espol
Escuela Superior Politécnica del Litoral

Segunda Evaluación
Mecánica Vectorial
28 de Enero del 2020

Instrucciones de la evaluación

- El documento consta de 2 hojas con 3 ejercicios independientes.
- La prueba dura 2 HORAS.
- Se permiten únicamente calculadoras científicas básicas.
- Los dispositivos electrónicos y otros documentos están estrictamente prohibidos y provocarán la anulación de la prueba.
- Las respuestas deben estar escritas con pluma (no se aceptan reclamos por respuestas a lápiz)

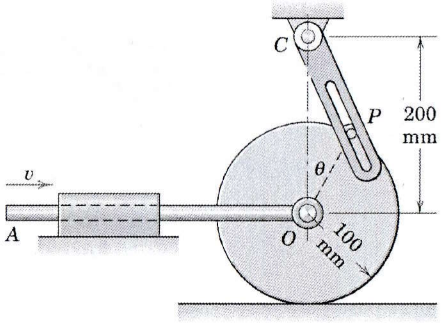
Nombre: Matrícula:

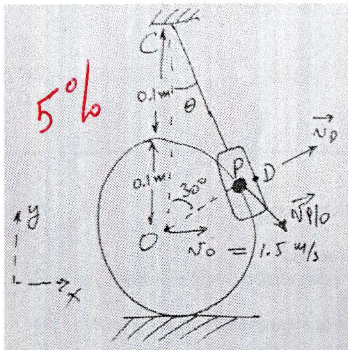
Firma: Paralelo:

Solución

Problema 1: Cinemática de cuerpos rígidos (40%)

La rueda gira sin deslizar. Para el instante mostrado, cuando el punto O se encuentra directamente debajo del punto C, el eslabón OA tiene una velocidad $v = 1.5$ m/s hacia la derecha y $\theta = 30°$. Determine la velocidad angular ω de la barra ranurada.





5%

Punto D en barra ranurada coincide con punto P

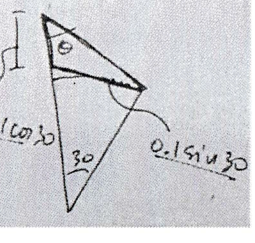
$$\vec{v}_D = \vec{v}_P + \vec{v}_{D/P} \quad (1)$$
$$\vec{v}_P = \vec{v}_O + \vec{v}_{P/O}$$
$$\vec{v}_P = \vec{v}_O + \vec{\omega}\times\vec{r}$$

5%

$$\Rightarrow \vec{v}_{P/O} = \frac{v_O}{r}\cdot r = v_O$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{0.1\sin 30}{0.2-0.1\cos 30} = 23.8° \quad 5\%$$

$$\frac{CP}{\sin 30} = \frac{r}{\sin 23.8} \Rightarrow CP = 0.1\frac{\sin 30}{\sin 23.8} = 0.1239\,[m]$$



5%

$$v_D = v_D(\vec{i}\cos\theta + \vec{j}\sin\theta) \quad 5\%$$
$$= v_D(0.915\vec{i} + 0.403\vec{j}) \quad (2)$$

$$v_P = 1.5\vec{i} + 1.5\cos 30\,\vec{i} - 1.5\sin 30\,\vec{j} = 2.799\vec{i} - 0.75\vec{j}\,[m/s] \quad (3)$$

$$v_{D/P} = v_{D/P}(-\vec{i}\sin\theta + \vec{j}\cos\theta) = v_{D/P}(-0.403\vec{i} + 0.915\vec{j}) \quad (4)$$

5%

(2), (3), (4) en (1)

$$(0.915\vec{i} + 0.403\vec{j})v_D = (2.799\vec{i} - 0.75\vec{j}) + (-0.403\vec{i} + 0.915\vec{j})v_{D/P}$$

i: $0.915\,v_D = 2.799 - 0.403\,v_{D/P}$

j: $0.403\,v_D = -0.75 + 0.915\,v_{D/P}$

$v_D = 2.26$ [m/s]

