Segunda Evaluación

Mecánica Vectorial

27 de Agosto del 2019

Instrucciones de la evaluación

- El documento consta de 2 hojas con 3 ejercicios independientes.
- La prueba dura 2 HORAS.
- Se permiten únicamente calculadoras científicas básicas.
- Los dispositivos electrónicos y otros documentos están estrictamente prohibidos y provocarán la anulación de la prueba.
- Las respuestas deben estar escritas con pluma (no se aceptan reclamos por respuestas a lápiz)

Nombre: Solución

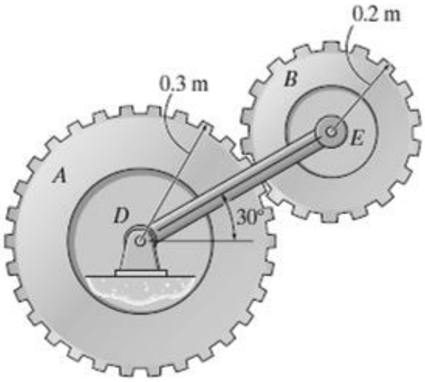
Matrícula:

Firma:

Paralelo:

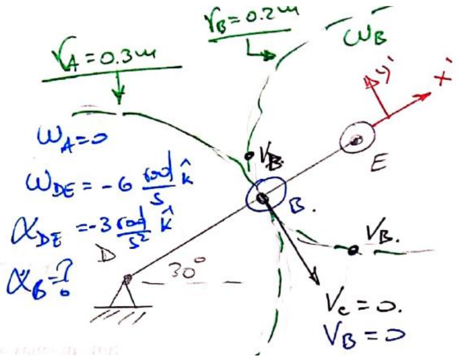
Problema 1: Cinemática de cuerpos rígidos(30%)

Para el sistema de engranajes mostrado, el piñón A se encuentra fijo y estacionario. Mientras que la barra DE rota con una velocidad angular de 6 rad/s en el sentido de las manecillas del reloj, y una aceleración angular de 3 rad/s^2, en el mismo sentido. Para esta situación, determine la aceleración angular del engrane B.



$r_{E/D} = 0{,}5\,\hat{i}$

$r_{B/E} = -0{,}2\,\hat{i}$



① → $\vec{V}_E = \cancel{\vec{V}_D} + \vec{\omega}_{ED} \times \vec{r}_{E/D}$

② → $\vec{a}_E = \cancel{\vec{a}_D} + \vec{\alpha}_{ED} \times \vec{r}_{E/D} + \vec{\omega}_{ED} \times \vec{\omega}_{ED} \times \vec{r}_{E/D}$

③ → $\cancel{\vec{V}_B} = \vec{V}_E + \vec{\omega}_B \times \vec{r}_{B/E}$

④ → $\vec{a}_B = \vec{a}_E + \vec{\alpha}_B \times \vec{r}_{B/E} + \vec{\omega}_B \times \vec{\omega}_B \times \vec{r}_{B/E}$

① → $\vec{V}_E = \cancel{\vec{V}_D} + \vec{\omega}_{ED} \times \vec{r}_{E/D}$

$V_E = \left[-6\hat{k} \times 0{,}5\,\hat{i}\right] \rightarrow \vec{V}_E = -3\,\hat{j}\ \left(\frac{m}{s}\right)$

② $\vec{a}_E = \cancel{\vec{a}_D} + \vec{\alpha}_{ED} \times \vec{r}_{E/D} + \vec{\omega}_{ED} \times \vec{\omega}_{ED} \times \vec{r}_{E/D}$

$\vec{a}_E = \left[-3\hat{k} \times 0{,}5\,\hat{i}\right] + \left[-6\hat{k} \times -6\hat{k} \times 0{,}5\,\hat{i}\right]$

$\vec{a}_E = -1.5\,\hat{j} - 18\,\hat{i}$

③ $\cancel{\vec{V}_B} = \vec{V}_E + \vec{\omega}_B \times \vec{r}_{B/E}$

$0\hat{i} + 0\hat{j} = -3\hat{j} + \omega_B\hat{k} \times (-0.2\hat{i}) \rightarrow 0\hat{j} = -3\hat{j} - 0.2\omega_B\hat{j}$

$\rightarrow \omega_B = -15 \frac{rad}{s}$

④ $\cancel{\vec{a}_B} = \vec{a}_E + \vec{\alpha}_B \times \vec{r}_{B/E} + \vec{\omega}_B \times \vec{\omega}_B \times \vec{r}_{B/E}$

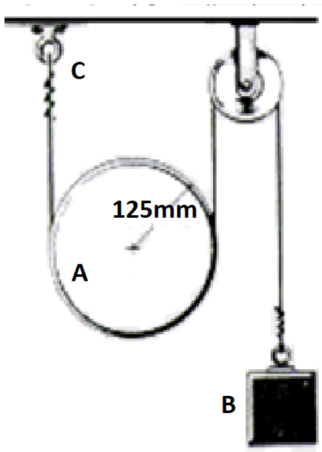
$0\hat{i} + 0\hat{j} = -1{,}5\hat{j} - 18\hat{i} + \left[\alpha_B\hat{k} \times -0{,}2\hat{i}\right] + \left[-15\hat{k} \times -15\hat{k} \times -0{,}2\hat{i}\right]$

