Escuela Superior Politécnica del Litoral

Guayaquil - Ecuador
Campus Gustavo Galindo Velasco - Km. 30.5 Vía Perimetral - Pbx: (593-4) 2269 269

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2021- 2022	**PERIODO:** SEGUNDO TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Vielma J.
EVALUACIÓN: TERCERA	**FECHA:** 10/02/2022

INSTRUCCIONES DEL EXAMEN:

Estimado (a) estudiante:

- Para la realización de este examen usted dispondrá de 120 minutos, como máximo.
- **Lea** el COMPROMISO DE HONOR; en caso de que no esté de acuerdo, **el examen será anulado**. **Si comete algún acto de deshonestidad durante el desarrollo de la prueba, se levantará el informe respectivo ante la Comisión de Disciplina.**
- La evaluación consta de 6 preguntas.
- Al finalizar el examen, deberá solicitar al profesor encargado el permiso para tomar las fotos con el desarrollo del examen; no se olvide que en cada hoja de los temas desarrollados debe colocar su credencial (cédula o pasaporte), para tomar la foto.
- Las soluciones deberán estar bien enfocadas antes de la captura de las fotos, **orientadas en forma vertical**, encuadrando todo el desarrollo en la hoja, con la credencial en un lugar que no obstruya la visualización de la resolución.
- Cuando el profesor lo autorice, usted procederá a capturar las imágenes correspondientes. Dispondrá de 5 minutos, como máximo, para subir como evidencia el archivo (o los archivos) de la solución del examen en el AULA VIRTUAL. La actividad de carga de archivos debe hacerse 1 SOLA VEZ.
- Cuando tenga alguna duda con respecto a la evaluación y necesite comunicarse con el profesor, debe utilizar el chat privado o levantar la mano en la plataforma virtual.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2021-2022	**PERIODO:** SEGUNDO TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Vielma J.
EVALUACIÓN: TERCERA	**FECHA:** 10/02/2022

COMPROMISO DE HONOR

"Yo declaro que he sido informado y conozco las normas disciplinarias que rigen a la ESPOL, en particular el **Código de Ética y el reglamento de Disciplina**.

Al aceptar este compromiso de honor, reconozco y estoy consciente de que la presente evaluación está diseñada para ser resuelta de forma individual; que puedo comunicarme únicamente con la persona responsable de la recepción de la evaluación; y, que al realizar esta evaluación no navegaré en otras páginas que no sean las páginas de Aula Virtual/plataforma de la evaluación; que no recibiré ayuda ni presencial ni virtual; que no haré consultas en libros, notas, ni apuntes adicionales u otras fuentes indebidas o no autorizadas por el evaluador; ni usaré otros dispositivos electrónicos o de comunicación no autorizados.

Además, me comprometo a mantener encendida la cámara durante todo el tiempo de ejecución de la evaluación, y en caso de que el profesor lo requiera, tomar una foto de las páginas en las que he escrito el desarrollo de los temas y subirlas a Aula Virtual/plataforma de la evaluación, como evidencia del trabajo realizado, estando consciente de que el no subirlo, anulará mi evaluación.

Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior y me comprometo a seguir fielmente las instrucciones que se indican para la realización de la presente evaluación (incluyendo los requisitos de uso de la tecnología).

Estoy consciente de que el incumplimiento del presente compromiso anulará automáticamente mi evaluación y podría ser objeto del inicio de un proceso disciplinario".

Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y estar de acuerdo con la declaración anterior.

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2021-2022	**PERIODO:** SEGUNDO TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Vielma J.
EVALUACIÓN: TERCERA	**FECHA:** 10/02/2022

TEMA 1

1. (10 Puntos)

Sean v_1, v_2, v_3 vectores del espacio vectorial V. Califique justificadamente el grado de verdad de la siguiente proposición (S=siempre verdadera, A=a veces verdadera, N=nunca verdadera)

$\mathcal{L}\{v_1, v_2, v_3\} \subseteq \mathcal{L}\{v_1, v_2\} \rightarrow \{v_1, v_2, v_3\}$ es linealmente independiente

2. (10 Puntos)

Sean v_1, v_2, v_3 vectores del espacio vectorial V. Califique justificadamente el grado de verdad de la siguiente proposición (S=siempre verdadera, A=a veces verdadera, N=nunca verdadera)

$\mathcal{L}\{v_1, v_2, v_3\} \subseteq \mathcal{L}\{v_1, v_2\} \rightarrow \{v_1, v_2\}$ es linealmente independiente

3. (10 Puntos)

Sean v_1, v_2, v_3 vectores del espacio vectorial V. Califique justificadamente el grado de verdad de la siguiente proposición (S=siempre verdadera, A=a veces verdadera, N=nunca verdadera)

$\mathcal{L}\{v_1, v_2, v_3\} \subseteq \mathcal{L}\{v_1, v_2\} \rightarrow \{v_1, v_2, v_3\}$ es linealmente dependiente

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2021-2022	**PERIODO:** SEGUNDO TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Vielma J.
EVALUACIÓN: TERCERA	**FECHA:** 10/02/2022

TEMA 2

1. (10 Puntos)

Sea T: $R^2 \rightarrow R^2$ un operador lineal con valores propios $\lambda_1 \neq \lambda_2$ y correspondientes vectores propios v_1 y v_2. Califique justificadamente el grado de verdad de la siguiente proposición

(S=siempre verdadera, A=a veces verdadera, N=nunca verdadera)

$\{v_1, v_2\}$ es una base de R^2

2. (10 Puntos)