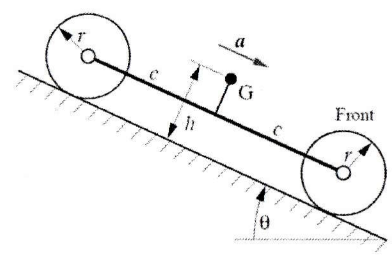
$v_{D/P} = 1.816$ [m/s]

$$\Rightarrow \omega = \omega_{CD} = \frac{v_D}{r_{CD}} = \frac{2.26}{0.1239} = \boxed{18.22\,[rad/s]}$$

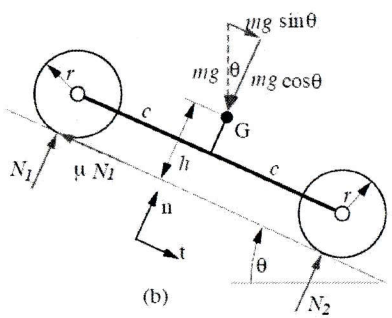
10%

Problema 2: Cinética de cuerpos rígidos (30%)

El vehículo de cuatro ruedas mostrado desliza hacia abajo una cuesta empinada con sus ruedas traseras bloqueadas (no se mueve con relación al cuerpo) y sus ruedas delanteras giran libremente. Si M es la masa del vehículo, h la distancia normal de su centro de masa G al suelo, r el radio de la rueda y 2c la distancia entre los ejes, encontrar la aceleración del vehículo. El ángulo de la pendiente es θ, y el coeficiente de fricción entre las ruedas y el suelo es μ. La masa y el momento de inercia de cada rueda alrededor de su eje pueden ser despreciados.



a) Elabore el diagrama de cuerpo libre y el diagrama masa aceleración del vehículo.



(b)

5%

b) Escriba las ecuaciones del movimiento respectivas

5%

$$\sum F_n = ma_n = 0 = N_1 + N_2 - mg\cos\theta$$

$$\sum F_t = ma_t = -\mu N_1 + mg\sin\theta$$

$$\sum M_G = I\alpha = 0 = N_2(c) - N_1(c) - \mu N_1(h)$$

From Eq. (3),

$$N_2 = N_1\left[1 + \frac{\mu h}{c}\right]$$

c) Encuentre la aceleración del vehículo.

$$N_1 + N_1\left[1 + \frac{\mu h}{c}\right] - mg\cos\theta = 0 \Rightarrow N_1 = \frac{mg\cos\theta}{2 + \frac{\mu h}{c}}$$ 5%

From Eqs. (4) and (5),

$$N_2 = N_1\left[1 + \frac{\mu h}{c}\right] = \frac{mg\cos\theta}{2 + \frac{\mu h}{c}}\left[1 + \frac{\mu h}{c}\right] = mg\cos\theta\frac{c + \mu h}{2c + \mu h}$$ 5%

Combining Eqs. (2), (4), and (5),

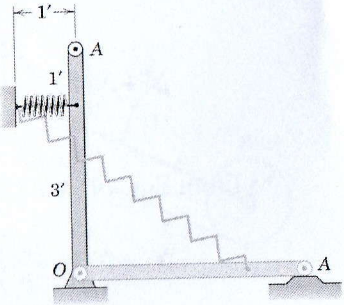
$$ma_t = -\mu N_1 + mg\sin\theta = -\mu\frac{mg\cos\theta}{2 + \frac{\mu h}{c}} + mg\sin\theta$$

or

$$a_t = g\left[\sin\theta - \frac{\mu c\cos\theta}{2c + \mu h}\right]$$ 10%

Problema 3: Métodos Energéticos (30%)

Una barra uniforme cuyo peso es 60 lb se suelta desde el reposo en la posición vertical mostrada, en la que el resorte de rigidez 10 lb/ft está en su posición de equilibrio. Calcular la velocidad a la cual el extremo A de la barra golpea la superficie horizontal.



