

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2022	PERÍODO: PAE 2022
MATERIA: Cálculo de una variable	PROFESOR: Laveglia F., García E.
EVALUACIÓN: PRIMERA	FECHA: 01/abril/2022

Tema 1

1. (5 PUNTOS)

Sea el espacio métrico (X, d) , el conjunto $X = \mathbb{Z}$, d es la métrica usual o euclidiana en \mathbb{R} . Justificando su respuesta, identifique la proposición VERDADERA.

- a) El conjunto $N_1(-1)$ tiene 2 elementos.
- b) El conjunto $N_1(-1) \cap N_2^\circ(1)$ tiene 3 elementos
- c) $N_2^\circ(1) = \{x \in \mathbb{Z}, |x - 1| < 2\}$
- d) El conjunto $N_1(-1) \cup N_2^\circ(1)$ tiene 3 elementos

2. (5 PUNTOS)

Sea el espacio métrico (X, d) , el conjunto $X = \mathbb{Z}$, d es la métrica usual o euclidiana en \mathbb{R} . Justificando su respuesta, identifique la proposición VERDADERA.

- a) El conjunto $N_3(3)$ tiene 4 elementos.
- b) $N_3(3) \cap N_1^\circ(4) = \emptyset$
- c) $N_3(3) = \{x \in \mathbb{Z}, |x - 3| \leq 3\}$
- d) $N_3^\circ(2) \cap N_2^\circ(5) = (3,7) - \{5\}$

3. (5 PUNTOS)

Sea el espacio métrico (X, d) , el conjunto $X = \mathbb{Z}$, d es la métrica usual o euclidiana en \mathbb{R} . Justificando su respuesta, identifique la proposición VERDADERA.

- a) El conjunto $N_4^\circ(3)$ tiene 5 elementos.
- b) El conjunto $N_3(-1) \cap N_2^\circ(0)$ tiene 3 elementos
- c) $N_3^\circ(2) \cap N_1^\circ(5) = \emptyset$
- d) $N_3(3) = \{x \in \mathbb{Z}, |x - 3| \leq 3\}$
- e) $N_3^\circ(2) \cup N_2^\circ(5) = (-1,7) - \{5\}$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2022	PERÍODO: PAE 2022
MATERIA: Cálculo de una variable	PROFESOR: Laveglia F., García E.
EVALUACIÓN: PRIMERA	FECHA: 01/abril/2022

Tema 2

1. (6 PUNTOS)

De ser posible, determine la regla de correspondencia de las asíntotas verticales y horizontales a la gráfica de la ecuación:

$$x^2y^2 = 2y^2 + x^2 + 1$$

2. (6 PUNTOS)

De ser posible, determine la regla de correspondencia de las asíntotas verticales y horizontales a la gráfica de la ecuación:

$$x^2y^2 = 5y^2 + x^2 + 1$$

3. (6 PUNTOS)

De ser posible, determine la regla de correspondencia de las asíntotas verticales y horizontales a la gráfica de la ecuación:

$$x^2y^2 = 4y^2 + x^2 + 1$$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2022	PERÍODO: PAE 2022
MATERIA: Cálculo de una variable	PROFESOR: Laveglia F., García E.
EVALUACIÓN: PRIMERA	FECHA: 01/abril/2022

Tema 3

1. (6 PUNTOS)

El Barcelona de España se encuentra disputando un partido difícil con el PSG. En los últimos minutos, Messi logra patear el balón a una velocidad de 3.6 m/s con una dirección de 20° con respecto al suelo. La altura A (metros) que alcanza el esférico conforme pasa el tiempo t (segundos) se encuentra determinada por la siguiente ecuación:

$$A = 9t - 3t^2 \quad (1)$$

Sin embargo, después de haber transcurrido un tiempo de 2 segundos, el balón impacta el travesaño del portero desviando la trayectoria del balón a través del siguiente modelo lineal:

$$A = mt + 2 \quad (2)$$

¿Qué valor debería tomar “ m ” para que la trayectoria del esférico sea considerada continua? Realice además un bosquejo de la gráfica.

