



**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**

**Facultad de Ingeniería en Electricidad y Computación**

**“ESTUDIO DEL DESEMPEÑO DE  
CONTROLADORES AVANZADOS EN EL CONTROL  
DE SISTEMAS CON SATURACIÓN EN EL  
ACTUADOR”**

**TRABAJO DE TITULACIÓN**

Previo a la obtención del Título de

**MAGÍSTER EN AUTOMATIZACIÓN Y CONTROL  
INDUSTRIAL**

JONATHAN IVANOV JAÉN SOLÓRZANO  
ARÍSTIDES ALEXI CANTOS ESPINOZA

GUAYAQUIL – ECUADOR

AÑO: 2017

## AGRADECIMIENTOS

Me gustaría que estas líneas sirvieran para expresar mi más profundo y sincero agradecimiento a DIOS por guiarme y protegerme en cada uno de los pasos que he tomado en la vida, por darme salud, fortaleza, responsabilidad y sabiduría.

A mis padres por siempre darme su fuerza y apoyo incondicional para terminar este trabajo de titulación y pueda llegar hasta donde estoy ahora. A mis hermanos, que con su ejemplo y dedicación me han instruido para seguir adelante en mi vida profesional.

A la Escuela Superior Politécnica del Litoral, a sus autoridades y profesores, por darme la confianza necesaria para triunfar en la vida y transmitir sabiduría para mi formación profesional.

Jonathan Ivanov Jaén Solórzano

Quiero agradecer a DIOS por permitirme escribir estas líneas, por ser la fuente de mi fortaleza y templanza para poder culminar un objetivo más en mi vida. Agradezco a DIOS por nunca abandonarme, por mantenerme con salud, por protegerme y guiarme en cada paso y decisión que he tomado a lo largo de mi vida.

Quiero agradecer a mis padres por sus palabras de aliento, por su confianza y por siempre brindarme su apoyo a lo largo de mi vida estudiantil y que me permiten estar ahora escribiendo estas palabras. Agradezco a mis abuelos, hermanos, suegros, cuñados, tíos, sobrinos, amigos y a todas las personas que de una u otra forma colaboraron para que pueda cumplir con mis metas.

Quiero agradecer de manera especial a mi amada esposa Cristina que es pilar fundamental en mi vida, y a mis queridos hijos Adrián y Emily que con su comprensión y amor supieron darme la fuerza y el apoyo necesario para seguir adelante.

Arístides Alexi Cantos Espinoza

## DEDICATORIA

Dedico este trabajo de titulación a Dios por ser el que guía cada uno de mis pasos cuidándome y dándome fuerzas para seguir adelante.

A mis padres por estar siempre a mi lado, por la educación que me brindaron y con la cual pude convertirme en una persona de bien, íntegra y honesta.

A mis hermanos y mi sobrino por el apoyo que siempre me brindaron día a día para poder alcanzar este logro.

Jonathan Ivanov Jaén Solórzano

Dedico este trabajo de titulación a las dos personas que lograron forjarme como hombre de bien: Antonio Quiñonez y Mercedes Jiménez, los cuales me brindaron todo su amor, apoyo, sabiduría, confianza y que me enseñaron desde pequeño los valores éticos y morales los cuales contribuyeron a mi formación profesional y por lo cual me siento muy orgulloso de poder llamarlos Papi Antonio y Mami Mechita, y aunque no estén físicamente conmigo siempre viviré agradecido.

Arístides Alexi Cantos Espinoza

## TRIBUNAL DE EVALUACIÓN

---

CÉSAR MARTÍN, PhD.  
SUBDECANO DE LA FIEC

---

ARÍSTIDES REYES, MSc.  
DIRECTOR DE TRABAJO DE TITULACIÓN

---

DENNYS CORTEZ, Mg.  
MIEMBRO PRINCIPAL DEL TRIBUNAL

## DECLARACIÓN EXPRESA

"La responsabilidad y la autoría del contenido de este Trabajo de Titulación, nos corresponde exclusivamente; y damos nuestro consentimiento para que la ESPOL realice la comunicación pública de la obra por cualquier medio con el fin de promover la consulta, difusión y uso público de la producción intelectual"

---

Jonathan Ivanov Jaén Solórzano.

---

Arístides Alexi Cantos Espinoza.

## RESUMEN

En el presente Trabajo de Titulación se encara el problema de control con saturación en el actuador y las bondades que proporcionan los controladores avanzados, tales como el control por el modelo interno (IMC) y el control predictivo basado en modelo de la planta (MPC) para resolverlo. El problema se relaciona, además, con el rechazo a las perturbaciones no medibles, así como con las prestaciones de dichos controladores cuando existen errores de modelado de la planta real, lo que permite enfocar en cierta medida la robustez del controlador. Se presenta una brevísima revisión de los controladores clásicos, que en su momento fueron empleados para contrarrestar los problemas del wind up del integrador en presencia de saturación en el actuador. Considerando las buenas prestaciones que el controlador IMC simple proporciona ante las perturbaciones no medibles y los errores de modelado se utiliza esta estrategia de control para investigar sus posibilidades, además, ante la saturación del actuador. Mediante la investigación del desempeño de un controlador simple por simulación se concluye que el mismo no es apto para encarar tales retos siendo necesario proponer mejoras a la estructura de control. Se ha diseñado un controlador predictivo basado en el modelo de la planta el cual se somete a similares pruebas. El controlador predictivo encara correctamente las pruebas demostrando su superioridad ante los problemas actuales del control de procesos. Se proporcionan los diseños, los resultados gráficos, las conclusiones y recomendaciones para el trabajo futuro.

## ÍNDICE GENERAL

AGRADECIMIENTOS .....	ii
DEDICATORIA .....	iii
TRIBUNAL DE EVALUACIÓN .....	iv
DECLARACIÓN EXPRESA .....	v
RESUMEN .....	vi
ÍNDICE GENERAL.....	vii
ÍNDICE DE TABLAS .....	ix
ÍNDICE DE FIGURAS.....	x
CAPÍTULO 1 .....	1
1. GENERALIDADES .....	1
1.1 Antecedentes.....	1
1.2 Descripción del problema .....	1
1.3 Solución propuesta .....	3
1.4 Objetivo general.....	4
1.5 Objetivos específicos.....	4
1.6 Metodología .....	4
1.6.1 Control por el modelo interno (IMC por sus siglas en inglés) ....	4
1.6.2 Control predictivo con base al modelo (MPC por sus siglas en inglés).....	8
CAPÍTULO 2 .....	11
2. ESTADO DEL ARTE EN EL CONTROL DE LOS PROCESOS CON SATURACIÓN EN EL ACTUADOR .....	11
2.1 Modelo matemático de la saturación del actuador .....	11
2.2 Revisión de la literatura dedicada al control de procesos con saturación en la entrada de la planta .....	12
2.3 Descripción de la estrategia de control clásica Anti-Wind Up.....	20
2.4 Análisis por simulación del fenómeno wind up .....	23
2.5 Enfoque en el espacio de estados con saturación en el control.....	24

CAPÍTULO 3 .....	30
3. PROCESOS CON SATURACIÓN EN LA ENTRADA DE CONTROL COMO OBJETOS DEL CONTROL AUTOMÁTICO .....	30
3.1 Descripción del modelo matemático del proceso de estudio .....	30
3.2 Análisis por simulación del comportamiento del controlador PID ante la saturación en el control .....	39
3.3 Planteamiento del problema de diseño del controlador anti-wind up .....	43
CAPÍTULO 4 .....	48
4. DESARROLLO DE ESTRATEGIAS DE CONTROL AVANZADO PARA PROCESOS CON SATURACIÓN EN EL ACTUADOR .....	48
4.1 Diseño del controlador del tipo PID y saturación en el actuador .....	48
4.2 Diseño del controlador por el modelo interno y saturación en el actuador .....	53
4.3 Diseño del controlador predictivo en presencia de saturación en el actuador .....	61
CAPÍTULO 5 .....	72
5. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES .....	72
5.1 Presentación de los resultados de las pruebas .....	72
5.2 Análisis de los resultados experimentales .....	72
5.3 Comparación del desempeño de los controladores diseñados en presencia de saturación en el actuador e incertidumbre en los parámetros .....	78
5.4 Comparación del desempeño de los controladores diseñados en presencia de saturación en el actuador y perturbación .....	85
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	87
BIBLIOGRAFÍA .....	90

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 4.1	Variación de los polos de la planta	58
Tabla 5.1	Valores finales del diseño del controlador predictivo	76
Tabla 5.2	Parámetros probados en el diseño del MPC	79

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1	Planta controlada a lazo abierto	05
Figura 1.2	Estructura básica del controlador por modelo interno	06
Figura 1.3	Estructura del controlador predictivo	09
Figura 2.1	Conexión del elemento no lineal compensador	13
Figura 2.2	Anti Reset Wind up clásico	21
Figura 2.3	Implementación alternativa del Anti-Reset wind up	23
Figura 2.4	Diagrama en bloques del sistema propuesto para la compensación del wind up del integrador	25
Figura 3.1	Tanques acoplados con interacción	30
Figura 3.2	Diagrama en bloques del sistema de 2 tanques interconectados linealizado controlado con el controlador PI	35
Figura 3.3	Respuesta en el tiempo a la referencia de nivel del segundo tanque	35
Figura 3.4	Esfuerzo en el control de dos tanques interconectados	36
Figura 3.5	Respuesta del nivel en el segundo tanque sin saturación y con saturación en el control	37
Figura 3.6	Esfuerzo en el control sin saturación y con saturación del actuador	37
Figura 3.7	Valores para la solución según Koo y Choi	40
Figura 3.8	Respuestas del sistema con saturación en el control y controlador PI compensador del efecto de saturación	41
Figura 3.9	Respuestas del sistema con saturación en el control y controlador PI compensador del efecto de saturación con $M=0.1$	42
Figura 3.10	Estructura del control por el modelo interno	43
Figura 4.1	Diagrama de bloques para el análisis de la	49

	estabilidad del lazo cerrado con elemento no lineal $n(x)$ y parte lineal $G(s) = G_c(s) * G_1(s)$	
Figura 4.2	Función saturación del elemento no lineal $n(x)$	50
Figura 4.3	Gráficos de la función descriptiva (a la izquierda) y del valor $20\log N(x) $ contra $x$ , a la derecha	51
Figura 4.4	Diagrama de Nichols de las funciones $G(s)$ y $N(x)$	52
Figura 4.5	Estructura del control por modelo interno con saturación en el actuador.	53
Figura 4.6	Compensador IMC diseñado	56
Figura 4.7	Desempeño del compensador diseñado ante cambios en la referencia	56
Figura 4.8	Dinámica del error en el sistema de dos tanques controlado con IMC	57
Figura 4.9	Esfuerzo en el control con saturación del actuador	58
Figura 4.10	Diferentes respuestas para errores de diseño del compensador	59
Figura 4.11	Respuesta del sistema controlado a la perturbación en la salida	61
Figura 4.12	Ventana Control and Estimation Tools Manager	62
Figura 4.13	Modelo de la planta importado para este proyecto	63
Figura 4.14	Ventana para asignar los valores de la función de costo a optimizar	64
Figura 4.15	Ventana para el ajuste de las restricciones al controlador predictivo	66
Figura 4.16.	Ventana para asignar los valores de los factores de peso en la función de costo	67
Figura 4.17	Parametrización de la simulación del controlador Predictivo diseñado	68
Figura 4.18	Respuesta del sistema con un controlador predictivo	69
Figura 4.19	Esfuerzo en el control predictivo	70
Figura 5.1	Horizontes de control y de predicción reajustados	73
Figura 5.2	Ajuste final de los pesos	74

Figura 5.3	Ajuste final de las perturbaciones no medibles	75
Figura 5.4	Respuesta de la planta con controlador predictivo reajustado	76
Figura 5.5	Esfuerzo en el control predictivo	77
Figura 5.6	Respuesta con el Controlador MPC_1(a) y la planta sys_1(s)	80
Figura 5.7	Respuesta con el Controlador MPC_1(b) y la planta sys_1(s)	81
Figura 5.8	Respuesta con el Controlador MPC_nom y la planta sys_1(s)	82
Figura 5.9	Respuesta con el Controlador MPC_3(a) y la planta sys_3(s)	83
Figura 5.10	Respuesta con el Controlador MPC_3(b) y la planta sys_3(s)	83
Figura 5.11	Respuesta con el Controlador MPC_nom y la planta sys_3(s)	84
Figura 5.12	Campo de ajuste de los parámetros de la perturbación no medible	85
Figura 5.13	Respuesta al paso escalón demostrando el rechazo a la perturbación	86

# CAPÍTULO 1

## 1. GENERALIDADES

Se exponen los antecedentes y se da una descripción general del problema de la saturación, sus efectos y los fundamentos para su solución. Se plantean las soluciones que se investigarán. Se establecen los objetivos generales, los específicos y la metodología a emplear.

### 1.1. Antecedentes

Es bien conocido que virtualmente todos los procesos de importancia práctica exhiben algún grado de comportamiento no lineal. Sin embargo, la inmensa mayoría de las técnicas establecidas de diseño de controladores son para sistemas lineales. Tales técnicas, en la práctica, trabajan bien para procesos que exhiben solo un comportamiento dinámico no lineal moderado.

A finales del siglo pasado los severos requerimientos sobre la calidad del producto y la utilización de la energía, así como también, sobre la seguridad y la responsabilidad del medio ambiente demandaron que un gran número de procesos industriales [1] operen de tal manera que se enfatiza aún más su no linealidad inherente y la operación de los controles cerca de los límites operacionales de las variables.

Hoy en día sigue con más fuerza el interés industrial y académico en el desarrollo y la puesta en práctica de controladores que sean efectivos cuando las no linealidades del proceso (saturaciones en el control) no puedan ser ignoradas sin serias consecuencias.

### 1.2. Descripción del problema

Las restricciones (limitaciones o saturaciones) están presentes en todos los sistemas de control y pueden provocar efectos dañinos y perjudiciales al desempeño del sistema a menos que sean consideradas en el diseño del controlador del proceso. La mayoría de las restricciones más frecuentes están

identificadas como restricciones en magnitud de la actuación y restricciones en las salidas y variables de estados.

En algunos casos las restricciones se manejan de manera estática sobredimensionando el diseño de los componentes del sistema, por ejemplo, escogiendo un actuador más poderoso y más grande que el necesario de manera tal que sea improbable la activación de la saturación u otras limitaciones durante el funcionamiento normal.

Sin embargo, si en algún momento aumenta la velocidad de la producción o de las perturbaciones de carga, las restricciones pueden ser nuevamente un motivo de preocupación y el sobre diseño falla.

Esto, desde un punto de vista práctico es ineficaz y aumentará el costo del sistema global innecesariamente por lo que no es una forma recomendable de abordar el problema. Por consiguiente, los controladores diseñados para operar bien en presencia de restricciones o saturación son de suma importancia.

La saturación está entre las no linealidades más comunes y significativas de un sistema de control. En la literatura se dan varios ejemplos donde, ignorar la saturación ha conllevado a dificultades cruciales y ha puesto en peligro la estabilidad global del sistema.