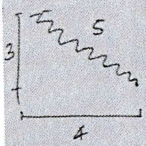
Solución

$$\cancel{T_1}^{\,0} + V_1 = T_2 + V_2$$ 5%

$$V_1 = mgh = 120 \ [\text{lb-ft}]$$ 5%

$$T_2 = \frac{1}{2} I_O \omega^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{60}{32.2}\right) 4^2 \left(\frac{v_A}{4}\right)^2$$

$$T_2 = 0.3106\, v_A^2$$ 5%



$$V_2 = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2}(10)(5-1)^2 = 80 \ [\text{lb-ft}]$$ 5%

$$\Rightarrow \ 120 = 0.3106\, v_A^2 + 80$$

$$v_A^2 = 128.8 \ \Rightarrow \ \boxed{v_A = 11.35 \ [\text{ft/s}]}$$ 10%

Ecuaciones Mecánica Vectorial 2019 - II Termino

$$\begin{aligned}\vec{v}_P &= \dot{x}\hat{i} + \dot{y}\hat{j} + \dot{z}\hat{k} \\ &= v_P\hat{e}_t \\ &= \dot{R}\hat{e}_R + R\dot{\theta}\hat{e}_\theta + \dot{z}\hat{k}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{a}_P &= \ddot{x}\hat{i} + \ddot{y}\hat{j} + \ddot{z}\hat{k} \\ &= \dot{v}_P\hat{e}_t + \frac{v_P^2}{\rho}\hat{e}_n \\ &= (\ddot{R} - R\dot{\theta}^2)\hat{e}_R + (R\ddot{\theta} + 2\dot{R}\dot{\theta})\hat{e}_\theta + \ddot{z}\hat{k}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{v}_B &= \vec{v}_A + \vec{\omega}\times\vec{r}_{B/A} \\ &= \vec{v}_A + (\vec{v}_{B/A})_{rel} + \vec{\omega}\times\vec{r}_{B/A}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{a}_B &= \vec{a}_A + \vec{\alpha}\times\vec{r}_{B/A} + \vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}_{B/A}) \\ &= \vec{a}_A + (\vec{a}_{B/A})_{rel} + \vec{\alpha}\times\vec{r}_{B/A} + 2\vec{\omega}\times(\vec{v}_{B/A})_{rel} + \vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}_{B/A})\end{aligned}$$

$$\frac{dv}{dt} = v\,\frac{dv}{ds} \qquad \vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \qquad \frac{d\hat{e}}{dt} = \vec{\omega}\times\hat{e}$$

$$\sum\vec{F} = m\vec{a}_G \;; \qquad \sum\vec{M}_A = I_A\vec{\alpha} + m\vec{r}_{G/A}\times\vec{a}_A \;; \quad I_A = mk_A^{\,2} = I_G + md^2$$

$$T_1 + V_1 + U_{1\to 2}^{(nc)} = T_2 + V_2$$

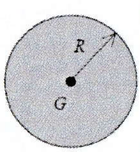
$$T = \frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}I_A\omega^2 \qquad V_{sp} = \frac{1}{2}k\Delta^2 \qquad V_{gr} = mgh \qquad U_{1\to 2}^{(nc)} = \int_1^2\left(\vec{F}\bullet\hat{e}_{tB}\right)ds + \int_1^2 M_B\,d\theta$$

$$\int_1^2\left(\sum\vec{F}\right)_{ext}dt = m\vec{v}_{G2} - m\vec{v}_{G1}$$

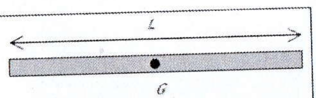
$$\int_1^2\left(\sum\vec{M}_A\right)_{ext}dt = \vec{H}_{A2} - \vec{H}_{A1} \quad ; \qquad \vec{H}_A = m\vec{r}_{P/A}\times\vec{v}_P \quad ; \qquad \vec{H}_A = I_A\vec{\omega}$$

$$e = \frac{v_{Bn2} - v_{An2}}{v_{An1} - v_{Bn1}}$$

$$I_G = \frac{1}{2}mR^2$$



$$I_G = \frac{1}{12}mL^2$$



$$I_G = mR^2$$