

RÚBRICA DE LA SEGUNDA EVALUACIÓN DE CÁLCULO DE UNA VARIABLE

1. (5 puntos) Bosquejar la región en el primer cuadrante que está dentro del cardiode  $r = 3 + 3\cos\theta$  y fuera del cardiode  $r = 3 + 3\sin\theta$  y determine su área.

| DESEMPEÑO                         |  |  |                                |
|-----------------------------------|--|--|--------------------------------|
| INSUFICIENTE                      | REGULAR  | BUENO  | EXCELENTE                      |
| No desarrolla procesos coherentes | Grafica correctamente solo una de las curvas, pero comete errores en identificar la región o no determina los puntos de intersección | Grafica correctamente la región y plantea correctamente la integral que permite hallar el área pero comete errores en los cálculos de la integral definida | Cálculos correctos y completos |
| <b>0</b>                          | <b>1 - 2</b>   | <b>3 - 4</b>   | <b>5</b>                       |

2. (5 puntos) Considere la curva definida por las ecuaciones paramétricas:

$$\begin{cases} x = \sqrt{1+t} \\ y = \sqrt{1-t} \end{cases}; 0 \leq t \leq 1; \text{ Calcular la longitud de la curva.}$$

| DESEMPEÑO                         |   |   |                                |
|-----------------------------------|---|---|--------------------------------|
| INSUFICIENTE                      | REGULAR   | BUENO   | EXCELENTE                      |
| No desarrolla procesos coherentes | Plantea correctamente la fórmula de longitud de curva para ecuaciones paramétricas pero comete errores reemplazando $x'(t)$ o $y'(t)$ | Determina correctamente $x'(t)$ e $y'(t)$ en la fórmula de longitud de curva en forma paramétrica pero comete errores en los cálculos de la integral definida | Cálculos correctos y completos |
| <b>0</b>                          | <b>1 - 2</b>  | <b>3 - 4</b>  | <b>5</b>                       |

3. (5 puntos) Determine el valor de la siguiente integral:

$$\int_0^{+\infty} te^{-3t} dt$$

| DESEMPEÑO                         |  |  |                                |
|-----------------------------------|--|--|--------------------------------|
| INSUFICIENTE                      | REGULAR  | BUENO  | EXCELENTE                      |
| No desarrolla procesos coherentes | Identifica la integral impropia y realiza correctamente el cambio de variable correspondiente al límite de integración superior pero comete errores al determinar la integral indefinida de $te^{-3t}$ | Determina correctamente la integral indefinida de $te^{-3t}$ pero comete errores al evaluar la integral definida o comete errores en el cálculo del límite | Cálculos correctos y completos |
| 0                                 | 1 - 2  | 3 - 4  | 5                              |

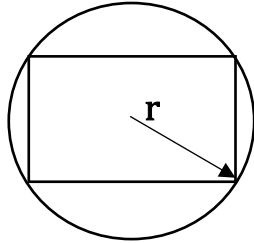
4. (5 puntos) Calcule el valor del siguiente límite:  $\lim_{x \rightarrow \infty} (e^x + x)^{\frac{1}{x}}$

| DESEMPEÑO                         |  |   |                                |
|-----------------------------------|--|---|--------------------------------|
| INSUFICIENTE                      | REGULAR  | BUENO   | EXCELENTE                      |
| No desarrolla procesos coherentes | Intenta aplicar el teorema de L'Hôpital o intenta aplicar límites notables pero comete errores | Aplica correctamente el teorema de L'Hôpital las veces que sean necesarias o límites notables pero comete errores en los cálculos posteriores | Cálculos correctos y completos |
| 0                                 | 1 - 2  | 3 - 4   | 5                              |

5. (5 puntos) Dada  $F(x) = \int_1^x (2\cos 2t - \operatorname{sen} t) dt$ . ¿Cuál es la ecuación de la recta tangente a  $F(x)$  en  $x = \pi$ ?

| DESEMPEÑO                         |   |  |                                |
|-----------------------------------|---|--|--------------------------------|
| INSUFICIENTE                      | REGULAR   | BUENO  | EXCELENTE                      |
| No desarrolla procesos coherentes | Determina correctamente la pendiente de la recta solicitada pero comete errores al calcular un punto por el que pasa la misma | Determina correctamente la pendiente y el punto por el que pasa la recta solicitada pero comete errores al reemplazar en la ecuación de la misma | Cálculos correctos y completos |
| 0                                 | 1 - 2   | 3 - 4  | 5                              |

