

**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL (ESPOL)**  
**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS (FCNM)**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

COMPONENTE TEÓRICO	
TEMA 1	
TEMA 2	
TEMA 3	
TEMA 4	
TEMA 5	
TEMA 6	
<b>TOTAL EXAMEN</b>	
<b>PROM. LECCIONES + PROM. CONTROLES DE LECTURA</b>	
<b>TOTAL (100 Puntos)</b>	

<b>AÑO:</b> 2019 - 2020	<b>PERIODO:</b> PRIMER TÉRMINO
<b>MATERIA:</b> ECUACIONES DIFERENCIALES	<b>PROFESORES:</b> <b>P1&amp;8:</b> Antonio Chong Escobar; <b>P2&amp;14:</b> Elvis Aponte Valladares; <b>P3&amp;7&amp;17:</b> C. Mario Celleri Mujica; <b>P4&amp;10&amp;11&amp;13:</b> Jennifer Avilés Monroy; <b>P09&amp;15:</b> Hernando Sánchez Caicedo; <b>P12:</b> Liliana Rebeca Pérez; <b>P18:</b> Carlos Martín Barreiro.
<b>EVALUACIÓN:</b> PRIMERA	<b>FECHA:</b> 01 JULIO 2019

**COMPROMISO DE HONOR QUE DEBE LLENAR PARA QUE SU EXAMEN SEA CALIFICADO**

Yo, ..... al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que NO puedo usar calculadora ni equipos electrónicos, que sólo puedo usar lápiz o esferográfico, que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción de esta evaluación y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte frontal del aula, junto con algún otro material que haya traído conmigo. Además, reconozco que no debo consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación y que los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

*Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.*

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

**FIRMA:** \_\_\_\_\_ **NÚMERO DE MATRÍCULA:** \_\_\_\_\_ **PARALELO:** \_\_\_\_\_

**Tema 1 (6 Puntos: 1 punto cada literal)**

**Complete las siguientes frases.**

- a) Una sucesión  $\{b_n\}$  se dice acotada superiormente si:  $\exists P \in \mathbb{R} \forall n \in \mathbb{N}$  tal que \_\_\_\_\_.
- b) De acuerdo con el criterio de la integral, la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$  es divergente para cualquier valor  $p$  que se encuentre en el intervalo: \_\_\_\_\_.
- c) Sean  $c_n > 0$  y  $a_n > 0$  para todo número natural  $n$ . De acuerdo con el criterio de comparación en el límite, si  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{c_n}{a_n} = \frac{1}{2019}$  y  $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$  es convergente, entonces  $\sum_{n=1}^{+\infty} c_n$  es \_\_\_\_\_.
- d) Un ejemplo de una ecuación diferencial homogénea de primer orden, es decir, una ecuación de la forma  $y' = f(y/x)$ , que además no sea separable es \_\_\_\_\_.
- e) La ecuación diferencial ordinaria de la forma  $y' = f(2x - y + 3)$  se transforma en separable al realizar el cambio de variable \_\_\_\_\_.
- f) Una solución para la ecuación diferencial ordinaria lineal de segundo orden de coeficientes constantes  $y'' + y = 0$  es \_\_\_\_\_.

---

**Tema 2****Literal a (4 Puntos)**

Determine de ser posible el valor de suma de la serie  $\sum_{n=0}^{+\infty} (a_n - b_n)$ , tal que  $a_n = \frac{1}{n^2+5n+6}$  y  $b_n = \frac{1}{7-n}$ .

**Literal b (4 Puntos)**

Utilice el criterio del cociente para determinar si la serie  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{e^n}{n!}$  converge o diverge. Luego, usando el resultado obtenido y el criterio del  $n$ -ésimo término para la divergencia determine el valor de  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{e^n}$ .

---

**Tema 3 (10 Puntos)**

- a) Determine la serie de Maclaurin de  $g(x) = 7^x$  y utilice el resultado para obtener la serie de Maclaurin de  $h(x) = 7^{x^2}$ .
- b) Halle el radio de convergencia de la serie obtenida para  $h(x)$ .
- c) Halle una aproximación para  $\int_0^1 7^{x^2} dx$ , utilizando el polinomio de Maclaurin de grado 4 de  $h(x)$ .
- d) Usando la derivada de la serie de Maclaurin de  $h(x)$ , obtenga el valor de suma de la serie  $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{2n \ln^n(7)}{n!}$ .

---

**Tema 4 (8 Puntos)**

Considere la ecuación diferencial ordinaria:  $3xy^2 dy = (x^3 + y^3) dx$

- a) Determine si la ecuación es de tipo exacta. Caso contrario, obtenga un factor integrante.
- b) Explique por qué la ecuación es de tipo Bernoulli y resuélvala con el procedimiento de este tipo de ecuaciones.

---

**Tema 5 (10 Puntos)**

La “chinche amarilla” es un insecto que ataca los cultivos de cacao. Según pruebas experimentales se ha podido comprobar que, la tasa de aumento del número de hectáreas infectadas por la chinche con respecto al tiempo es proporcional a la raíz cuadrada del número de hectáreas no infectadas por dicho insecto. Al momento de detectar la presencia de la chinche amarilla, en cierto cultivo de cacao de 70 hectáreas, 6 hectáreas estaban infectadas ( $t = 0$ ). A los 2 días de la detección, el número de hectáreas infectadas por el mencionado insecto era de 21. ¿Cuántas hectáreas del cultivo de cacao estarán infectadas a los 6 días de la detección? y ¿cuántos días deberán transcurrir a partir de la detección para que todo este cultivo de cacao se encuentre infectado?



---

**Tema 6 (8 Puntos)**

- a) Halle el Wronskiano de la ecuación diferencial  $(x^2 + 1)y'' - 2xy' + \frac{2(x^2-1)}{x^2+1}y = 0$  en términos de una constante real  $c$ , usando el teorema de Abel.
- b) Verifique que al asignar el valor de  $c = 1$  al Wronskiano hallado en el literal a, se obtiene una solución de la misma ecuación diferencial dada en el literal a.
- c) Halle una segunda solución linealmente independiente a la obtenida en el literal b y luego la solución general de la ecuación diferencial.