** obtiene la solución general.	Determina la solución complementaria, determina la solución particular con el método de variación de parámetros. **Luego,** obtiene la solución general y la relación que deben satisfacer las constantes de la solución complementaria en $x = 1$.
Puntaje	[0 , 3]	(3 , 5]	(5 , 8]	(8 , 10]

6.- (10 puntos) Explique por qué t_0=0 es un punto singular de la ecuación diferencial $ty'' - 2y' + (1 + t)y = 0$. Luego, utilizando la teoría de Frobenius plantee la solución en serie de potencias para la ecuación diferencial y a continuación determine la ecuación indicial, la relación de recurrencia de los coeficientes de la serie, las raíces de la ecuación indicial y los tres primeros términos de la solución correspondiente a la raíz de mayor magnitud.

Capacidades por evaluar	**Nivel de aprendizaje**			
Obtener soluciones de una EDO lineal usando series de potencias.	**Inicial**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelencia**
	Explica por qué $t_0 = 0$ es un punto singular regular de la EDO, **pero no** plantea la solución usando serie de potencias.	Explica por qué $t_0 = 0$ es un punto singular regular de la EDO, plantea la solución usando serie de potencias y sustituye dicha solución planteada en la EDO, **pero no** obtiene la ecuación indicial con sus raíces y la ecuación de recurrencia.	Explica por qué $t_0 = 0$ es un punto singular regular de la EDO, plantea la solución usando serie de potencias, sustituye dicha solución planteada en la EDO, y obtiene la ecuación indicial con sus raíces y la ecuación de recurrencia, **pero no** determina los 3 primeros términos de la solución correspondiente a la raíz de mayor magnitud.	Explica por qué $t_0 = 0$ es un punto singular regular de la EDO, plantea la solución usando serie de potencias, sustituye dicha solución planteada en la EDO, obtiene la ecuación indicial con sus raíces y la ecuación de recurrencia y determina los 3 primeros términos de la solución correspondiente a la raíz de mayor magnitud.
Puntaje	[0 , 2]	(2 , 4]	(4 , 8]	(8 , 10]

7.- Usando la transformada de Laplace, determine la solución del siguiente problema, el cual describe un sistema masa resorte con movimiento unidimensional que oscila verticalmente, donde la resistencia del medio se considera nula, h(t) representa una fuerza externa y la función incógnita y(t) representa la posición de equilibrio del sistema (considerando positivo hacia abajo y su unidad dada en metros). Además, determine si en t=π/4 segundos la masa esta sobre o debajo de su posición de equilibrio.

$$y'' + 9y = h(t)\ ;\quad y(0) = 1 \quad ;\quad y'(0) = 0\ ;\ h(t) = \begin{cases} t-1 & ; \quad 0 < t < 1 \\ 1 & ; \quad t \geq 1 \end{cases}$$

Capacidades para evaluar	**Nivel de aprendizaje**			
	Inicial	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelencia**
Interpretar las soluciones obtenidas al resolver problemas de aplicación con la transformada de Laplace.	Aplica la transformada de Laplace y su propiedad de linealidad al problema de valor inicial, **pero no** obtiene las transformadas planteadas.	Aplica la transformada de Laplace y su propiedad de linealidad al problema de valor inicial. Luego, obtiene las transformadas planteadas y una expresión en términos de S para la transformada de $y(t)$, **pero no** determina la solución del problema aplicando la transformada inversa.	Aplica la transformada de Laplace y su propiedad de linealidad al problema de valor inicial. Luego, obtiene las transformadas planteadas, obtiene una expresión en términos de S para la transformada de $y(t)$ y determina la solución del problema aplicando la transformada inversa, **pero no** determina si la masa está sobre o debajo de la posición de equilibrio en $t = \pi/4$.	Aplica la transformada de Laplace y su propiedad de linealidad al problema de valor inicial. Luego, obtiene las transformadas planteadas, obtiene una expresión en términos de S para la transformada de $y(t)$, determina la solución del problema aplicando la transformada inversa y determina si la masa está sobre o debajo de la posición de equilibrio en $t = \pi/4$.
Puntaje	[0 , 1]	(1 , 5]	(5 , 8]	(8 , 10]

8.- (10 puntos) Utilizando el método de valores y vectores propios, determine la solución general del sistema de ecuaciones:

$$x' = 2x + 2y$$
$$y' = 5x - y$$

Capacidades por evaluar	**Nivel de aprendizaje**			
	Inicial	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelencia**
Utilizando el método de valores y vectores propios, determina la solución general del sistema de ecuaciones.	Plantea la solución vectorial y determina los valores propios de la matriz de coeficientes del sistema, **pero no** plantea la forma de los espacios característicos.	Plantea la solución vectorial, determina los valores propios de la matriz de coeficientes del sistema, plantea la forma de los espacios característicos y halla el vector propio de r_1, **pero no** halla el vector propio de r_2.	Plantea la solución vectorial, determina los valores propios de la matriz de coeficientes del sistema, plantea la forma de los espacios característicos y halla el vector propio tanto de r_1 como de r_2, **pero no** obtiene la	Plantea la solución vectorial, determina los valores propios de la matriz de coeficientes del sistema, plantea la forma de los espacios característicos y halla el vector propio tanto de r_1 como de r_2. Finalmente, obtiene la solución general del sistema y sus componentes.

			solución general del sistema.	
Puntaje	[0 , 3]	(3 , 6]	(6 , 8]	(8 , 10]