La saturación es perjudicial en el control del vuelo de aviones. Hay referencias a un avión YF-22 caído en abril de 1992. El incidente ocurrió por las oscilaciones causadas al surgir la saturación de la velocidad de cambio de las superficies aerodinámicas de control que inducen un tiempo de retraso en el lazo de control.

Un ejemplo similar, tomado de igual fuente, es la caída de un avión Gripen JAS 39 en agosto de 1993 [2], [3]. De nuevo las saturaciones jugaron un papel crítico.

También se ha culpado a la saturación como causa de una de varias desafortunadas desgracias ocurridas en 1986 en el desastre de la planta nuclear de Chernobyl donde la Unidad 4 se fundió y se vino abajo con consecuencias terribles.

Se ha informado que las limitaciones a la velocidad de las barras de seguridad agravaron la situación. Cuando el proceso nuclear empezó la aceleración durante un ensayo para la comprobación de fallos, el control automático del sistema empezó a introducir hacia el centro las barras de seguridad comenzando la refrigeración de emergencia y disminuir, con esto, la liberación de radioactividad que causa un gran desprendimiento de calor. Pero la velocidad del movimiento de las barras de seguridad estaba limitada y el sistema fue incapaz de detener la reacción de respuesta.

El interés de la comunidad de control de procesos en el control en presencia de saturación en el actuador está reflejado en varios artículos y tesis doctorales sobre las técnicas de diseño de controladores, una de ellas es la desarrollada por Brändström [3]. Puede confeccionarse una larga lista de libros y artículos, algunos de ellos son los escritos por Fuller [4], Kosut [5], Gutman [6], Sontag [7], Sussmann [8] y Jonh-Koo Park [9], Q. Hu [10], Tingshu [11], Paim [12], Yong-Yan [13], Haijun Fang, Zongli Lin and Tingshu Hu [14] y Matthew C. Turner [15] hasta finales del siglo pasado y al comienzo de este nuevo siglo hasta el 2015, el desarrollado por Wei Ni, Ping Zhao, Xiaoli Wang [16], lo que refleja el interés sostenido de la comunidad internacional del control en los sistemas saturados tanto en el control como en los estados.

### **1.3. Solución propuesta**

La solución del problema del control en presencia de saturación en el control se busca en las estrategias de control avanzado para procesos con saturación en el actuador. Se analiza detenidamente el desempeño de los controladores clásicos del tipo PID controlando sistemas con saturación en el actuador (saturación en el control) y partiendo de las falencias de dichos controladores, así como de los trabajos publicados desde 1988 hasta 2016 se diseñan los controladores avanzados del tipo IMC y Control Predictivo por el Modelo que mejoren las prestaciones del controlador en procesos publicados en la misma literatura revisada por los autores.

#### 1.4. Objetivo general

El objetivo general es diseñar controladores avanzados del tipo IMC y Control Predictivo por el Modelo capaces de controlar de manera estable un proceso con saturación en el control.

#### 1.5. Objetivos específicos

Para cumplir con el objetivo general se proponen los siguientes objetivos específicos:

1. Mediante el empleo de modelos matemáticos publicados en revistas internacionales (benchmark) investigar las estructuras de los controladores avanzados que tengan un comportamiento robusto en presencia de saturación en el control con incertidumbres en los parámetros.
2. Determinar la eficiencia de los controladores avanzados del tipo anti-wind up, Control por el Modelo Interno (IMC) y Control Predictivo (MBPC) en presencia de saturación en el control.

En este Trabajo de Titulación se propone el concepto de eficiencia de los controladores como la Valoración Cualitativa Conjunta de la exactitud, la rapidez, la robustez y el rechazo a las perturbaciones.

#### 1.6. Metodología

Para poder controlar de manera estable el proceso con saturación en el actuador se usaran las técnicas de control por el modelo interno (IMC) y control Predictivo con base al modelo (MPC).

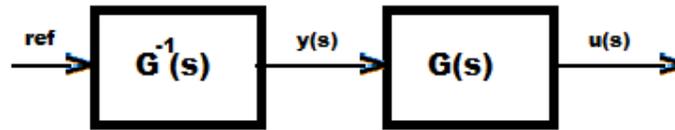
##### 1.6.1. Control por el modelo interno (IMC por sus siglas en inglés)

Se considera una planta estable denotada como  $G(s)$ . El llamado controlador perfecto sugiere el uso de un controlador de lazo abierto

$$K_{perf} = G^{-1}(s) \quad (1.1)$$

En serie con  $G(s)$  para producir una respuesta perfecta a cualquier entrada (la función de transferencia entre la referencia y la salida será

igual a 1). El diagrama de bloques de la planta controlada a lazo abierto se muestra en la Figura 1.1



**Figura 1.1: Planta controlada a lazo abierto.**

Por supuesto, este sistema de lazo abierto en la práctica no es realizable, ya que no puede compensar la inexactitud del modelo ni rechazar las perturbaciones externas. Además, si  $G(s)$  es de fase no-mínima, su inversa proporciona un controlador inestable o no causal.

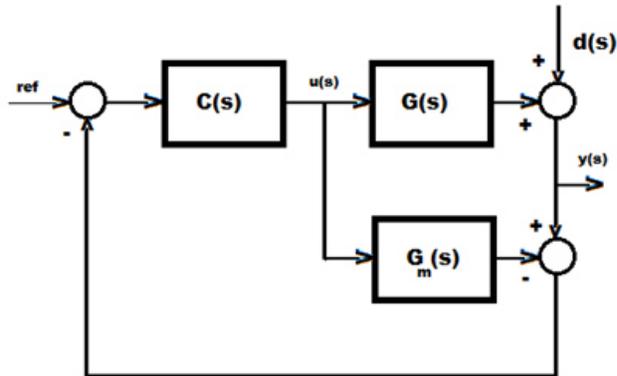
Del diagrama en bloques de la figura 1.2 se puede demostrar que la influencia de la referencia y de la perturbación sobre la salida queda dada por la función de transferencia siguiente:

$$y(s) = \frac{C(s)G(s)}{1+G(s)-G_m(s)|C(s)} ref(s) + \frac{1-C(s)G(s)}{1+G(s)-G_m(s)|C(s)} d(s) \quad (1.2)$$

En (1.2) se tiene que el primer sumando se corresponde con la respuesta del sistema a lazo cerrado a la referencia y el segundo sumando se corresponde con la influencia de la perturbación sobre la salida del sistema a lazo cerrado.

Una de las principales ventajas de la estructura IMC es que puede combinar la salida obtenida con un controlador perfecto con la robustez de un sistema de realimentación. La estructura básica del IMC se puede ver en la figura 1.2 donde  $C(s)$  es el controlador IMC y  $G_m(s)$  es el modelo de la planta  $G(s)$ .

Se puede ver a partir de la expresión (1.1) que el rechazo perfecto de la perturbación se logra estableciendo  $C(s) = G^{-1}(s)$ . Además, si  $G_m(s) = G(s)$  (el modelo es exacto), también se consigue un seguimiento perfecto del punto de ajuste.



**Figura 1.2: Estructura básica del controlador por modelo interno**

Lo antes expuesto puede ser explicado analíticamente como sigue:

Bajo el supuesto que el modelo de la planta es exacto  $G_m(s) = G(s)$

$$1 + |G(s) - G_m(s)|C(s) = 1 \quad (1.3)$$

Con el mismo valor del control a la entrada de la planta y a la entrada de su modelo al efectuarse la resta se obtiene solo la perturbación, la misma que se realimenta a la entrada del controlador (restandose de la referencia). Como resultado se tiene que la variable de salida de la planta a lazo cerrado viene dada como sigue:

$$y(s) = C(s)G(s)ref(s) - C(s)G(s)d(s) + d(s) \quad (1.4)$$

Reagrupando y considerando además que  $C(s) = G^{-1}(s)$

$$y(s) = C(s)G(s)ref(s) + [1 - C(s)G(s)]d(s) = 1 * ref(s) + 0 * d(s)$$

$$y(s) = ref(s) \quad (1.5)$$

Esto proporciona la compensación o rechazo a la perturbación y permite realizar el control perfecto. Por supuesto que en la práctica no se puede

realizar de manera perfecta, pero si proporciona una vía efectiva para reducir la influencia de las perturbaciones sobre la variable a controlar.

La manera de diseñar un controlador por el modelo interno se describe a continuación.

Considerando que el modelo de la planta invertido se considera como el controlador a diseñar, se debe tener en cuenta que la planta puede tener ceros en el semiplano derecho (de fase no mínima) o presentar retardo de transporte. En el primer caso la inversión del modelo provoca que el controlador tenga un polo en el semiplano derecho, siendo entonces un controlador inestable y en el segundo caso el controlador tendría un numerador con adelanto lo que implica que el controlador respondería antes de ser excitado por el error de control, lo cual es físicamente no realizable.

Debido a estas limitaciones es necesario separar el modelo entrada-salida de la planta  $G(s)$  en dos partes una invertible que denotaremos como  $G_-(s)$  y otra no invertible  $G_+(s)$ , o sea:

$$G(s) = G_+(s)G_-(s) \quad (1.6)$$

Así, el controlador por el modelo interno se diseña por la expresión siguiente:

$$C(s) = G_-^{-1}(s)f(s) \quad (1.7)$$

Donde  $G_-^{-1}(s)$  es la inversa de la parte buena de la planta [18] y  $f(s)$  es un filtro paso bajo que generalmente es introducido en serie con el controlador. Entonces, suponiendo que hay coincidencia entre el modelo y la planta, tendremos:

$$y(s) = G_+(s)f(s)ref(s) + [1 - G_+(s)f(s)]d(s) \quad (1.8)$$

La expresión anterior proporciona algunas pistas para la elección de la estructura del filtro  $f(s)$ :

1. Si se selecciona el filtro de manera que  $G_+(0)f(0) = 1$  se elimina el error en estado estacionario y la influencia de la perturbación, o sea se rechaza la perturbación,
2. Si la función de transferencia de la planta es estrictamente propia su inversa será impropia. Esto puede conducir a un extenso proceso transitorio de la señal de control no realizable prácticamente. Entonces el orden del filtro debe escogerse para que el controlador sea propio.
3. La filtración de las altas frecuencias puede reducir los errores del modelo ya que generalmente el modelo es menos preciso a las altas frecuencias.

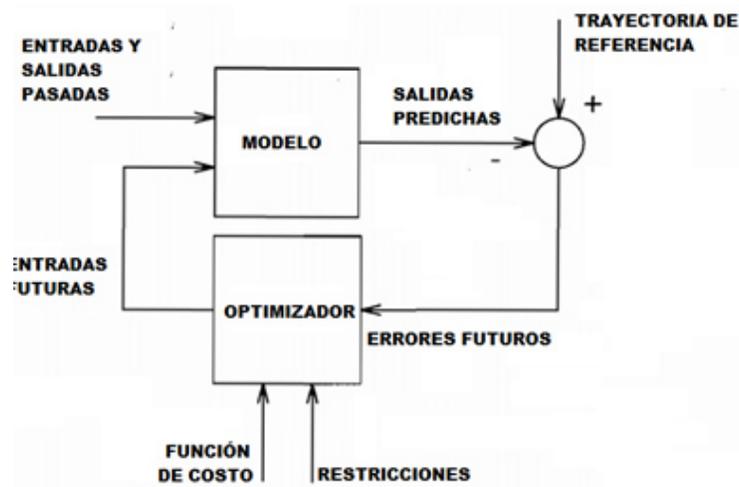
Una expresión muy simple para el filtro es [18]

$$f(s) = \frac{1}{(\lambda s + 1)^r} \quad (1.9)$$

Que tiene ganancia unitaria en estado estacionario. El valor de  $r$  se selecciona de tal manera que se logre que el controlador sea propio. La constante del filtro  $\lambda$ , es el único parámetro para ajustar el controlador IMC y debe ser elegido en correspondencia con los requerimientos de la banda de paso y de la robustez.

### **1.6.2. Control predictivo con base al modelo (MPC por sus siglas en inglés).**

La metodología de todos los controladores pertenecientes a la familia de los Controladores Predictivos (MPC) se caracteriza por una estrategia cuyo diagrama se muestra en la figura 1.3



**Figura 1.3: Estructura del controlador predictivo.**

1. Las salidas predichas para un cierto valor del horizonte de predicción  $N$  se predicen en cada instante  $t$  empleando el modelo de la planta. Estas salidas predichas  $y(t + k|t)$  para  $k=1, 2, \dots, N$  dependen de los valores (entradas y salidas pasadas) conocidos hasta el instante  $t$  y de las entradas futuras de control  $u(t + k|t)$  para  $k=0, 1, \dots, N-1$  que son las que se enviarán al sistema.
2. En el optimizador se calcula un conjunto de entradas futuras de control minimizando un criterio de optimización determinado de manera tal que se mantenga la salida del proceso lo más cerca posible de la trayectoria de referencia (que puede ser el propio punto de trabajo o una aproximación al mismo). El criterio de optimización generalmente toma la forma de función cuadrática de los errores entre la señal predicha de salida y la trayectoria de referencia predicha. En la mayoría de los casos se incluye, en la función objetivo, el esfuerzo de control. Si el criterio es cuadrático, el modelo es lineal y no hay restricciones se puede obtener una solución explícita, de lo contrario se requieren los métodos de optimización iterativa para obtener una solución. Algún supuesto se puede establecer sobre la estructura de la ley de control futura,

como por ejemplo que a partir de un instante de tiempo dado la misma permanezca constante.

3. La señal de control  $u(t|t)$  es enviada al proceso mientras que el resto de las señales de control calculadas se rechazan porque en el siguiente instante de muestreo  $y(t + 1)$  ya se conoce y se repite el paso 1 con este nuevo valor y todas las secuencias son actualizadas. Por lo tanto, se calcula (que en principio será diferente al de la nueva información disponible) utilizando el concepto de horizonte móvil.

## CAPÍTULO 2

### 2. ESTADO DEL ARTE EN EL CONTROL DE LOS PROCESOS CON SATURACIÓN EN EL ACTUADOR

Se estudia un número considerable de artículos publicados en revistas científicas indexadas y que ponen de manifiesto no sólo lo que se ha hecho en el modelado, sino que además proporcionan las líneas de desarrollo en el diseño de controladores que encaren satisfactoriamente el wind up del integrador. Estos artículos van desde finales del siglo pasado hasta la actualidad. Se analiza por simulación el efecto wind up.

#### 2.1 Modelo matemático de la saturación del actuador

La no linealidad del tipo saturación provoca el conocido wind up o embalamiento del integrador. La misma crea una ruptura entre los estados del controlador (estado del integrador en los controladores PID y PI) y la salida del sistema. El estudio de la saturación en el control de sistemas lineales invariantes en el tiempo (LTI por sus siglas en inglés) de Una Entrada Una Salida (SISO) dio lugar a publicaciones tales como las desarrolladas por Sontag [7], Sussmann [8] y Kothare [20], donde se plantean los enfoques teóricos del control matemático de tales sistemas por realimentación de estados o de la salida.

Fueron además objeto de análisis de varias Tesis Doctorales entre las cuales las más citadas fueron las desarrolladas por Kothare [21] y Bak [22], donde se proponen controladores que encaran el problema del wind up para sistemas modelados con el formalismo de funciones de transferencia (entrada-salida), o sea linealizados para un punto de operación.