6. (5 puntos) (Opcional para estudiantes que NO son de Ingeniería) Indique las dimensiones del cilindro de máximo volumen inscrito en una esfera de radio  $r = 6cm$ .



| DESEMPEÑO                         |   |   |                                |
|-----------------------------------|---|---|--------------------------------|
| INSUFICIENTE                      | REGULAR   | BUENO   | EXCELENTE                      |
| No desarrolla procesos coherentes | Determina la función objetivo pero no la expresa en términos de una sola variable | Determina la función objetivo en términos de una sola variable, determina las dimensiones del cilindro de máximo volumen pero no lo justifica | Cálculos correctos y completos |
| 0                                 | 1 - 2   | 3 - 4   | 5                              |

7. (10 puntos) Calcule las siguientes antiderivadas:

a.  $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{2-x^2}} dx$

| DESEMPEÑO                         |  |  |  |
|-----------------------------------|--|--|--|
| INSUFICIENTE                      | REGULAR  | BUENO  | EXCELENTE                                      |
| No desarrolla procesos coherentes | Identifica la integración por sustitución trigonométrica pero comete errores al aplicar la técnica | Aplica correctamente la sustitución trigonométrica pero comete errores al integrar | Determina correctamente la integral indefinida |
| 0                                 | 1  | 2  | 3  |

$$b. \int \frac{4x^2}{x^2+9} dx$$

| DESEMPEÑO                         |  |  |  |
|-----------------------------------|--|--|--|
| INSUFICIENTE                      | REGULAR  | BUENO  | EXCELENTE                                      |
| No desarrolla procesos coherentes | Identifica la integración por sustitución trigonométrica pero comete errores al aplicar la técnica o manipula algebraicamente la fracción para aplicar integración directa pero comete errores | Aplica correctamente la sustitución trigonométrica pero comete errores al integrar o manipula correctamente la fracción para integrar directamente pero comete errores al integrar | Determina correctamente la integral indefinida |
| 0                                 | 1 - 2  | 3  | 4  |

$$c. \int \cos^4 x \operatorname{sen}^3 x dx$$

| DESEMPEÑO                         |  |   |  |
|-----------------------------------|--|---|--|
| INSUFICIENTE                      | REGULAR  | BUENO   | EXCELENTE                                      |
| No desarrolla procesos coherentes | Identifica la integración trigonométrica Tipo II, descompone correctamente $\operatorname{sen}^3 x = \operatorname{sen}^2 x \operatorname{sen} x$ pero comete errores al realizar los cambios de variables | Realiza correctamente los cambios de variables correspondientes pero comete errores al integrar | Determina correctamente la integral indefinida |
| 0                                 | 1  | 2   | 3  |

8. (10 puntos) Hallar el volumen del sólido de revolución que se genera al hacer girar en torno a la recta  $x = 1$ , la región acotada por el *eje x* y las rectas  $x = 2$ ,  $x = 3$  y la curva  $y = 2 - \sqrt{x^2 - 2x}$

| DESEMPEÑO                         |   |   |   |
|-----------------------------------|---|---|---|
| INSUFICIENTE                      | REGULAR   | BUENO   | EXCELENTE                                     |
| No desarrolla procesos coherentes | Realiza una gráfica adecuada del sólido de revolución, identifica la región generatriz pero comete errores al calcular el radio o la altura del método de las cortezas (o cascarones) | Plantea correctamente la integral definida que le permite calcular el volumen pero comete errores en los cálculos de la misma | Determina correctamente el volumen solicitado |
| 0                                 | 1 - 5   | 6 - 9   | 10  |

9. (5 puntos) (Opcional para estudiantes de Ingeniería) El ingreso de una inversión minera es cero durante los dos primeros años y después varía de acuerdo con la fórmula  $(t) = 5e^{-0.1(t-2)}$ ,  $t \geq 2$ , donde  $t$  es el tiempo en años. Calcule la ganancia promedio anual en el intervalo  $0 \leq t \leq 10$

| DESEMPEÑO                         |   |   |   |
|-----------------------------------|---|---|---|
| INSUFICIENTE                      | REGULAR   | BUENO   | EXCELENTE   |
| No desarrolla procesos coherentes | Identifica la aplicación del teorema del valor promedio para integrales definidas pero comete errores en los valores a reemplazar en el teorema | Determina correctamente la expresión que le permite calcular el valor promedio solicitado pero comete errores en los cálculos de la misma | Determina correctamente la ganancia promedio solicitada |
| <b>0</b>                          | <b>1 - 2</b>  | <b>3 - 4</b>  | <b>5</b>  |