$a_B\hat{i} + \cancel{a_B\hat{j}} = -1{,}5\hat{j} - 18\hat{i} - 0{,}2\alpha_B\hat{j} + 45\hat{i}$

$\vec{a}_C$

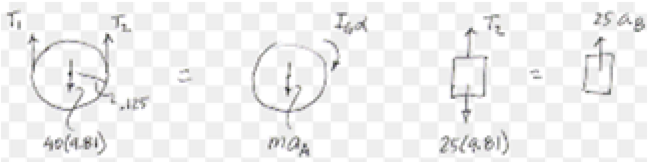
$$\boxed{\alpha_B = -\frac{1.5}{0.2} \rightarrow \alpha_B = -7.5 \frac{rad}{s^2}}$$

Problema 2: Cinética de cuerpos rígidos (30%)



Un cable inextensible soporta un disco sólido A de 40 kg y un bloque B de 25 kg Si no hay deslizamiento entre el cable y el disco:

a) Efectúe los diagramas DCL y DMA del disco y del bloque



b) Escriba las ecuaciones del movimiento para los dos cuerpos

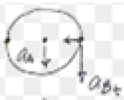
① $+\uparrow \Sigma F_y = ma_y;\quad T_1 + T_2 - 40g = -40a_A$

$+\circlearrowleft \Sigma M_G = I_G\alpha;\quad T_1 \cdot r - T_2 \cdot r = .3125\,\alpha$

Block

$+\uparrow \Sigma F_y = ma_y;\quad T_2 - 25g = 25\,a_B$

⑤



$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}$

$\alpha r \qquad \alpha r$

$+\downarrow\; a_{B_\downarrow} = 2\alpha r = 0.25\,\alpha$

c) ¿Cuál es la aceleración angular del disco ?

$$\begin{bmatrix} T_1 & + & T_2 & +40a_A & 0 & 0 \\ T_1 & - & T_2 & 0 & 0 & -.25\alpha \\ 0 & + & T_2 & 0 & -25a_B & 0 \\ 0 & & 0 & a_A & 0 & -.125\alpha \\ 0 & & 0 & 0 & a_B & -.25\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 392.4 \\ 0 \\ 245.25 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$a_A = -.6131 \ m/s^2$$
$$= .6131 \ m/s^2 \uparrow$$

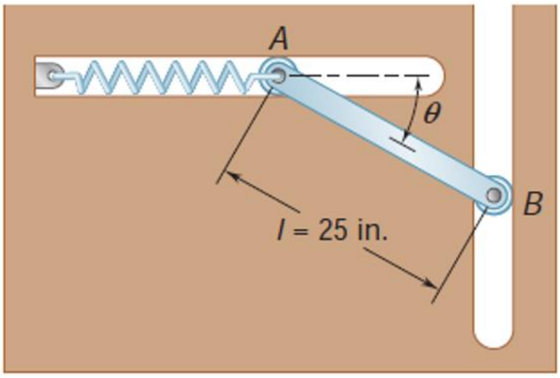
$$a_B = -1.226 \ m/s^2$$
$$= 1.226 \ m/s^2 \downarrow$$
$$\alpha = -4.905 \ r/s^2$$
$$= 4.905 \ r/s^2 \circlearrowleft$$

d) ¿Cuál es la tensión de la cuerda en C ?

$$T_1 = 202.33 \ N$$
$$T_2 = 214.59 \ N$$

Problema 3: Trabajo y energía (40%)

Los extremos de una barra de 9 lb de peso se encuentran restringidos a moverse en la dirección mostrada en la figura. El resorte en el extremo A tiene una constante de k = 36 lb/ft, y su deformación es cero cuando θ= 0°. Si la barra se libera desde el reposo desde θ = 50°, determine la velocidad angular de la barra y la velocidad del extremo B, cuando la barra vuelve a θ = 0°.



$W_{AB} = 9\ lb$ $L_{AB} = 25\ in.$

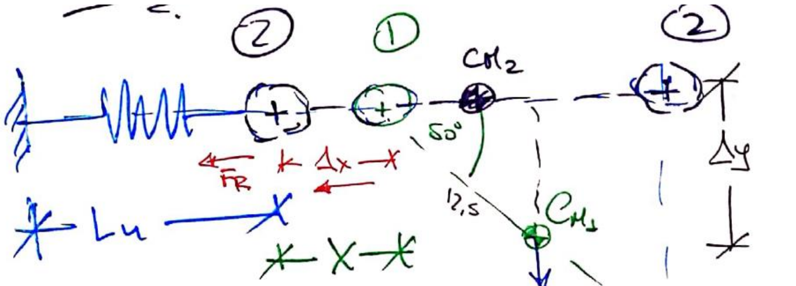
$m_{AB} = \frac{9}{32{,}2 \times 12}$ $J_{AB} = \frac{1}{12} m L^2$

$k = 3\ lb/in$

tensión (resorte) = 0 @ $\theta = 0°$

if $\theta_0 = 50°$

$\left.\begin{array}{l} \omega_{AB_2} = ? \\ V_{B_2} = ? \end{array}\right\} \theta = 0°$



$X = 25 - 25 \cos 50°$

$X = 8.93$

$\cancel{T_1} + U_{1-2} = T_2$

0

U_{1-2} = Resorte + Peso (gravedad)

(positivo). (negativo).