En lo que sigue, el modelado de los procesos lineales con saturación en la entrada del control es el objeto de análisis. Esto permitirá conocer con detalles el desempeño de tales sistemas y adquirir la base de conocimientos preliminares para la formulación de controladores lineales que también encaren el problema del wind up. El problema del modelado para control considera la

formulación de un modelo matemático que permita diseñar adecuadamente un tipo o una clase de controlador.

## **2.2 Revisión de la literatura dedicada al control de procesos con saturación en la entrada de la planta**

Para los problemas lineales las herramientas usadas para el análisis son comúnmente extendidas al diseño. Sin embargo, para los problemas no lineales el análisis proporciona información que sugiere el diseño, pero no es necesariamente cierto que las herramientas empleadas en el análisis están listas para el problema de diseño. La primera parte del análisis en los problemas no lineales es dirigida al estudio de la estabilidad y de la existencia de los ciclos límite. Si se demuestra rápidamente que el sistema no es estable o que establece un ciclo límite para algún conjunto de condiciones de operación esperadas, se busca una modificación estabilizadora o se completa el análisis, esperando usar los resultados como una guía que conlleve a una modificación conveniente.

Si se piensa que el sistema es estable, será necesario un análisis completo para verificar la supuesta estabilidad. Para este análisis están disponibles muchos métodos. Los primeros métodos usados para el estudio de los efectos no lineales fueron el Método del Plano de Fases, ya mencionado, y la Técnica de la Función Descriptiva, el cual parte del Método del Balance Armónico, elaborado por Krylov y Bogoliubov [23] los que fueron empleados para el estudio de los sistemas del tipo relé.

El Método del Plano de Fases puede ser usado con cualquier tipo de no linealidad y con múltiples no linealidades. Las desventajas de este método son: “es un método eminentemente gráfico, su aplicación está limitada a sistemas modelados por ecuaciones diferenciales de primero y segundo orden dadas las condiciones iniciales y sólo admite funciones forzantes del tipo escalón y rampa”.

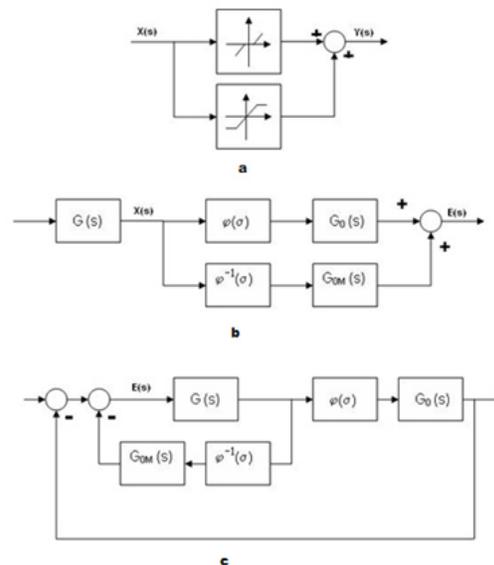
La Técnica de la Función Descriptiva es el resultado de extender las técnicas de respuesta en el dominio de la frecuencia al análisis y diseño de los sistemas no

lineales. La aplicación de esta técnica emplea todas las herramientas desarrolladas, a saber, Diagrama de Bode, Carta de Nichols [24].

Las desventajas de este método son la baja precisión en la determinación del ciclo límite para sistemas de bajo orden y la restricción de aplicación práctica para un sólo componente no lineal en el sistema. En esta monografía se dice que el método es bastante útil para sugerir el tipo y cantidad de compensación necesitadas, y permite predecir cualitativamente el proceso transitorio, aunque no es una técnica completamente fidedigna” [24].

Ambas técnicas se complementan si son empleadas en conjunto en el análisis de sistemas complejos. La función descriptiva puede ser empleada para chequear la estabilidad y si es necesario sugerir compensaciones. Las ideas que primaron en esa década para el diseño de compensadores o controladores para sistemas no lineales fueron eliminar la no linealidad usando componentes más sofisticados e introducir una segunda no linealidad diseñada de tal forma que cancelara exactamente el efecto no lineal original.

En la Figura 2.1 se muestran diferentes conexiones del elemento no lineal compensador.



**Figura 2.1: Conexión del elemento no lineal compensador**

En la Figura 2.1a se muestran los elementos con características tales que su conexión en paralelo logra un equivalente lineal de la forma:

$$\varphi(\sigma) + \varphi^{-1}(\sigma) = K \quad (2.1)$$

Entonces

$$Y(s) = KX(s) \quad (2.2)$$

En la Figura 2.1b se conecta, también en paralelo, una rama que modela por separado el inverso del elemento inherente no lineal de la planta y la propia planta de tal forma que:

$$\varphi(\sigma)G_o(s) + \varphi^{-1}(\sigma)G_{oM}(s) = Y(s) \quad (2.3)$$

Si el modelo representa exactamente a la planta, entonces su función transferencial opera sobre las salidas de los elementos no lineales conectados en paralelo:

$$G_o(s)[\varphi(\sigma) + \varphi^{-1}(\sigma)] = Y(s)$$

Si se verifica (1.8)

$$Y(s) = G_o(s)KX(s) \quad (2.4)$$

En la Figura 2.1c se conecta la compensación en realimentación con el primer elemento, entonces dadas las conexiones de realimentación, tendremos a la entrada del primer elemento la siguiente suma algebraica

$$-\varphi(\sigma)G_o(s) - \varphi^{-1}(\sigma)G_{oM}(s) = E(s) \quad (2.5)$$

Sigue entonces, si el modelo representa exactamente a la planta,

$$-G_o(s)[\varphi(\sigma) + \varphi^{-1}(\sigma)] = E(s) \quad (2.6)$$

Y si se verifica (1.7)

$$-G_o(s)KX(s) = E(s) \quad (2.7)$$

De esta forma se realiza la compensación del efecto no lineal inherente a la planta.

En el caso cuando en el sistema existen varios elementos no lineales incluyendo el elemento con saturación, éste es el de mayor relevancia en el comportamiento del sistema. La presencia de la saturación está acompañada de un deterioro en la respuesta del sistema [24].

En [21] se plantean los conceptos de diseño del compensador anti-wind up (AW) aplicados a los sistemas de control con estados acotados. Se propone diseñar un controlador ignorando los estados acotados de la planta de tal forma que se obtenga el funcionamiento nominal deseado y posteriormente se introduce un compensador adicional para mitigar los efectos adversos debido a las restricciones del estado.

En el resumen de esta tesis doctoral se afirma que método propuesto garantiza estabilidad total de un conjunto de sistemas si los controladores lineales fueron construidos para lograr cierta condición. Esta metodología se extiende al caso cuando la entrada de control se ve acotada por la saturación del actuador.

Aportes significativos fueron desarrollados por Isidori, en los fundamentos de la Teoría de los Sistemas de Control No Lineal con el enfoque de Geometría Diferencial [25]. Sin embargo, dadas las exigencias de *suavidad* del control esta teoría no puede ser empleada para el análisis y síntesis de controladores en presencia de saturación en el control.

Los trabajos de Sontag [7] y Sussmann [8] han sido en las últimas décadas del siglo pasado el fundamento del esfuerzo académico del diseño de controladores por realimentación de estado y de salida para el control de sistemas lineales.

Grandes aportes se han realizado en la formulación de los conceptos de estabilidad entrada estado o por sus siglas en inglés ISS. Estos sirven de fundamento en el análisis y diseño de controladores no lineales en presencia de restricciones en el control para sistemas lineales.

En lo expresado por Mulder y Kothare [26] se muestra el diseño de un controlador dinámico y una ganancia de compensación estática de manera simultánea, en la cual se considera el efecto de la saturación sobre el desempeño en lazo cerrado, pero no se toma en consideración los posibles cambios en los límites de operación de los actuadores, no hay robustez.

Muy recientemente los crecientes y severos requerimientos sobre la calidad del producto y la utilización de la energía, así como también sobre la seguridad y la responsabilidad del medio ambiente demandan que un número creciente de procesos industriales operen de tal manera que se enfatice aún más su no linealidad inherente, tal como lo expresa Isidori en su libro de Sistemas de control No lineal [25].

Los controladores básicos PID tienen dificultades para hacer frente a los problemas que aparecen en los procesos no lineales complejos. En el trabajo de Gao y O'Dwyer [27] se presenta un controlador PID no lineal práctico que se ocupa de los problemas no lineales. Un estudio de caso de un reactor en tanque continuamente agitado ilustra la viabilidad de este método en el modelado y control de procesos no lineales. Se afirma que los controladores PID están todavía vivos y son apropiados para el control de procesos no lineales.

En el artículo de El-Farra y Christofides [28], se enfocan en el control de procesos de múltiples entradas y múltiples salidas (MEMS) no lineales con dinámicas con incertidumbres y las limitaciones del actuador. Se propone un enfoque de diseño del controlador no lineal basado en Lyapunov que da cuenta de manera explícita y simultáneamente a las no linealidades del proceso, a los desajustes del modelo de la planta y a las restricciones de entrada. Bajo el supuesto de que todos los estados del proceso son accesibles para la medición, el enfoque conduce a la síntesis explícita de controladores no lineales de

realimentación del estado, acotados, robustos y multivariados con estabilidad bien caracterizada y propiedades adecuadas de comportamiento.

El artículo de Kanse y Dhanke [29] trata sobre los estudios de simulación básicos sobre los dispositivos comúnmente utilizados en la industria química como el CSTR (Reactor en Tanque Agitado Continuamente). Las simulaciones de los modelos matemáticos tienen varias ventajas sobre el experimento en un sistema real. La simulación es una herramienta muy importante y popular hoy en día. Los resultados de la simulación se utilizan para la elección de un punto de trabajo óptimo y un modelo lineal externo de la planta no lineal. Este trabajo enfoca los experimentos de simulación en el reactor químico.

En el artículo de Singh [30] se ha realizado un modelo matemático del sistema de tanques de agua. El nivel de agua del tanque se controla por un controlador PID. El uso del controlador PID con saturación del actuador provoca el wind up del integrador, debido a lo cual se degrada la salida del sistema lineal, es decir, se incrementa el tiempo de pico y de establecimiento de la variable de salida del sistema. Para abordar el problema de la degradación de la salida del sistema se utiliza la técnica anti-wind up. Se tabula el efecto de las técnicas anti-wind up en la salida del sistema lineal.

Padmayoga y Shanthi [31], reafirman que los procesos químicos son de naturaleza altamente no lineal y destaca las falencias de los sistemas de control no adaptativos frente a las fluctuaciones en los parámetros del proceso. Analizan la posibilidad de aumentar la ganancia del lazo de realimentación para disminuir la sensibilidad del sistema a las variaciones de los parámetros, pero deben encarar dos problemas importantes: la magnitud de las grandes señales y la tendencia a la inestabilidad al cerrar el lazo. Para superar este problema, desarrollan un sistema de control que se adapte a los cambios en un proceso. El controlador adaptativo se modela utilizando MATLAB/SIMULINK y su desempeño se compara con otros desempeños de controladores tales como el IMC.

El trabajo de Prasanna y Nagammai [32] se centra en el control de la temperatura en un reactor químico encamisado, mediante el diseño efectivo de

un controlador por el modelo interno (IMC). El proceso es un sistema inestable a lazo abierto debido al efecto de aumento proporcional en el estado estacionario y otras características dinámicas. El controlador digital propuesto es capaz de proporcionar estabilidad al sistema, seguimiento de la referencia y el rechazo a las perturbaciones. La idoneidad de utilizar los controladores propuestos para el control del proceso en un tanque CSTR inestable se muestra por simulación.

En el artículo [33], se propone un enfoque de diseño de control adaptativo difuso por retroalimentación de la salida para una clase de sistemas no lineales de múltiple entrada y múltiple salida con retardos desconocidos que varían en el tiempo, estados no medidos y con saturación en el control. En primer lugar, se utilizan sistemas de lógica difusa para aproximar las funciones no lineales desconocidas en el sistema, junto con una función suave para aproximar la saturación en el control y se construye un observador de estado difuso adaptativo para resolver el problema de los estados no medidos. Este observador de estado difuso adaptativo realiza un esquema de estimación serie-paralelo. Aplicando la técnica de control de superficie dinámica difusa (DSC) adaptativa y utilizando el error de predicción entre el modelo del observador de estado del sistema y el modelo de estimación serie-paralelo, se desarrolla un nuevo controlador difuso con leyes adaptativas para los parámetros basadas en el funcional de Lyapunov-Krasovskii. Se comprobó que todas las variables del sistema a lazo cerrado están limitadas y que las salidas del sistema pueden seguir las señales de referencia proporcionadas lo más cerca posible. Se expone un ejemplo de simulación para mostrar además la eficacia de este nuevo esquema de control.

En el artículo de Pan, Sun, Huijun y Xingjian [34] refieren un problema de control de seguimiento adaptativo para una clase de sistemas no lineales con incertidumbre paramétrica, perturbación externa acotada y saturación del actuador. Con el fin de lograr un seguimiento robusto de salida para los sistemas no lineales con incertidumbre y saturación, se propone una combinación de control robusto adaptativo y un novedoso observador no lineal para las perturbaciones basado en el modo deslizante, donde la inexactitud del

modelo y la perturbación se integran como una perturbación agrupada. El observador garantiza la estabilidad global en tiempo finito del observador.

Las perturbaciones estimadas se utilizan entonces en el controlador para compensar las perturbaciones agrupadas del sistema. Los resultados analíticos muestran que el esquema propuesto es estable y puede garantizar el seguimiento asintótico con error de seguimiento convergente a cero, incluso en presencia de perturbaciones.

En el artículo de Zhou, Hongyi Li, Chengwei, Wang y Ki ahn [35] se investiga el problema del control por realimentación de estados adaptativo difuso de estado para una categoría de sistemas no lineales de simple entrada, simple salida (SISO) con realimentación no estricta y restricciones en el control. Se consideran además dinámicas no modeladas. La lógica difusa se utiliza para identificar las características no lineales desconocidas que existen en el sistema. Una función suave se introduce para hacer frente a la saturación en la entrada del sistema. Finalmente, se dan dos ejemplos ilustrativos para validar la efectividad de las nuevas técnicas de diseño.

Los artículos referenciados anteriormente proporcionan una visión histórica de cómo se ha desarrollado el conocimiento sobre el control de procesos en presencia de saturación en el control, lo que con frecuencia se trata también como restricción en el control o saturación del actuador. Este breve estado del arte del control con saturación revisa artículos y monografías desde 1962 hasta el año 2016, así como diferentes técnicas de diseño de controladores, desde los clásicos PID hasta los controladores inteligentes.

Se puede afirmar que aún existe un creciente interés tanto industrial como académico en el desarrollo y la puesta en práctica de controladores que sean efectivos cuando las no linealidades del proceso no puedan ser ignoradas debido a las consecuencias que ellas provocan. El presente Trabajo de Titulación es por tanto pertinente con los actuales esfuerzos realizados por la comunidad científica internacional dedicada al control de procesos.

### **2.3 Descripción de la estrategia de control clásica Anti-Wind Up.**

En términos generales, el wind up es una inconsistencia entre la entrada de control al proceso y los estados internos del controlador.

