



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL  
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Año: 2017-2018	Período: Segundo Término
Materia: Cálculo de Varias Variables	Profesores: Mireya Bracamonte, Johni Bustamante, Brenda Cobeña, David De Santis, Rosa Díaz, Marco Mejía, Johny Pambabay, María Nela Pastuizaca, Lilitiana Pérez, Carola Pinos, Heydi Roa, Soraya Solís, José Vera.
Evaluación: Primera	Fecha: 27 de noviembre de 2017

COMPROMISO DE HONOR

Yo, .....al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que no puedo usar calculadora ni equipos electrónicos, que sólo puedo usar un lápiz o esférico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.  
*Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.*

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma:..... NÚMERO DE MATRÍCULA:..... PARALELO:.....

RÚBRICA DEL EXAMEN DE LA PRIMERA EVALUACIÓN

1. (10 p.) Dada la superficie  $2x^2 - y^2 + 3z^2 - 10 = 0$  determine:

a) La ecuación del plano tangente a la superficie en el punto (1,2,2).

- Escribe una expresión adecuada para el vector gradiente..... 1 p.
- Calcula el vector gradiente en el punto..... 1 p.
- Escribe la ecuación general del plano tangente correctamente..... 2 p.

b) La ecuación del plano perpendicular al plano encontrado en el item anterior

$$\text{y que contenga la recta } L : \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 3 - t \\ z = 4 - 2t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}.$$

- Determina vector director de la recta..... 1 p.
- Calcular el vector cruz del vector director con el gradiente de la parte anterior como normal del plano requerido..... 2 p.
- Identifica un punto adecuado para el plano requerido..... 1 p.
- Escribe la ecuación general del plano correctamente..... 2 p.

---

2. (10 p.) Considere la función  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x \operatorname{sen}(xy)}{x^2 + y^2} & ; (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & ; (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ .

a) Justifique si  $f$  es continua en  $(0, 0)$ .

- Plantea criterio de continuidad puntual..... 1 p.
- Calcula o demuestra el límite de manera adecuada en el punto dado..... 1 p.
- Concluye que la función es continua en  $(0, 0)$ ..... 1 p.

b) Calcule  $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0), \frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$ .

- Plantea definición de límite para la derivada (1 p. c/u)..... 2 p.
- Calcula la derivada (1 p. c/u)..... 2 p.

c) Justifique si  $f$  es diferenciable en  $(0, 0)$ .

- Plantea definición de límite para la diferenciabilidad..... 1 p.
- Calcula el límite de manera adecuada..... 1 p.
- Concluye que la función no es diferenciable en  $(0, 0)$  ..... 1 p.

3. (10 p.) Sean  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  y  $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  dos campos vectoriales definidos por  $f(x, y) = (e^{2x+y^2}, \operatorname{sen}(2x - y^2))$  y  $g(u, v, w) = (u + 2v^2 + 3w^3, 2v - u^2 + 5w^2)$ .

Justificar que  $f \circ g$  es diferenciable en todo punto de la forma  $P(0, a, 0)$  y calcular la matriz Jacobiana de  $f \circ g$  en  $P$ .

- Justifica adecuadamente la diferenciabilidad de  $f \circ g$  en  $P$ ..... 2 p.
- Calcula  $g(P)$ ..... 1 p.
- Calcula  $D_f$  general y evalúa  $D_f(g(P))$ ..... 2 p.
- Calcula  $D_g$  general y evalúa  $D_g(P)$ ..... 2 p.
- Aplica teorema de la función compuesta y calcula la matriz requerida.... 3 p.

---

4. (10 p.) Empleando la fórmula de Taylor de segundo orden aproxime  $\sqrt{3,8} \operatorname{sen}(0,4)$ .

- Plantea fórmula matemática  $f$  en dos variables..... 1 p.
- Identifica punto  $P_0(x_0, y_0)$  adecuado para la aproximación.....1 p.
- Calcula vector incremento..... 1 p.
- Plantea fórmula general de Taylor de 2º orden..... 1 p.
- Calcula  $f(P_0)$  ..... 1 p.
- Calcula  $\nabla f(P_0)$  ..... 1 p.
- Calcula  $H_f(P_0)$  ..... 2 p.
- Reemplaza datos en la fórmula y calcula la aproximación requerida.... 2 p.

5. (10 p.) Determine las dimensiones de la caja rectangular de mayor volumen que puede inscribirse en la región limitada por la superficie  $z = 6 - x^2 - y^2$  y el plano  $XY$ .

- Hace una interpretación gráfica del problema..... 1 p.
- Identifica variables..... 1 p.
- Plantea fórmula de volumen..... 1 p.
- Plantea restricción (condición) de las variables..... 1 p.
- Selecciona un método adecuado: Teorema de Lagrange o del Valor Extremo..... 1 p
- Plantea sistema de ecuaciones según el método seleccionado..... 1 p.
- Resuelve el sistema planteado y obtiene punto crítico..... 2 p.
- Especifica dimensiones..... 1 p.
- Justifica adecuadamente: en Lagrange usa compacidad o en Valor extremo usa Hessiana..... 1 p.