Sea T: $R^2 \rightarrow R^2$ un operador lineal con valores propios $\lambda_1 \neq \lambda_2$ y correspondientes vectores propios v_1 y v_2. Califique justificadamente el grado de verdad de la siguiente proposición

(S=siempre verdadera, A=a veces verdadera, N=nunca verdadera)

T es un isomorfismo

3. (10 Puntos)

Sea T: $R^2 \rightarrow R^2$ un operador lineal con valores propios $\lambda_1 \neq \lambda_2$ y correspondientes vectores propios v_1 y v_2. Califique justificadamente el grado de verdad de la siguiente proposición

(S=siempre verdadera, A=a veces verdadera, N=nunca verdadera)

La nulidad de T es 2.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2021-2022	**PERIODO:** SEGUNDO TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Vielma J.
EVALUACIÓN: TERCERA	**FECHA:** 10/02/2022

TEMA 3

1. (10 Puntos)

Considere el sistema de ecuaciones lineales homogéneo:

$$\begin{cases} x+2y & = & 0 \\ \alpha x+8y+3z & = & 0 \\ \beta y+5z & = & 0 \end{cases}$$

a. Si $\alpha=2$ determine el o los valores de β tales que el sistema tenga solución única.

b. Suponga que $\beta=5$, determine el o los valores de α tales que el sistema tenga infinitas soluciones.

2. (10 Puntos)

Considere el sistema de ecuaciones lineales homogéneo:

$$\begin{cases} x+2y & = & 0 \\ \alpha x+8y+3z & = & 0 \\ \beta y+5z & = & 0 \end{cases}$$

a. Si $\alpha=3$ determine el o los valores de β tales que el sistema tenga solución única.

b. Suponga que $\beta=10$, determine el o los valores de α tales que el sistema tenga infinitas soluciones

3. (10 Puntos)

Considere el sistema de ecuaciones lineales homogéneo:

$$\begin{cases} x+2y & = & 0 \\ \alpha x+8y+3z & = & 0 \\ \beta y+5z & = & 0 \end{cases}$$

a. Si $\alpha=-1$ determine el o los valores de β tales que el sistema tenga solución única.

b. Suponga que $\beta=-5$, determine el o los valores de α tales que el sistema tenga infinitas soluciones.

4. (10 Puntos)

Considere el sistema de ecuaciones lineales homogéneo:

$$\begin{cases} x+2y & = & 0 \\ \alpha x+8y+3z & = & 0 \\ \beta y+5z & = & 0 \end{cases}$$

a. Si $\alpha=5$ determine el o los valores de β tales que el sistema tenga solución única.

b. Suponga que $\beta=15$, determine el o los valores de α tales que el sistema tenga infinitas soluciones.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2021-2022	**PERIODO:** SEGUNDO TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Vielma J.
EVALUACIÓN: TERCERA	**FECHA:** 10/02/2022

TEMA 4

1. (25 Puntos)

Sea V = P_2 y $T\ (p(x)) = \ p(0)\ x^2 + p(1)x\ + p(-1)$, un operador sobre V. Sea A la representación matricial de T respecto a la base canónica.

a) Determine el núcleo de A y la imagen de A^T.
b) Encuentre la intersección y suma de estos dos subespacios.
c) Plantee una generalización del resultado anterior para cualquier matriz A y demuéstrelo.

2. (25 Puntos)

Sea V = P_2 y $T\ (p(x)) = \ p(1)\ x^2 + p(-1)x\ + p(0)$, un operador sobre V. Sea A la representación matricial de T respecto a la base canónica.

a) Determine el núcleo de A^T y la imagen de A.
b) Encuentre la intersección y suma de estos dos subespacios.
c) Plantee una generalización del resultado anterior para cualquier matriz A y demuéstrelo.

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2021-2022	**PERIODO:** SEGUNDO TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Vielma J.
EVALUACIÓN: TERCERA	**FECHA:** 10/02/2022

TEMA 5

1. (25 Puntos)

Dada la transformación $T: M_{2x2}[\mathbb{R}] \to M_{2x2}[\mathbb{R}]$ definida por

$$T\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} a & b+5c-10d \\ a+2c & a+3d \end{bmatrix}$$

a. Determine si T es un isomorfismo
b. Determine si T es diagonalizable

2. (25 Puntos)

Dada la transformación $T: M_{2x2}[\mathbb{R}] \to M_{2x2}[\mathbb{R}]$ definida por

$$T\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} a & b+6c-10d \\ a+4c & a+3d \end{bmatrix}$$

a. Determine si T es un isomorfismo
b. Determine si T es diagonalizable

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2021-2022	**PERIODO:** SEGUNDO TERMINO
MATERIA: Álgebra Lineal	**PROFESORES:** Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Vielma J.
EVALUACIÓN: TERCERA	**FECHA:** 10/02/2022

TEMA 6

1. (20 Puntos)

En el $\mathbb{C}-$espacio vectorial $\mathbb{C}^3$, con el producto interno canónico, sea

$\mathrm{W}=\mathrm{gen}\{(i,0,1)\}$. Determine una base ortonormal para $W^{\perp}$

2. (20 Puntos)

En el $\mathbb{C}-$espacio vectorial $\mathbb{C}^3$, con el producto interno canónico, sea

$\mathrm{W}=\mathrm{gen}\{(1,0,-i)\}$ Determine una base ortonormal para $W^{\perp}$

3. (20 Puntos)

En el $\mathbb{C}-$espacio vectorial $\mathbb{C}^3$, con el producto interno canónico, sea

$\mathrm{W}=\mathrm{gen}\{(2i,0,1)\}$. Determine una base ortonormal para $W^{\perp}$