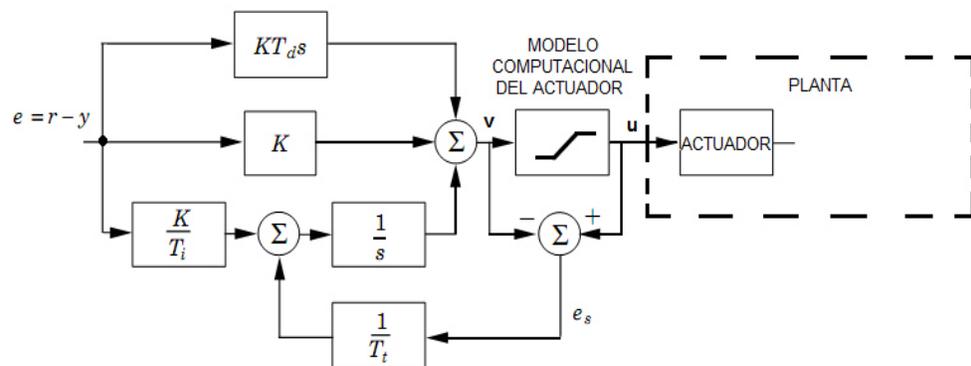
El problema de análisis y síntesis de sistemas de control para sistemas lineales invariantes en el tiempo (LTI) sujetos a saturación en la entrada de la planta tiene dos formas de ser abordados: una es incorporando las limitaciones en el diseño del sistema de control [36] y la otra es que se puede enfocar el problema mediante compensación, la cual consiste en dos etapas: una primera etapa considera el diseño del sistema de control sin tomar en cuenta las restricciones físicas de los actuadores, de manera que se pueden imponer distintos objetivos de funcionamiento y la segunda etapa se refiere al diseño de alguna compensación a través de una realimentación adicional a fin de minimizar los efectos negativos de la saturación de los actuadores.

A los fines de obtener compensadores globales, en lo desarrollado por Kothare [20] se presenta un marco general para el problema de AW (anti-wind up), el cual está basado en el paradigma de diseñar un controlador lineal que ignore las entradas no-lineales e incorpore una compensación con el objetivo de minimizar los efectos adversos del efecto wind up. Pero estos no se consideran los efectos de la saturación de los actuadores sobre los índices de desempeño que se imponen para el diseño del controlador y los cambios en los límites de saturación de los actuadores tampoco son tomados en cuenta lo cual, desde el punto de vista de robustez, puede resultar muy inconveniente. [37]. Como puede verse de las figuras 2.2 y 2.3 en los esquemas de compensación de la saturación es fundamental la medición de la variable de salida del actuador. Sin embargo esto es a la vez una limitante a la hora de implementar la compensación en los procesos industriales [38].

Una estructura del compensador o diagrama en bloques, muy empleado en la compensación del wind up [21], es el mostrado en la Figura 2.2. El principio de funcionamiento del esquema se fundamenta en un controlador PID el cual se muestra a la izquierda del diagrama en bloques. Como se observa, a la entrada del término de la integral del controlador PID se inyecta una señal de

realimentación, la misma que se forma comparando los valores de las señales a la entrada y a la salida del modelo matemático del actuador y multiplicándola por la ganancia  $1/T_t$ .

Esta señal de realimentación se anula cuando el modelo del actuador no se satura y el controlador se desempeña como un PID clásico. Cuando la salida del controlador es tal que provoca la saturación del modelo del actuador se calcula la diferencia entre la salida y la entrada del modelo y el resultado se inyecta a la entrada del término integral afectado por el factor  $1/T_t$ .



**Figura 2.2: Anti Reset Wind up clásico.**

Esta estructura de controlador PID con anti-wind up también es llamada back-calculation en idioma inglés. Así, el compensador solo se activa cuando hay saturación del actuador modelado computacionalmente. Esta estructura no tendrá ningún efecto en el funcionamiento normal del controlador PID cuando el actuador modelado no se satura.

Si se observa con detenimiento la Figura 2.2, se podrá ver que alrededor del término de integración existe un camino de realimentación. Debido a esto, la salida del integrador se regula al valor que hace cero la entrada del integrador. La señal de entrada del integrador es:

$$\frac{1}{T_t} e_s + \frac{K}{T_i} e \quad (2.8)$$

En el estado estacionario:

$$\frac{1}{T_t} e_s + \frac{K}{T_i} e = 0 \quad (2.9)$$

$$e_s = -\frac{KT_t}{T_i} e \quad (2.10)$$

De la Figura 2.2 se determina que:

$$e_s = u - v \quad (2.11)$$

Sustituyendo para el caso cuando hay saturación:

$$v = u_{lim} + \frac{KT_t}{T_i} e \quad (2.12)$$

Expresión que dice que: la señal  $v$  en estado estacionario y en presencia de la saturación del modelo del actuador es ligeramente mayor que el valor del límite de saturación (no crece indefinidamente) y por tanto el control puede reaccionar más rápido en cuanto disminuya el error con lo que se previene el efecto wind up del integrador.

El valor de la constante de tiempo  $T_t$  debe ser pequeño en comparación con la constante de integración  $T_i$  pero si para lograr mejores prestaciones del controlador el mismo requiere de la parte derivativa, entonces la constante  $T_t$  además debe ser mayor que  $T_d$ . En este último caso, en la práctica se escoge

$$T_t = \sqrt{T_i * T_d} \quad (2.13)$$

## 2.4 Análisis por simulación del fenómeno wind up

Aström y Hägglund [39] propusieron una vía muy ingeniosa para limitar la integración cuando la salida del controlador alcanza los límites. Esta se muestra en la Figura 2.3

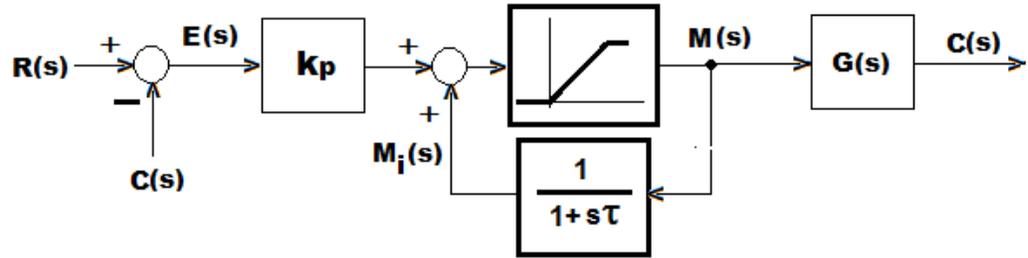


Figura 2.3: Implementación alternativa del Anti-Reset wind up.

Resolviendo, de la figura

$$M_i(s) = \frac{1}{1+s\tau} M(s) \quad (2.14)$$

Cuando la señal de control no se limita, o sea está dentro del rango de operación lineal del actuador se tiene:

$$M(s) = u(s) \quad (2.15)$$

$$u(s) = k_p E(s) + \frac{1}{1+s\tau} u(s) \quad (2.16)$$

$$s\tau u(s) = k_p E(s) + k_p s\tau E(s) \quad (2.17)$$

$$\mathbf{u}(s) = k_p E(s) + \frac{k_p}{s\tau} E(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{s\tau}\right) E(s) \quad (2.18)$$

La expresión (2.18) es precisamente la expresión para el controlador PI. Al surgir la limitación la señal de control (en Transformada de Laplace) es:

$$\mathbf{u}(s) = k_p E(s) + \frac{1}{1+s\tau} M(s) \quad (2.19)$$

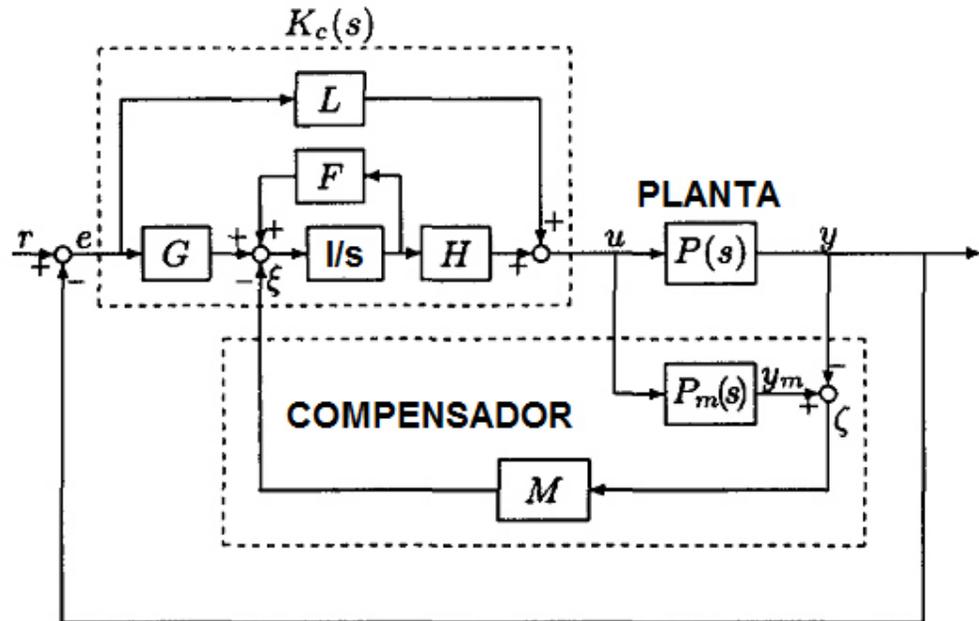
Lo que demuestra que no hay embalamiento del integrador ya que el segundo sumando es un proceso autorregulado (integrador con realimentación negativa mediante una ganancia igual a  $1/\tau$ ).

La selección del valor de  $\tau$  puede llevarse a cabo considerando la recomendación dada por Tan, Marquez, Chen y Liu [40], de hacerlo igual al valor de  $k_p$  para obtener buen efecto de la compensación.

## 2.5. Enfoque en el espacio de estados con saturación en el control

La técnica que se propone a continuación tiene su fundamento en el artículo de Park y Choi [41], la misma que se explica a continuación.

El sistema a lazo cerrado para controlar la planta, en la cual ocurre la saturación del actuador, se da en la Figura 2.4. En ella se muestra el controlador PI desarrollado en el espacio de estados, el compensador anti-wind up que emplea el modelo matemático de la planta  $P_m(s)$  (en el cual no se incluye la saturación del actuador) y el bloque denominado PLANTA, donde se considera la saturación del actuador.



**Figura 2.4: Diagrama en bloques del sistema propuesto para la compensación del wind up del integrador.**

Esta técnica de compensación considera que el controlador PI ha sido diseñado de antemano.

En [41] propusieron un método AW para considerar la diferencia entre los estados de equilibrio de los controladores en ausencia y presencia de la saturación en la entrada de control como un índice de desempeño. El método se obtuvo basándose en la observación de la relación del desempeño del sistema de control y la trayectoria de los estados del controlador y el estado de equilibrio de un sistema saturado el cual es diferente del sistema lineal correspondiente.

Así, el cambio del estado de equilibrio es uno de los factores que hace que el desempeño sea insatisfactorio. Este concepto es considerado como una estrategia de compensación efectiva. Se emplea este concepto en la obtención

del compensador para sistemas con saturación en el control. Su propuesta involucra la formulación de la planta, su modelo, el controlador diseñado para la planta sin saturación y el controlador compensador en el espacio de estados.

De forma general la dinámica de la planta  $P(s)$  se expresa en el espacio de estados como sigue:

$$\dot{x}_p(t) = Ax_p(t) + Bu(t) \quad (2.20)$$

$$y(t) = Cx_p(t) + Du(t) \quad (2.21)$$

$$u(t) = \begin{cases} U_{max} & u(t) > U_1 \\ u(t) & U_2 \leq u(t) \leq U_1 \\ U_{min} & u(t) < U_2 \end{cases} \quad (2.22)$$

Donde en el caso general:

$A \in M_{n \times n}$  - denominada matriz de estados

$B \in M_{n \times m}$  - denominada matriz de control

$C \in M_{l \times n}$  - denominada matriz de salida

$D \in M_{l \times m}$  - denominada matriz de transmisión.

La dinámica del controlador puede expresarse en el espacio de estado como sigue:

$$\dot{x}_c(t) = Fx_c(t) + Ge(t) \quad (2.23)$$

$$y(t) = Hx_c(t) + Le(t) \quad (2.24)$$

$e(t) = r(t) - y(t)$  – señal de error en el sistema a lazo cerrado

Las matrices  $F$ ,  $G$ ,  $H$  y  $L$  son de dimensiones apropiadas. Por otro lado, la dinámica del modelo de la planta  $P_m(s)$  se expresa como:

$$\dot{x}_m(t) = Ax_m(t) + Bu(t) \quad (2.25)$$

$$y_m(t) = Cx_m(t) + Du(t) \quad (2.26)$$

La dinámica del controlador compensado  $K_c(s)$  se expresa como:

$$\dot{x}_c(t) = Fx_c(t) + Ge(t) - \xi(t) \quad (2.27)$$

$$u(t) = Hx_c(t) + Le(t) \quad (2.28)$$

$$\xi(t) = M\zeta(t) \quad (2.29)$$

$$\zeta(t) = y_m(t) - y(t) \quad (2.30)$$

El objetivo del diseño es hacer que la salida del sistema de control con saturación en la entrada siga la salida del sistema lineal tan cerca como sea posible con la elección adecuada de la matriz de compensación  $M$ .

La representación del controlador proporcional integral en el espacio de estado se obtiene como sigue:

$$\frac{u(s)}{e(s)} = \frac{k_p(s+k)}{s} \quad (2.31)$$

$$\frac{u(s)}{k_p(s+k)} = \frac{e(s)}{s}$$

$$\frac{e(s)}{s} = x_c(s) \quad (2.32)$$

$$\frac{u(s)}{k_p(s+k)} = x_c(s) \quad (2.33)$$

De (2.32) y (2.33) en el dominio del tiempo:

$$\dot{x}_c(t) = e(t) \quad (2.34)$$

$$u(t) = k_p e(t) + k_i x_c(t) \quad (2.35)$$

Comparando esta representación en el espacio de estados del controlador PI con (2.27) Y (2.28) obtenemos:

#### SEGÚN LA FIGURA 2.4

$$\dot{x}_c(t) = G e(t) + F x_c(t) - M \zeta(t)$$

$$u(t) = L e(t) + H x_c(t)$$

#### CONTROLADOR PI

$$\dot{x}_c(t) = e(t) - M \zeta(t)$$

$$u(t) = k_p e(t) + k_i x_c(t)$$

$$M = 1 + C(A - L * B * C)^{-1} * L * B \quad (2.36)$$

$$G = 1; F = 0; H = k_i \text{ y } L = k_p \quad (2.36a)$$

Considerando que la matriz de transmisión es nula, que las matrices  $F$ ,  $G$ ,  $H$  y  $L$  son escalares con resultados (2.36) de la representación en el espacio de estados del controlador PI, así como la expresión de  $M$  dada en [41] la misma podrá obtenerse como sigue:

$$M = G + G * (A - B * L * C)^{-1} * B * L = 1 + (A - B * k_p * C)^{-1} * B * k_p$$

Finalmente:

$$M = 1 + C(A - B * C * k_p)^{-1} * B * k_p \quad (2.37)$$

## CAPÍTULO 3

### 3. PROCESOS CON SATURACIÓN EN LA ENTRADA DE CONTROL COMO OBJETOS DEL CONTROL AUTOMÁTICO

Se presenta el modelo matemático del proceso de estudio, se analiza el comportamiento del controlador PID por simulación y se plantea la formulación matemática del problema de diseño de controladores anti-wind up.