Parte del Reposo $\Big\}\ T_1 = 0.$

(positivo). (negativo).

$$U_{1-2} = (-9)(12{,}5 \sin 50^\circ) + \left(\tfrac{1}{2}\right)(3)(0.43)^2$$

$$\boxed{U_{1-2} = \overset{33{,}44}{\cancel{77{,}78}}}$$

$$\boxed{\omega = \cancel{7.07}\ \frac{rad}{s}}$$

$3{,}71\ \frac{rad}{s}$

$$U_{res} = \frac{1}{2} k x^2$$

$$U_{grav} = w \Delta y.$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m V_g^2 + \frac{1}{2} I_{AB} \omega^2$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m (12{,}5\,\omega)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{12} m L^2\right)\omega^2$$

$$T_2 = \cancel{21{,}84}\,\omega^2 + \overset{2{,}43}{\cancel{7{,}28}}\,\omega^2$$

$$\boxed{T_2 = \cancel{29{,}12}\,\omega^2}$$

$2{,}43\,\omega^2$

$(\omega\hat{k})\times(-12{,}5\,\hat{\imath})$

$T_2 = \cancel{29{,}12}\,\omega^2$

$2{,}43\,\omega^2$

$(\omega\hat{k})\times(-12{,}5\,\hat{\imath})$

$$\vec{V}_g = \vec{V}_B + \vec{\omega} \times \vec{r}_{g/B}$$

$$\left[V_A = V_B + \omega_{AB} \times r_{A/B}.\right]_2$$

$$\cancel{V_g \hat{\imath}} + V_g \hat{\jmath} = 25\omega\hat{\jmath} + (-12{,}5\,\omega\hat{\jmath})$$

0

$$\boxed{V_g = 12{,}5\,\omega}$$

$$V_B = 25\,\omega\,(\hat{\jmath})$$

$$V_A \hat{\imath} = V_B \hat{\jmath} + \omega\hat{k} \times (-25\,\hat{\imath})$$

$$0\hat{\jmath} + V_A \hat{\imath} = V_B \hat{\jmath} - 25\,\omega\hat{\jmath} + 0\hat{\imath} \rightarrow V_A = 0\hat{\imath}$$

Ecuaciones Mecánica Vectorial 2019 - I Termino

$$\Sigma \mathbf{F} = m\bar{\mathbf{a}}$$

$$\Sigma \mathbf{M}_G = \dot{\mathbf{H}}_G$$

$$\mathbf{H}_G = \bar{I}\boldsymbol{\omega}$$

$$\dot{\mathbf{H}}_G = \bar{I}\dot{\boldsymbol{\omega}} = \bar{I}\boldsymbol{\alpha}$$

$$U_{1\rightarrow 2} = \int_{A_1}^{A_2} (F_x\,dx + F_y\,dy + F_z\,dz)$$

$$U_{1\rightarrow 2} = \int_{A_1}^{A_2} \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}$$

$$\eta = \frac{\text{potencia de salida}}{\text{potencia de entrada}}$$

$$T_1 + U_{1\rightarrow 2} = T_2$$

$$\text{Potencia} = \frac{dU}{dt} = \mathbf{F}\cdot\mathbf{v}$$

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B$$

$$U_{1\rightarrow 2} = V_1 - V_2$$

$$v'_B - v'_A = e(v_A - v_B)$$

$$V_g = Wy$$

$$\mathbf{L} = \sum_{i=1}^{n} m_i\mathbf{v}_i \qquad \mathbf{H}_O = \sum_{i=1}^{n} (\mathbf{r}_i \times m_i\mathbf{v}_i)$$

$$V_e = \tfrac{1}{2}kx^2$$

$$\Sigma\mathbf{F} = \dot{\mathbf{L}} \qquad \Sigma\mathbf{M}_O = \dot{\mathbf{H}}_O$$

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$$

$$\mathbf{L} = m\bar{\mathbf{v}} \qquad \dot{\mathbf{L}} = m\bar{\mathbf{a}}$$

$$m\mathbf{v}_1 + \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F}\,dt = m\mathbf{v}_2$$

$$\mathbf{L}_1 = \mathbf{L}_2 \qquad (\mathbf{H}_O)_1 = (\mathbf{H}_O)_2$$