2. (6 PUNTOS)

El consumo de bebidas energizantes brinda una utilidad a un individuo y se encuentra determinada por el siguiente modelo, donde U es el nivel de satisfacción (utilidad) y e es la cantidad consumida de bebidas energizantes:

$$U = \sqrt{e} \quad (1)$$

Sin embargo, a partir del nivel 2 de satisfacción del individuo, el modelo que describe su utilidad por el consumo de estas bebidas cambia al siguiente:

$$U = m * e + 1 \quad (2)$$

¿Qué valor debería tomar “ m ” para que el nivel de satisfacción del individuo sea considerado continuo? Realice además un bosquejo de la gráfica.

**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

AÑO:	2022	PERÍODO:	PAE 2022
MATERIA:	Cálculo de una variable	PROFESOR:	Laveglia F., García E.
EVALUACIÓN:	PRIMERA	FECHA:	01/abril/2022

3. (6 PUNTOS)

El desplazamiento de un vehículo en función del tiempo se determina a través del siguiente modelo, donde S es el espacio recorrido (metros) y t el tiempo (minutos):

$$S = e^{\frac{t}{2}} \quad (1)$$

Sin embargo, después de haber recorrido e metros, el modelo que describe su trayectoria cambia al siguiente modelo:

$$S = m * t \quad (2)$$

¿Qué valor debería tomar “ m ” para que el desplazamiento del vehículo sea considerado continuo? Realice además un bosquejo de la gráfica.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2022	PERÍODO: PAE 2022
MATERIA: Cálculo de una variable	PROFESOR: Laveglia F., García E.
EVALUACIÓN: PRIMERA	FECHA: 01/abril/2022

Tema 4

1. (8 PUNTOS)

Cierta función $f: (-\infty, -1) \cup (1, +\infty) \rightarrow [2\sqrt{2}, +\infty[$, cumple con las siguientes condiciones:

- $f(-x) = f(x)$
- $f(\sqrt{3}) = 2\sqrt{2}$
- $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

y, además $f'(x) = \frac{x^3 - 3x}{(x^2 - 1)^{3/2}}$ y $f''(x) = \frac{3(x^2 + 1)}{(x^2 - 1)^{5/2}}$.

Determine:

- a. Los valores extremos e intervalos de monotonía
- b. Los intervalos de concavidad y puntos de inflexión, si los posee.
- c. Bosqueje en el plano cartesiano la gráfica de la función f que satisface las condiciones dadas

2. (8 PUNTOS)

Cierta función $f: \mathbb{R} \rightarrow [-1, +\infty[$, cumple con las siguientes condiciones:

- $f(-x) = f(x)$
- $f(1) = 0$; $f(0) = -1$ y $f\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right) = -\frac{64}{125}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

y, además $f'(x) = 6x(x^2 - 1)^2$ y $f''(x) = 6(x^2 - 1)(5x^2 - 1)$.

Determine:

- a. Los valores extremos e intervalos de monotonía
- b. Los intervalos de concavidad y puntos de inflexión, si los posee.
- c. Bosqueje en el plano cartesiano la gráfica de la función f que satisface las condiciones dadas

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2022	PERÍODO:	PAE 2022
MATERIA:	Cálculo de una variable	PROFESOR:	Laveglia F., García E.
EVALUACIÓN:	PRIMERA	FECHA:	01/abril/2022

3. (8 PUNTOS)

Cierta función $f: \mathbb{R} \rightarrow [-8, +\infty[$, cumple con las siguientes condiciones:

- $f(-x) = f(x)$
- $f(\sqrt{2}) = 0$; $f(0) = -8$ y $f\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right) = \frac{16}{9}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

y, además $f'(x) = 6x(x^2 - 2)^2$ y $f''(x) = 6(x^2 - 2)(5x^2 - 2)$.