#### 3.1 Descripción del modelo matemático del proceso de estudio

Para demostrar el comportamiento de un actuador saturado en un sistema controlado sin compensación se analiza el proceso de control de nivel en dos tanques con interacción entre los niveles de líquidos. El control de nivel de líquido en el sistema de tanques acoplados es un problema básico en las industrias de proceso.

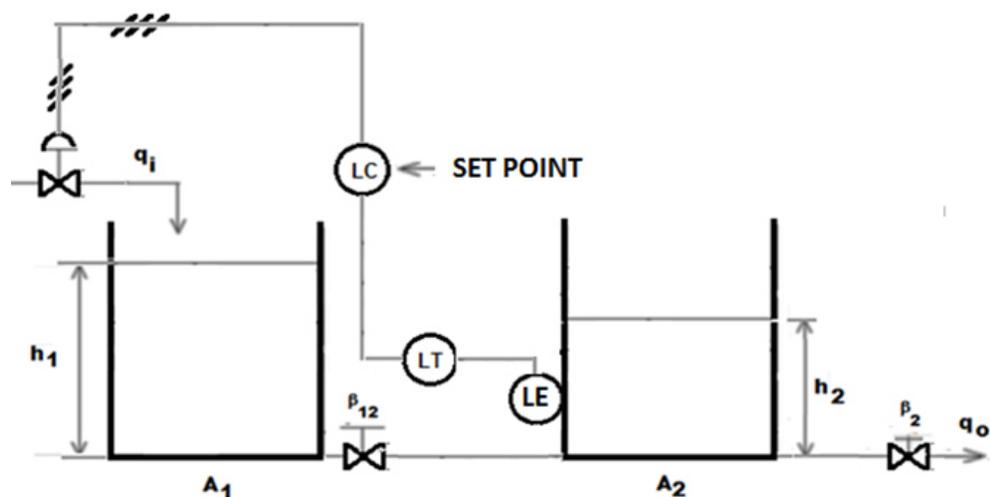


Figura 3.1: Tanques acoplados con interacción.

Muchas veces los líquidos serán procesados por tratamiento químico o de mezclado en los tanques, pero siempre el nivel de fluido en los tanques debe ser controlado y el flujo entre depósitos debe ser regulado en presencia de no

linealidades, perturbación y parámetros variables con el tiempo. El control del nivel en tanques presenta un desafiante problema debido a su comportamiento no lineal. El modelo matemático del sistema mostrado en la figura 3.1 se muestra a continuación [42].

$$A_1 \frac{dh_1(t)}{dt} = -\beta_{12} a_{12} \sqrt{2g} \sqrt{h_1(t) - h_2(t)} + q_i \quad (3.1)$$

$$A_2 \frac{dh_2(t)}{dt} = \beta_{12} a_{12} \sqrt{2g} \sqrt{h_1(t) - h_2(t)} - \beta_2 a_2 \sqrt{2g} \sqrt{h_2(t)} \quad (3.2)$$

Los coeficientes empleados en la figura 3.1 y contenidos en el sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales de coeficientes constantes se detallan a continuación:

$h_j(t)$  – nivel del líquido en los tanques,  $j = 1,2$

$A_j = 154 [cm^2]$  – área del espejo de agua en los tanques,  $j = 1,2$

$q_i$  – razón de flujo volumétrico de entrada al primer tanque

$q_o = \beta_2 a_2 \sqrt{h_2(t)}$  – razón de flujo volumétrico de salida del segundo tanque

$\alpha_2 = 0.9115 [cm^2]$  – área transversal de la tubería de salida en el tanque 2

$\alpha_{12} = 0.2779 [cm^2]$  – área transversal de la tubería entre los tanques

$\beta_{12} = 1.53$  – razón de interacción de la válvula en la tubería entre tanques

$\beta_2 = 0.68$  – razón de interacción de la tubería de salida del tanque 2

Arreglando el sistema de ecuaciones (3.1) y (3.2) para que explícitamente queden a la izquierda las derivadas de los niveles respecto del tiempo, expresiones simples para los coeficientes y considerando

$$A_1 = A_2 = A$$

Se tiene:

$$\frac{dh_1(t)}{dt} = -b\sqrt{h_1(t) - h_2(t)} + aq_i \quad (3.3)$$

$$\frac{dh_2(t)}{dt} = b\sqrt{h_1(t) - h_2(t)} - c\sqrt{h_2(t)} \quad (3.4)$$

$$a = \frac{1}{A}$$

$$b = \frac{\beta_{12}a_{12}\sqrt{2g}}{A}$$

$$c = \frac{\beta_2a_2\sqrt{2g}}{A}$$

Se procede entonces a linealizar el sistema de ecuaciones no lineales (3.3) y (3.4) en un punto de operación de la planta de dos tanques.

Para la linealización se aplica la metodología expuesta por Sira-Ramirez [43], la misma que depende de la expansión de las ecuaciones de estado no lineales en una serie de Taylor alrededor de un punto de operación. Así, el sistema de ecuaciones queda expresado en forma matricial:

$$\dot{\mathbf{h}} = \mathbf{A}\mathbf{h} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (3.5)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{h} \quad (3.6)$$

Siendo:

$$\mathbf{h} = \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix} - \text{vector de estados}$$

$$A = \begin{pmatrix} \left. \frac{\partial f_1}{\partial h_1} \right|_{H,U} & \left. \frac{\partial f_1}{\partial h_2} \right|_{H,U} \\ \left. \frac{\partial f_2}{\partial h_1} \right|_{H,U} & \left. \frac{\partial f_2}{\partial h_2} \right|_{H,U} \end{pmatrix} - \text{matriz de estados}$$

$$B = \begin{pmatrix} \left. \frac{\partial f_1}{\partial u} \right|_{H,U} & \left. \frac{\partial f_2}{\partial u} \right|_{H,U} \end{pmatrix}^T - \text{matriz del control}$$

$$C = \begin{pmatrix} \left. \frac{\partial y}{\partial h_1} \right|_{H,U} & \left. \frac{\partial y}{\partial h_2} \right|_{H,U} \end{pmatrix} - \text{matriz de la salida}$$

$$H = (H_{01} \ H_{02})^T, U - \text{valores correspondientes al punto de operación}$$

Resolviendo las operaciones indicadas en las matrices y sustituyendo por los valores de los parámetros del sistema de dos tanques [42] y empleando códigos de MATLAB se tiene:

```
>> A=[-0.01529 0.015291;0.01529 -0.0451];
```

```
>> B=[0.0005644;0];
```

```
>> C=[0 1];
```

```
>> D=0;
```

```
>> [num,den]=ss2tf(A,B,C,D)
```

```
num = 1.0e-005 *
```

```
    0    0  0.8630
```

```
den =
```

```
  1.0000  0.0604  0.0005
```

Las matrices fueron resueltas para el punto de operación siguiente:

$$H = \begin{pmatrix} H_{01} \\ H_{02} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.25 \\ 0.0887 \end{pmatrix}, \text{ con } U = 5.55 \text{ V} \quad (3.7)$$

Para este sistema linealizado se diseñó el controlador PI siguiendo la metodología expuesta por Kuo [44] del Diseño del Controlador PI en el dominio del tiempo, la cual plantea que el valor absoluto del cero aportado por el controlador PI debe ser menor que el valor absoluto del polo más significativo de la planta linealizada:  $0 < \frac{k_i}{k_p} < p_1$

Donde se ha empleado la denominación de  $p_1$  para el valor absoluto del polo más significativo de la planta linealizada. Empleando códigos de MATLAB, se determinan los polos de la planta linealizada:

```
P=[1 0.0604 0.0005];
```

```
>> r = roots(P)
```

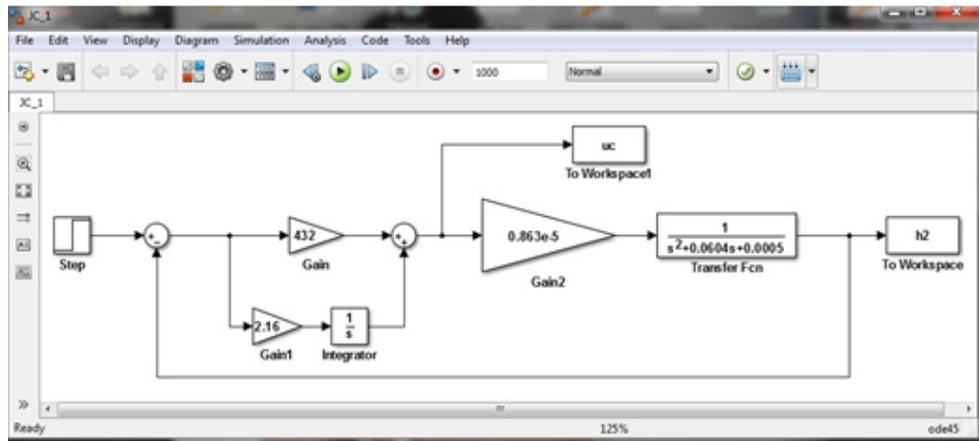
```
r = -0.0505, -0.0099
```

Entonces:  $0 < \frac{k_i}{k_p} \ll 0.0505$

Se selecciona  $\frac{k_i}{k_p} = 0.005$  (3.8)

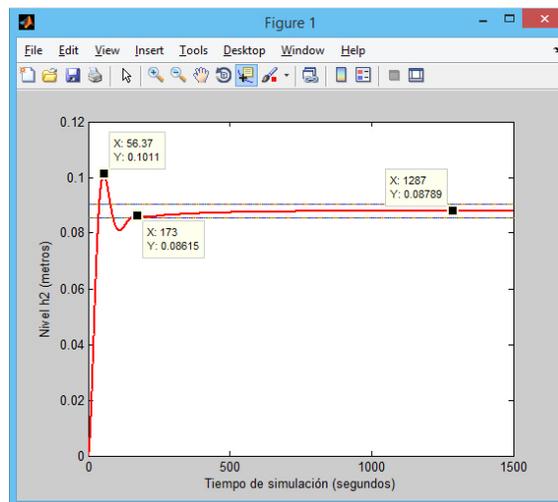
En la Figura 3.2 se muestra el diagrama en bloques empleado para ajustar por prueba y error los valores de las ganancias integral y proporcional, manteniendo la relación (3.8). El ajuste final proporcionó los valores

$k_p=432$ ;  $k_i=2.16$  (3.9)



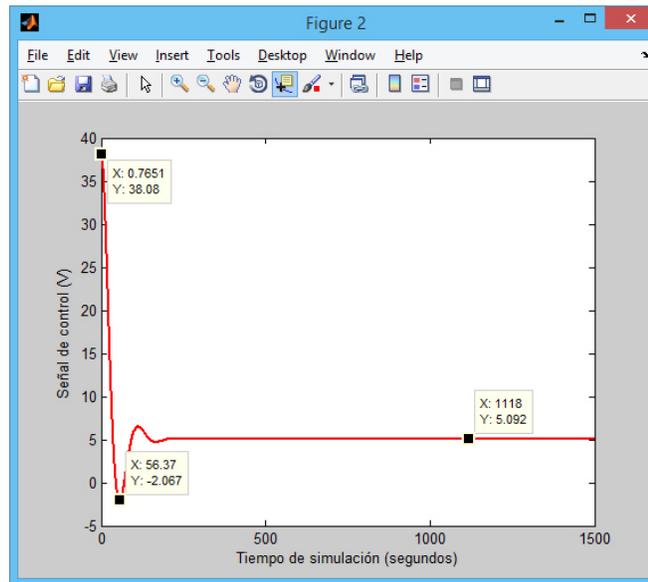
**Figura 3.2: Diagrama en bloques del sistema de 2 tanques interconectados linealizado controlado con el controlador PI**

La respuesta en el tiempo del sistema linealizado, con referencia del nivel del segundo tanque muestra un sobre paso del 15%, tiempo de crecimiento de 34 segundos y tiempo de establecimiento de 173 segundos, considerando una banda porcentual del 3%, indicada por líneas discontinuas de color negro como se muestra en la Figura 3.3.



**Figura 3.3: Respuesta en el tiempo a la referencia de nivel del segundo tanque.**

En la Figura 3.4: se muestra el esfuerzo requerido en el control para proporcionar una respuesta satisfactoria en los requerimientos del control.



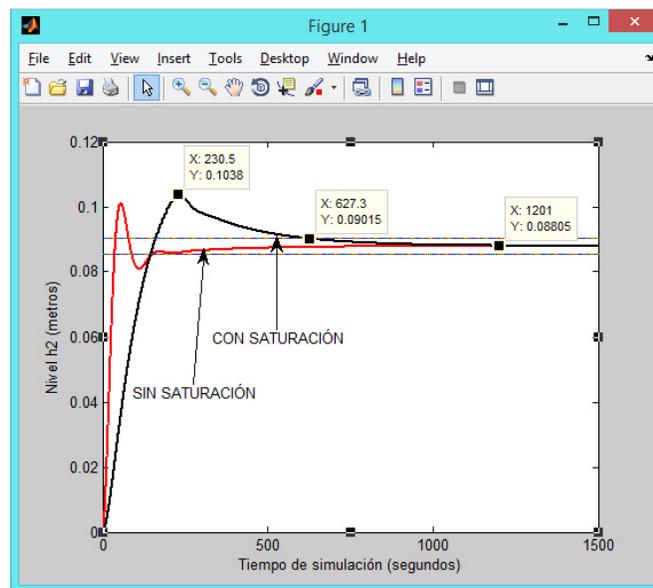
**Figura 3.4 Esfuerzo en el control de dos tanques interconectados**

Como se observa de las Figuras 3.5 y 3.6, la simulación del proceso de nivel en el segundo tanque cuando se satura el actuador proporciona un proceso de regulación lento, deteriorado con respecto al proceso de regulación sin considerar la saturación del actuador.

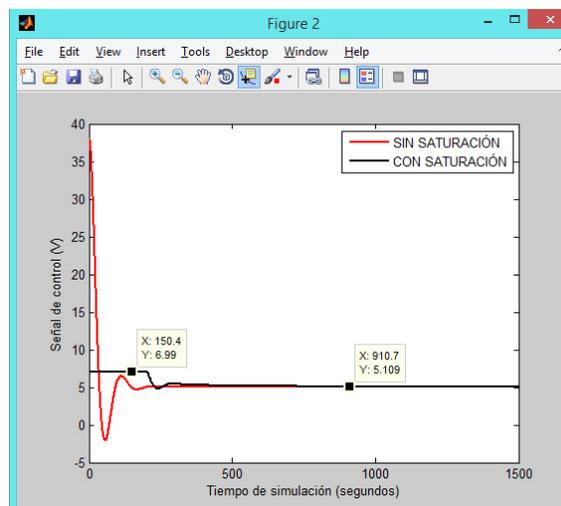
De las respuestas simuladas en el dominio del tiempo se concluye:

- Los fuertes requerimientos a los procesos transitorios en rapidez, estabilidad y exactitud conllevan a que los controladores realicen grandes esfuerzos en el control lo que realmente exceden las posibilidades naturales de los actuadores.
- La combinación de la operación de integración en la estructura del controlador y la acción limitadora del actuador proporciona el efecto de abrir el lazo de regulación, desconectando los cambios de la variable de salida del proceso de su entrada.