Determine:

- a. Los valores extremos e intervalos de monotonía
- b. Los intervalos de concavidad y puntos de inflexión, si los posee.
- c. Bosqueje en el plano cartesiano la gráfica de la función f que satisface las condiciones dadas

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2022	PERÍODO: PAE 2022
MATERIA: Cálculo de una variable	PROFESOR: Laveglia F., García E.
EVALUACIÓN: PRIMERA	FECHA: 01/abril/2022

Tema 5

1. (6 PUNTOS)

Obtenga $\frac{d^2y}{dx^2}$, si:

$$y = \text{sen} \left(1 + \sqrt{y + x^2} \right)$$

2. (6 PUNTOS)

Obtenga $\frac{d^2y}{dx^2}$, si:

$$x\sqrt{y + 1} = \cos(y + 1)$$

3. (6 PUNTOS)

Obtenga $\frac{d^2y}{dx^2}$, si:

$$\tan(xy) = \sqrt{y + 1}$$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2022	PERÍODO: PAE 2022
MATERIA: Cálculo de una variable	PROFESOR: Laveglia F., García E.
EVALUACIÓN: PRIMERA	FECHA: 01/abril/2022

Tema 6

1. (5 PUNTOS)

Sea $f(x) = \left[\operatorname{arccot} \left(\frac{\sqrt{x}}{3} \right) \right]^{e^x}$

Determine la derivada de la función $f(x)$.

2. (5 PUNTOS)

Sea $f(x) = \left[\operatorname{arcsec} \left(\frac{\sqrt{x}}{4} \right) \right]^{e^x}$

Determine la derivada de la función $f(x)$.

3. (5 PUNTOS)

Sea $f(x) = \left[\operatorname{arccos} \left(\frac{\sqrt{x}}{3} \right) \right]^{e^{2x}}$

Determine la derivada de la función $f(x)$.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2022	PERÍODO: PAE 2022
MATERIA: Cálculo de una variable	PROFESOR: Laveglia F., García E.
EVALUACIÓN: PRIMERA	FECHA: 01/abril/2022

Tema 7

1. (8 PUNTOS)

Un fabricante ha determinado que el costo total C (en dólares) de operación de una fábrica está dado por la ecuación:

$$C(x) = \frac{x^2}{2} + 15x + 5000$$

Donde x es el número de unidades producidas. Calcule la cantidad de unidades que deberá producirse para minimizar el costo promedio por unidad. (El costo promedio por unidad resulta de dividir el costo total para la cantidad producida x)

2. (8 PUNTOS)

Los especialistas en control epidemiológico han determinado que el tiempo t (en horas) de permanencia de un virus dentro de un lugar completamente cerrado, se puede modelar a través de la siguiente función, donde $f(t)$ representa el nivel porcentual de concentración del virus en el sitio:

$$f(t) = e^{-\frac{(t-1)^2}{2}}; \quad 0 \leq t \leq 4$$

Calcule el tiempo t en el que la concentración del virus alcanza su valor máximo.

3. (8 PUNTOS)

De un tronco de madera que tiene una sección circular de 3 cm de radio, se requiere obtener un tablón de sección rectangular. ¿Qué dimensiones debe tener el rectángulo si se desea que este tenga área máxima?

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2022	PERÍODO: PAE 2022
MATERIA: Cálculo de una variable	PROFESOR: Laveglia F., García E.
EVALUACIÓN: PRIMERA	FECHA: 01/abril/2022

Tema 8

1. (6 PUNTOS)

Determinar: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(x)(1+\tan(2x))^{5/x}}{\tan x}$

2. (6 PUNTOS)

Determinar: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{cot}(x)(1+\tan(3x))^{8/x}}{\operatorname{csc}(x)}$

3. (6 PUNTOS)

Determinar: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{csc}(x)(1+\tan(5x))^{6/x}}{\operatorname{cotg}(x)}$