- c) Se requiere de una estructura del controlador que compense los efectos dañinos del llamado embalamiento (wind up) del integrador, o sea de un controlador anti-wind up.



**Figura 3.5: Respuesta del nivel en el segundo tanque sin saturación y con saturación en el control**



**Figura 3.6: Esfuerzo en el control sin saturación y con saturación del actuador.**

Como se ve, ya está diseñado un controlador PI el cual, sin saturación del actuador proporciona un desempeño aceptable del sistema. Diseñado el controlador PI, se procederá a emplear la metodología de diseño del compensador del wind up propuesta por [9]. Los supuestos que haremos son los siguientes:

- 1) El modelo de la planta es estable a lazo abierto (la matriz A tiene autovalores estables).
- 2) Existe un controlador diseñado en ausencia de la saturación del actuador y el sistema es estable y su desempeño nominal es aceptable.
- 3) La matriz del sistema a lazo cerrado en ausencia de la saturación del actuador tiene autovalores estables.

Considerando que:

$$A = \begin{bmatrix} -0.01529 & 0.01529 \\ 0.01529 & -0.0451 \end{bmatrix};$$

Los autovalores de esta matriz de estados se calculan empleando MATLAB®

```
>> eig(A)
```

```
ans =
```

```
-0.0088
```

```
-0.0515
```

Como se observa estos autovalores tienen valores negativos, cumpliéndose el primer supuesto. El supuesto (2) se cumple con (3.9).

Se determina ahora la estabilidad de los autovalores para el sistema controlado (o sea a lazo cerrado), para lo cual se hace el planteamiento en comandos de MATLAB®:

```
>> num=[0.0372816 0.0001864];den=[1 0.0604 0.0005 0];G=tf(num,den)
```

$$G(s) = \frac{0.03728 s + 0.0001864}{s^3 + 0.0604 s^2 + 0.0005 s}; \text{ continuous-time transfer function.}$$

Para determinar la función de transferencia a lazo cerrado:

```
>> Cloop = feedback(G,1)
```

$C(s) = \frac{0.03728 s + 0.0001864}{s^3 + 0.0604 s^2 + 0.03778 s + 0.0001864}$ ; continuous-time transfer function

```
>> b=[0.03728 0.0001864];
```

```
>> a=[1 0.0604 0.03778 0.0001864];
```

```
>> [A,B,C,D] = tf2ss(b,a)
```

$$A = \begin{bmatrix} -0.0604 & -0.0378 & -0.0002 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = [1 \ 0 \ 0]^T \quad C = [0 \ 0.0373 \ 0.0002] \quad D = 0$$

Los autovalores de A son:  $v = \begin{bmatrix} -0.0277 + 0.1917i \\ -0.0277 - 0.1917i \\ -0.005 \end{bmatrix}$  que como se observa

tienen parte real negativa, o sea son estables y el sistema cumple con los supuestos planteados.

### 3.2 Análisis por simulación del comportamiento del controlador PID ante la saturación en el control

El valor de la matriz **M** (2.37) se calcula como sigue.

$$M = 1 + C[A - k_p BC]^{-1} k_p B \quad (3.10)$$

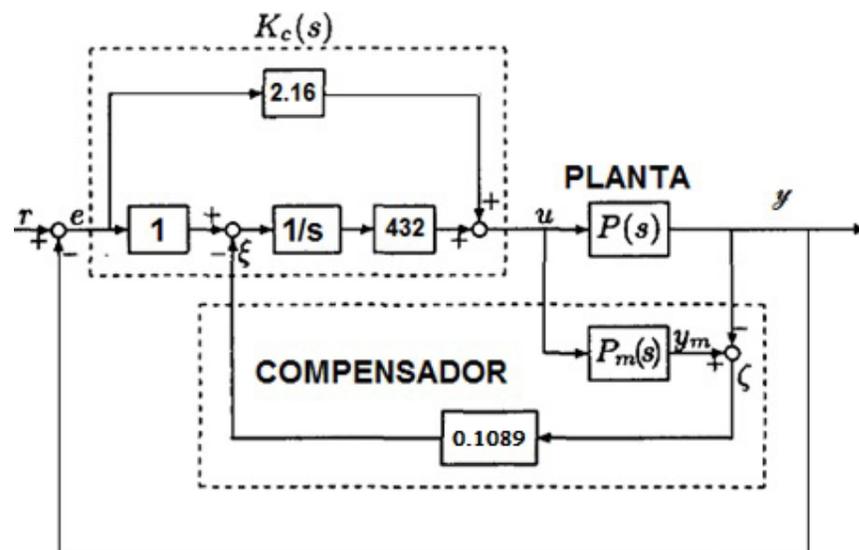
Aplicando códigos de MATLAB con las matrices A, B, C y D del sistema linealizado:

```

>> A= [-0.01529 0.015291; 0.01529 -0.0451]; >> B= [0.0005644; 0];
>> C= [0 1]; >> D=0; >> ki=2.16; >> G=1; >> L=kp; >> P=A-B*L*C; >> K=inv(P);
>> kp=432;
>> M=G+G*C*K*B*L >> M = 0.1089

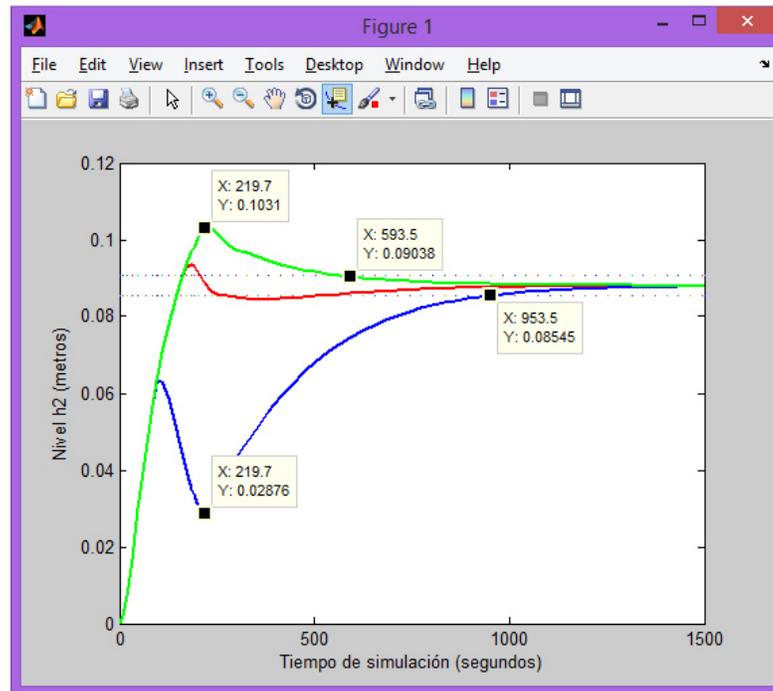
```

En la Figura 3.7 se muestra el compensador en el cual se tiene la matriz M calculada y la estructura propuesta empleando la formulación en espacio de estados del controlador.



**Figura 3.7: Valores para la solución según Koo y Choi**

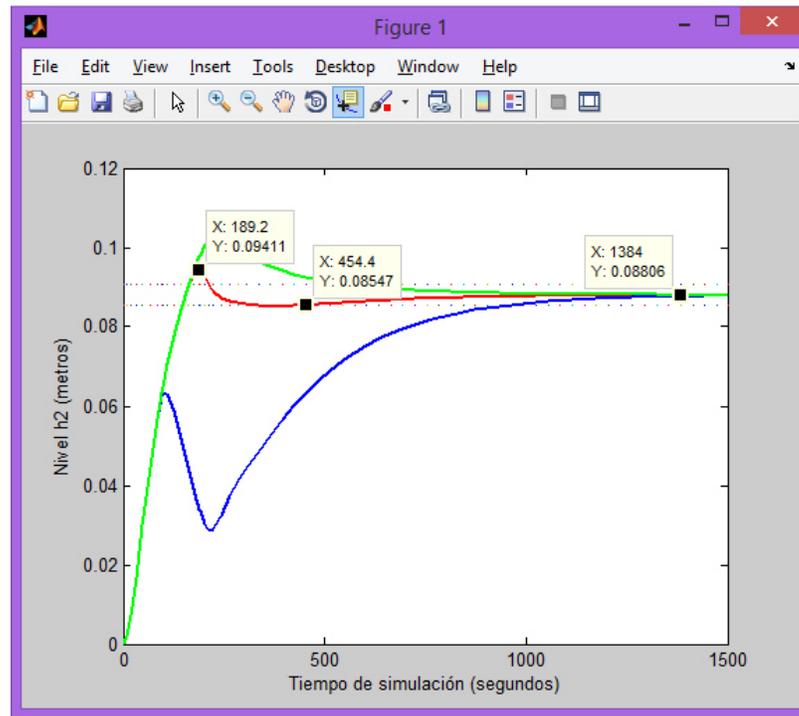
La respuesta en color verde corresponde al valor de  $M=0.0051$ , la respuesta en color azul se corresponde con el valor de  $M=0.9607$ .



**Figura 3.8: Respuestas del sistema con saturación en el control y controlador PI compensador del efecto de saturación**

Los ajustes de M a los valores  $M=0.9607$ ;  $0.0051$  proporcionan las curvas de respuesta en el tiempo con un pobre desempeño. La curva en color rojo se corresponde con el valor calculado de  $0.1089$  y proporciona el mejor desempeño en tiempo de respuesta y sobre Paso.

Se concluye que, la formulación de Koo proporciona un valor exacto adecuado de M para este sistema de dos tanques interconectados y permite encontrar un rango de valores dentro del cual se puede determinar un comportamiento adecuado  $0.005 < 0.1089 < 0.9$



**Figura 3.9: Respuestas del sistema con saturación en el control y controlador PI compensador del efecto de saturación con  $M=0.1$**

En esta respuesta (con  $M=0.1$ ) como se observa en la figura 3.9, el tiempo de establecimiento medido (considerando una banda porcentual del 3%, indicada por líneas discontinuas de color negro en las figuras) es de 454 segundos. Por otro lado, el sobre paso máximo calculado con la compensación es igual a:

$$P\% = \frac{h_{max} - H_{02}}{H_{02}} * 100\% = \frac{0.09411 - 0.088}{0.088} * 100\% = 6.94\%$$

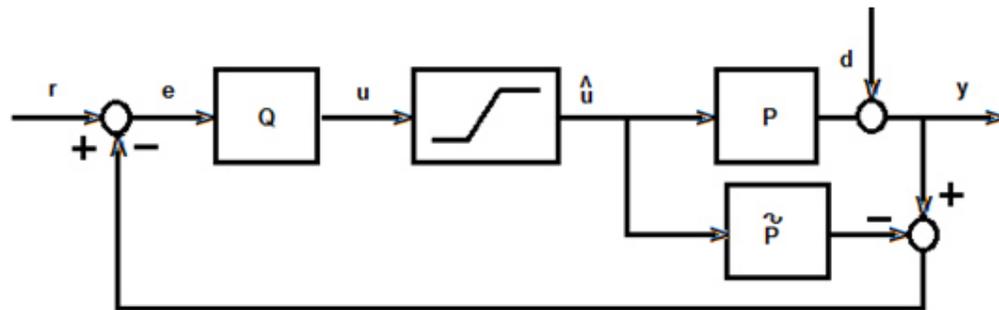
Lo que representa casi un 61.1% de mejora en sobre paso y aproximadamente un 30% en el tiempo de establecimiento.

### 3.3 Planteamiento del problema de diseño del controlador anti-wind up.

Los problemas del wind up (embalamiento del integrador) se encontraron originalmente al usar controladores PI/PID para controlar los sistemas que presentaban restricciones o limitaciones fuertes en la entrada de control. Sin embargo, más tarde se reconoció que el wind up del integrador es solamente un caso especial de un problema más general. Cualquier controlador con modos relativamente lentos o inestables experimentará problemas de wind up si hay saturación del actuador [39].

El windup se interpreta como una inconsistencia entre la entrada de la planta y los estados del controlador cuando la señal de control se satura.

La estructura de la estrategia de Control por el Modelo Interno (IMC siglas en inglés), mostrada en la Figura 3.10, nunca fue pensada para que funcione como un esquema anti-wind up. A pesar de que la estabilidad de  $P$  y  $Q$  garantizan la estabilidad global, siempre que no haya desigualdad entre la dinámica de la planta y la dinámica de su modelo, el desempeño se ve afectado cuando hay saturación del actuador.



**Figura 3.10: Estructura del control por el modelo interno**

Esto se debe a que el controlador ( $Q$ ) no tiene información de los efectos de su acción, ya que en particular, no sabe si y cuando la variable manipulada ( $u$ ) está saturando al actuador.

Este efecto es más pronunciado cuando el controlador por el modelo interno tiene una dinámica rápida la cual se corta por la saturación. A menos que el

controlador IMC esté diseñado para optimizar el desempeño no lineal, no dará un funcionamiento satisfactorio en el sistema con saturación.

Si el controlador se implementa en la configuración IMC, las restricciones del actuador no causan ningún problema de estabilidad, siempre que se envíe la señal de control restringida tanto a la planta como al modelo. La estabilidad de P y Q es en todo caso impuesta por el diseño lineal y por tanto la estabilidad del sistema no lineal está asegurada.

Así, la estructura del IMC ofrece la oportunidad de implementar algoritmos de control complejos (posiblemente no lineales) sin generar problemas complejos de estabilidad, siempre que no exista desigualdad entre el modelo de la planta y la dinámica de la planta.

En el Capítulo 4 se diseña el control por el modelo interno de manera tal que pueda enfrentar los problemas de la saturación en el control y rechazar las perturbaciones no medibles. Como objeto de estudio se suponen sistemas lineales con saturación en el control y sujetos a perturbaciones persistentes que pueden ser formulados según (2.20), (2.21) y (2.22). Las ideas que sustentan el trabajo de diseño se enfocan en la búsqueda de mejores prestaciones del nuevo controlador con respecto al controlador diseñado por las ideas de Koo.

En lo adelante se trata de extender el Control Predictivo en base al Modelo (MPC) para sistemas lineales que pueden ser formulados según (2.20), (2.21) con saturación en el control del tipo desigualdades lineales (2.22) y sujetos a perturbaciones persistentes no medibles.

Trabajos previos como lo desarrollado por Camacho [19] han demostrado que la satisfacción de los requerimientos del control en presencia de saturación del actuador puede ser garantizada mediante el control predictivo con base al modelo.

Aunque el manejo de la saturación para el controlador predictivo clasifica como empotrado, el diseño real del controlador se puede dividir fácilmente en dos pasos donde el primer paso es el diseño de un controlador predictivo lineal y el segundo paso modelar la saturación y seleccionar una forma de resolver el

problema de optimización bajo restricciones. La función objetivo a minimizar puede plantearse como sigue:

$$J(N_1, N_2, N_U) = \sum_{N_1}^{N_U} \delta(i) [\hat{y}(k+i|k) - w(k+i|k)]^2 + \sum_{i=1}^{H_C} \lambda(i) [\Delta u(k+i-1|k)]^2$$

En algunos métodos el segundo sumando (del esfuerzo en el control) no se tiene en cuenta y en otros aparecen los valores de la señal de control.

Como se observa la función de costo depende de los siguientes parámetros:

$N_1$  y  $N_2$  – son los horizontes: mínimo y máximo de costo (también llamado de predicción). Estos horizontes marcan los límites del intervalo en el cual se desea que la salida siga a la referencia. Por ejemplo, si se toma un valor grande de  $N_1$  significa que los errores iniciales no son de importancia provocando una respuesta suave del proceso. Si el proceso fuera con tiempo muerto o de retardo el valor  $N_1$  debe ser mayor que el valor del retardo (la salida no cambia hasta que transcurra ese tiempo de retardo). Lo mismo ocurre para procesos de fase no mínima, cuando esos primeros instantes de tiempo de respuesta inversa no deben ser tomados en cuenta.

Los coeficientes pueden ser secuencias que dan una ponderación determinada a los componentes de la función objetivo determinando el comportamiento del sistema controlado. Pueden ser valores constantes o secuencias de valores calculados exponencialmente. Una función de estas características pudiera ser [45]:

$$\delta(i) = \alpha^{N_2-i}$$

Donde si se cumple que

$$0 < \alpha < 1$$

Se estaría penalizando más los errores más alejados del instante de tiempo  $k$ , proporcionando un control más suave y con menor esfuerzo. Por el contrario, si

$$\alpha > 1$$

Los primeros errores son penalizados más fuerte que los más alejados del instante de tiempo  $k$ , y el control será más brusco. Estos valores permiten una amplia gama de ajustes proporcionando desde un control estándar hasta estrategias diseñadas específicamente para un proceso particular.

En la expresión para la función objetivo se tiene la trayectoria de referencia  $w(k + i|k)$ . Si se conoce de antemano la manera en que cambiará la referencia, el sistema reaccionará antes de que el cambio se haya realizado, evitando los retrasos en la respuesta del proceso. En robótica, por ejemplo, la evolución futura es conocida de antemano igual ocurre en los servo sistemas y en los procesos por lote (batch). En otras aplicaciones las referencias son constantes.

En general la trayectoria de referencia empleada en el criterio no tiene que ser la real. Se emplea una referencia de aproximación suave a la real que parte desde el valor actual de la salida en el instante  $k$  hasta el valor de la referencia conocida empleando un sistema de primer orden como es:

$$w(k|k) = y(k)$$

$$w(k + i|k) = \alpha w(k + i - 1|k) + (1 - \alpha)s(k + i|k) \quad i = 1, \dots, N_2$$

Con  $0 < \alpha < 1$ , el cual mientras más cerca de 1 esté su valor, más suave será la aproximación.

La ley de control que generalmente se propone [46], es una ley estructurada, o sea, que emplea un horizonte de control cuyo valor es menor que el horizonte de predicción y considera que los valores intermedios entre  $H_P - H_C + 1$  no son libres de variar sino que son constantes e iguales al último valor, o sea:

$$\Delta u(k + i - 1|k) = 0 \quad i > N_U$$

Entonces, el objetivo será diseñar un controlador predictivo MPC de manera que el desempeño a lazo cerrado sea bueno en presencia de la saturación de entrada especificada anteriormente con (2.22).

No existe un método de síntesis que genere sistemáticamente un diseño del controlador que garantice un excelente desempeño (o incluso una estabilidad buena) en presencia de restricciones al control. Por lo tanto, debemos contar con herramientas de diseño y simulación para determinar los objetivos de control alcanzables cuando hay restricciones y los requisitos de robustez. La caja de herramientas de MPC de MATLAB® nos ayudará a alcanzar este objetivo.

## CAPÍTULO 4

### 4. DESARROLLO DE ESTRATEGIAS DE CONTROL AVANZADO PARA PROCESOS CON SATURACIÓN EN EL ACTUADOR

Se realizan los desarrollos matemáticos que fundamenten las técnicas para diseñar el controlador PID, el controlador por el modelo interno y el controlador predictivo con base al modelo considerando la saturación del actuador.

#### 4.1. Diseño del controlador del tipo PID y saturación en el actuador

En el capítulo anterior hemos diseñado un controlador del tipo PI. La pregunta es cuan bueno es un controlador de este tipo en un sistema de segundo orden con saturación en el control. Para dar respuesta a esta pregunta se requiere realizar un análisis desde los puntos de vista del control no lineal clásico, ya que la saturación es un elemento no lineal el cual puede inducir un ciclo límite.

Para el análisis de este tipo de sistema con saturación y parte lineal podemos tomar las ideas del análisis con la función descriptiva. La función descriptiva indica la amplitud y el ángulo de fase de la primera armónica de la salida de un elemento no lineal cuando su entrada se excita con una senoide. Sus resultados son aceptables siempre que la banda de paso de la planta en el lazo cerrado sea lo suficientemente pequeña como para que en el sistema se atenúen todos los armónicos excepto el primero y se establezca una sola magnitud sinusoidal como señal.

Los requerimientos para emplear con seguridad el análisis con la función descriptiva se formulan a continuación y se fundamentan con la notación mostrada en la figura 4.1.

- R1. Si  $n(x)$  es una característica simétrica impar situada dentro de dos líneas con pendientes  $k_1 > 0$  y  $k_2 > 0$ ,  $k_2 > k_1$ , entonces la única forma de inestabilidad que puede poseer el lazo de realimentación es un ciclo límite siempre que el sistema

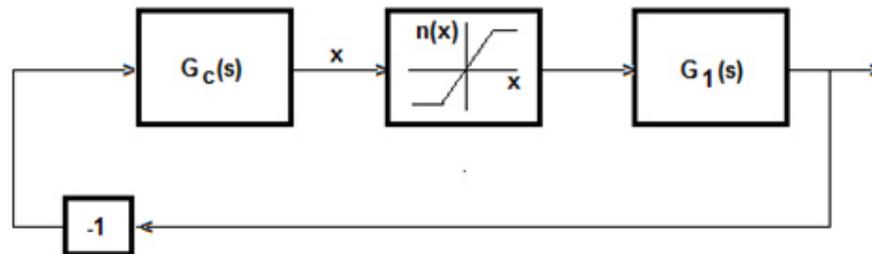
lineal con  $n(x)$  reemplazado por una ganancia  $K$  sea estable para todas las ganancias entre  $k_1$  y  $k_2$ .

R2. Para investigar la posibilidad de ciclos límite en el sistema a lazo cerrado autónomo la no linealidad  $n(x)$  se sustituye por su función descriptiva  $N(a, \omega)$ .

R3. La ganancia de lazo abierto a una senoide es  $N(a, \omega) * G(j\omega)$

R4. Existirá un ciclo límite si,  $N(a, \omega) * G(j\omega) = -1$ , donde

$$G(j\omega) = G_c(j\omega) * G_1(j\omega) \quad (4.1)$$



**Figura 4.1: Diagrama de bloques para el análisis de la estabilidad del lazo cerrado con elemento no lineal  $n(x)$  y parte lineal  $G(s) = G_c(s) * G_1(s)$**

Para el elemento no lineal del tipo saturación la función descriptiva es dada por lo expresado por Thaler [24], Atherton [47] y otros:

$$N\left(\frac{\delta}{A}\right) = \begin{cases} 1 & A < \delta \\ \left(\frac{1}{\pi}\right) [2\alpha + \text{sen}(2\alpha)] & A > \delta \end{cases} \quad (4.2)$$

$\varphi(\omega) = 0^\circ$  – desfasaje que introduce el elemento saturación.

Con  $A$  – amplitud de la senoide de entrada del elemento no lineal y  $\alpha = \text{sen}^{-1}\left(\frac{\delta}{A}\right)$  y (4.2) es la función descriptiva del elemento no lineal saturación.

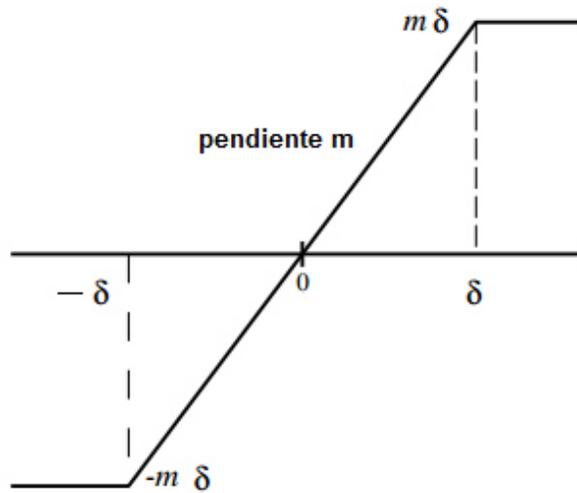


Figura 4.2: Función saturación del elemento no lineal  $n(x)$ .

La función de transferencia de la planta es:

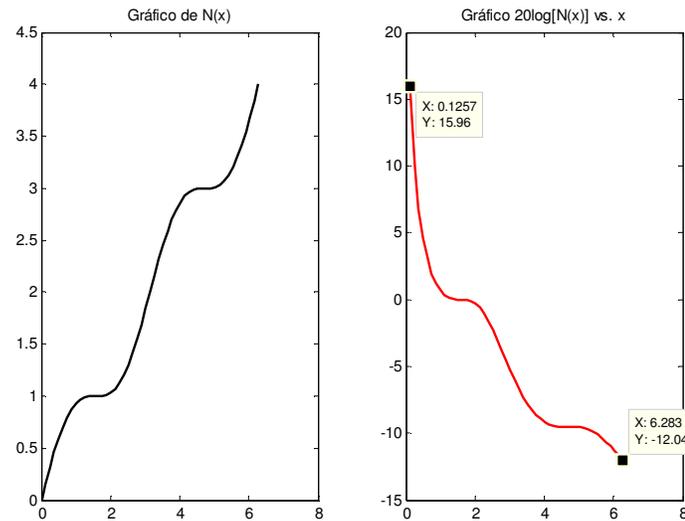
$$G_1(s) = \frac{0.863e-5}{s^2+0.0604s+0.0005} \quad (4.3)$$

La banda de paso de (4.3) está definida como el primer valor de frecuencia donde la ganancia de  $G_1(s)$  cae hasta 70.79 por ciento (-3 dB) de su valor en corriente directa. MATLAB® proporciona el comando `bandwidth(H1)` para calcular la banda de paso del Sistema declarado en la variable H1.

```
>> num1=[0.863e-5];H1=tf(num1,den1); H1(s) =  $\frac{8.63e-6}{s^2+0.0604 s+0.0005}$ 
```

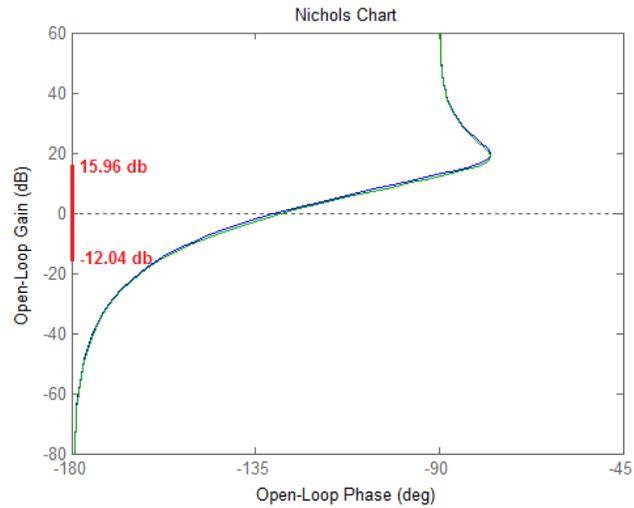
```
>> fb1=bandwidth(H1);fb1= 0.0095rad/s
```

En la figura 4.3 se dan los gráficos de la función descriptiva (a la izquierda) y del valor  $20\log|N(x)|$  contra  $x$ , siendo  $x = \alpha$ , en el intervalo  $0 < \alpha < 2\pi$



**Figura 4.3: Gráficos de la función descriptiva (a la izquierda) y del valor  $20\log|N(x)|$  contra  $x$ , a la derecha.**

El diagrama de Nichols para la función de transferencia (4.3) y para  $20\log|N(x)|$  se da a continuación en la figura 4.4.



**Figura 4.4: Diagrama de Nichols de las funciones  $G(s)$  y  $N(x)$**

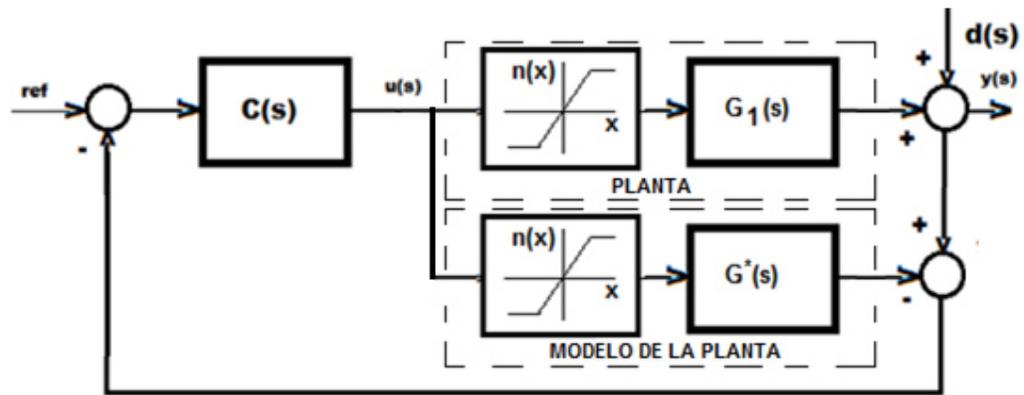
En la figura 4.4 se tienen dos gráficos de Nichols para  $G(s)$ , uno con los valores de  $k_p=432$  y  $k_i=2.16$  y el otro cuando estos valores han disminuido en un 7% o sea  $k'_p=400$  y  $k'_i=2.0$ . Además, se muestra la curva proporcionada por la función descriptiva bajo el supuesto de la variación por amplitud  $A$  del primer componente. Las curvas no se cortan, por lo tanto en el sistema a lazo cerrado no habrá ciclos límites.

Después de este análisis de estabilidad del sistema a lazo cerrado con un elemento con saturación (2.22) y la planta dada por (4.3) es evidente que el compensador diseñado, dado en la figura 3.8, proporciona estabilidad y robustez al sistema, por lo que la estructura del compensador y los parámetros calculados son aceptados como válidos.

#### 4.2 Diseño del controlador por el modelo interno y saturación en el actuador

Para el diseño del controlador por el modelo interno se supone que la planta es estable, lo cual ya ha quedado demostrado por tener autovalores con parte real negativa.

En la figura 1.2 se mostró la estructura básica del controlador por modelo interno. En este enfoque cambiaremos la estructura siguiendo las ideas de [48]. Para desarrollar la nueva estructura se presenta en la figura 4.5 los cambios que deben realizarse para enfrentar una planta con saturación en el control.



**Figura 4.5: Estructura del control por modelo interno con saturación en el actuador.**

Seleccionando

$$G^*(s) = G_1(s) = \frac{k}{s^2 + as + b} \quad (4.4)$$

$$G_1^{-1}(s) = \frac{s^2 + as + b}{k} \quad (4.5)$$

$$C(s) = F(s)G_1^{-1}(s) \quad (4.6)$$

La teoría del control por el modelo interno [18] establece la necesidad de diseñar un filtro de manera que la función de transferencia del controlador sea

propia lo cual quiere decir que el grado del filtro debe garantizar que el orden del polinomio del numerador de la función de transferencia del controlador sea no mayor que el orden del polinomio del denominador de dicha función de transferencia.

Ya que la función de transferencia de la planta que se quiere controlar tiene grado  $n=2$  y con el objetivo de garantizar la presencia de un integrador en el controlador se escoge un filtro con la función de transferencia dada por 4.7:

$$F(s) = \frac{1}{(\lambda s + 1)^2} \quad (4.7)$$

– $\lambda$  *parámetro de ajuste del controlador*

y la función de transferencia para el controlador es:

$$C(s) = \frac{1}{(\lambda s + 1)^2} \frac{s^2 + as + b}{k} = \frac{1}{k} \frac{s^2 + as + b}{(\lambda s + 1)^2} \quad (4.8)$$

En ausencia de perturbaciones, si el modelo tiene igual dinámica que la planta y no surge la saturación, producto de la resta (ver figura 4.5) el valor de la realimentación es cero y el lazo de control se abre. Así, se tendrá:

$$y(s) = \frac{1}{k} \frac{s^2 + as + b}{(\lambda s + 1)^2} \frac{k}{s^2 + as + b} r(s) \quad (4.9)$$

$$y(s) = \frac{1}{(\lambda s + 1)^2} r(s) \quad (4.10)$$

El parámetro  $\lambda$  del filtro determina la velocidad de reacción del proceso de control, aunque el controlador es un poco más complicado.

Aplicando el teorema del valor final para la transformada de Laplace, la salida será, para el caso cuando se exige un nivel de 0.088 m en el segundo tanque:

$$y(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{(\lambda s + 1)^2} \frac{0.088}{s} = 0.088 \quad (4.11)$$

En el supuesto caso, cuando el modelo matemático exactamente reproduce la dinámica de la planta, pero existe la perturbación la misma es medida por el propio esquema diseñado sin necesidad de sensores específicos. La perturbación se realimenta y se compensa por el lazo de control. Entonces la estructura es capaz de rechazar la perturbación.

El problema de este controlador es entonces la no coincidencia exacta entre el modelo y la dinámica de la planta lo que conllevaría al diseño de un compensado que no se correspondería con la planta real. En estos casos debemos analizar la robustez de dicho compensador.

El compensador debe tener ganancia estática igual a la unidad. El parámetro de sintonización se puede ajustar en línea o fuera de línea. El ajuste en línea se basa en un esquema IMC adaptativo. Sin embargo, la sintonización fuera de línea puede hacerse usando el método de prueba y error o también usando varios enfoques analíticos [48]. En el presente Trabajo de Titulación se ha elegido el método recomendado de prueba y error para la elección de los parámetros del denominador del filtro compensador.

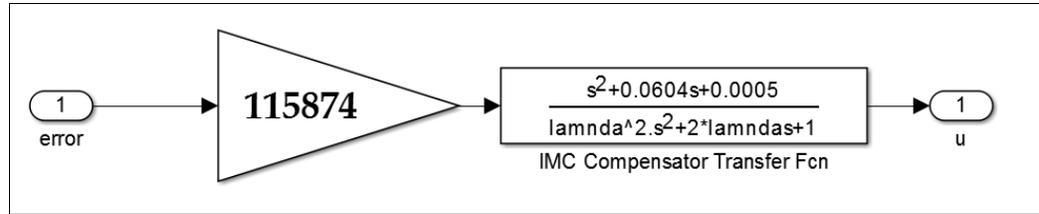
El filtro diseñado cumple la condición de tener una ganancia estática unitaria:

$$C(s) = \frac{1}{k} \frac{s^2 + 0.0604s + 0.0005}{(\lambda s)^2 + 2\lambda s + 1}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} C(s) = \frac{1}{k} \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^2 + 0.0604s + 0.0005}{(\lambda s)^2 + 2\lambda s + 1} = \frac{0.0005}{k} \quad (4.12)$$

Así, la elección del valor de k es definitiva para obtener  $\lim_{s \rightarrow 0} C(s) = 1$

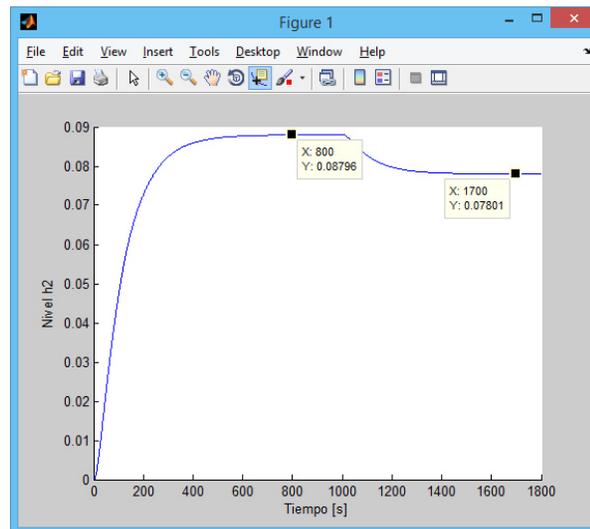
El controlador diseñado se muestra en la figura 4.6.



**Figura 4.6: Compensador IMC diseñado.**

El controlador IMC diseñado según [49], proporciona un desempeño adecuado. Como evidencia del desempeño logrado con el controlador mencionado se muestran los gráficos obtenidos donde inicialmente se ha fijado una referencia de 0.088 m del nivel en el segundo tanque.

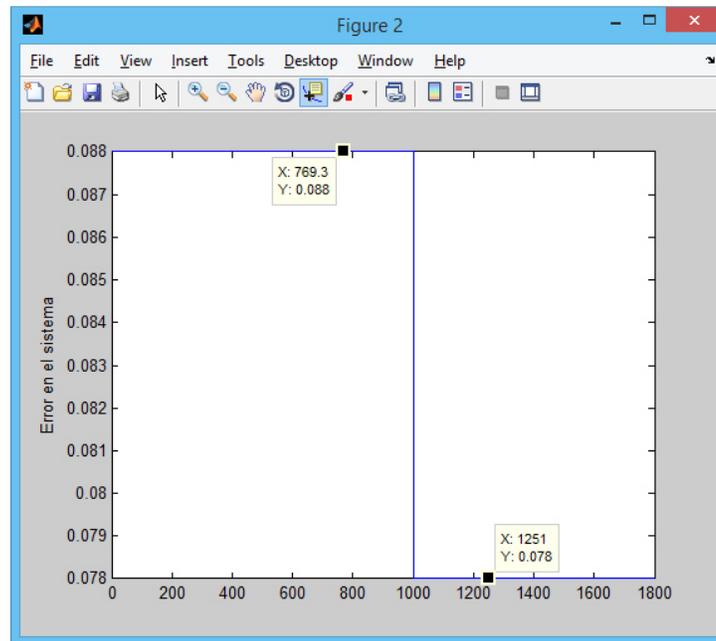
Posteriormente se ha introducido una variación en la referencia de -0.01 m. Este nuevo valor de referencia es seguido por el sistema controlado con un mínimo error, demostrando la validez del controlador para el rango de valores permisibles en el sistema de dos tanques interconectados lo cual se muestra en la figura 4.7.



**Figura 4.7: Desempeño del compensador diseñado ante cambios en la referencia.**

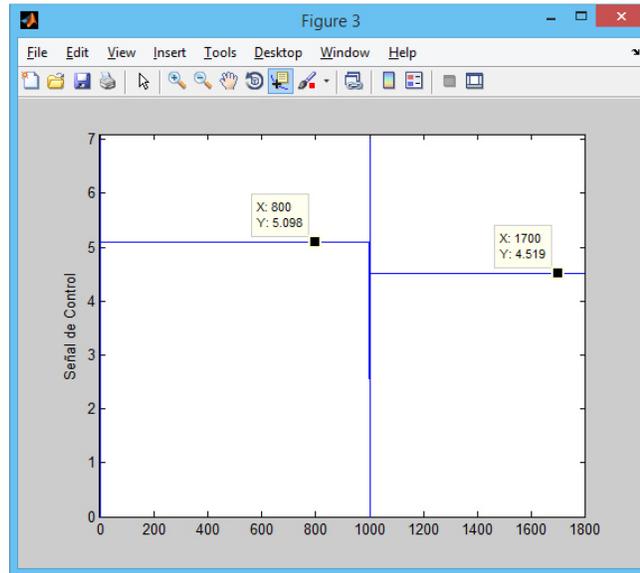
Los errores en cada caso se muestran en la propia figura 4.8. En ella se muestran los valores de la señal de error en correspondencia con los tiempos elegidos para introducir la perturbación.

Como se puede observar los errores se corresponden con la estrategia de control por el modelo interno.



**Figura 4.8: Dinámica del error en el sistema de dos tanques controlado con IMC**

El esfuerzo en el control es mostrado también en la figura 4.9. Independientemente de la saturación el sistema con el controlador diseñado sigue a la referencia de manera aceptable por rapidez.

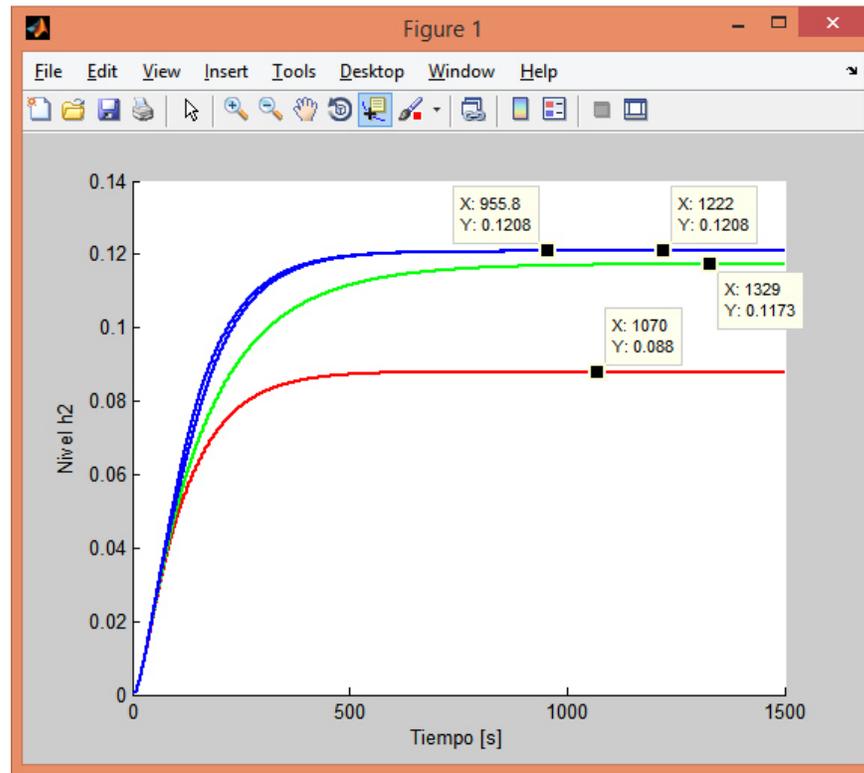


**Figura 4.9: Esfuerzo en el control con saturación del actuador.**

Para determinar la robustez del controlador diseñado se realizan pruebas cambiando valores del modelo de la planta y aplicando el mismo diseño del compensador. Los cambios aplicados por columnas se muestran en la Tabla 4.1. Por ejemplo, en la primera fila se tienen los valores de los coeficientes del denominador de la función de transferencia, los mismos que varían solo en el término independiente. Para estos valores por columnas se muestran los valores de las raíces y se indica el color de la respuesta en la figura 4.10

ROJO	VERDE	AZUL	AZUL
$p1=[1 \ 0.0604 \ 0.0005];$	$p2=[1 \ 0.0604 \ 0.0004];$	$p3=[1 \ 0.0604 \ 0.0003];$	$p4=[1 \ 0.0604 \ 0.0002];$
raíces1 = -0.0505 -0.0099	raíces2 = -0.0528 -0.0076	raíces3 = -0.0549 -0.0055	raíces4 = -0.0569 -0.0035
Función aplicada $raíces_i=roots(p_i)$			

**Tabla 4.1: Variación de los polos de la planta**



**Figura 4.10: Diferentes respuestas para errores de diseño del compensador.**

Los errores de estimación del valor de los polos de la planta se encuentran en los rangos:

$$E_{polos1} \% = \frac{0.0569 - 0.0505}{0.0505} 100\% = 12.67\% \quad (4.13)$$

$$E_{polos2} \% = \frac{0.0099 - 0.0035}{0.0099} 100\% = 64.64\% \quad (4.14)$$

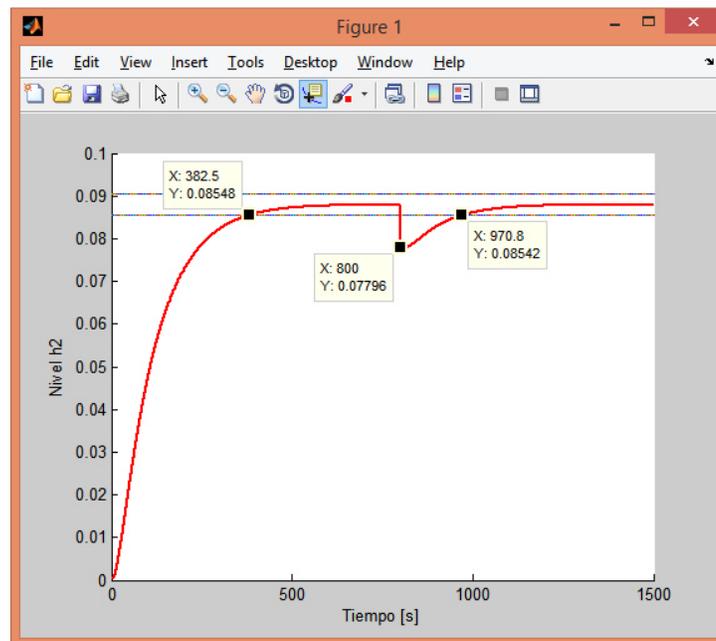
Mientras que, para tales errores de estimación de los polos de la planta el compensador diseñado no mantiene las respuestas en el valor de referencia

siendo esta consecuencia una posible causa del desborde o derrame del líquido en los tanques objetos de estudio.

$$E_{picos} \% = \frac{0.1208 - 0.088}{0.088} 100\% = 37.27\% \quad (4.15)$$

La prueba para el rechazo a la perturbación con el controlador IMC se realiza a continuación. Para ello se conecta a la salida del segundo tanque una perturbación imitando la conexión de un consumidor de líquido adicional con lo cual el nivel de líquido en el tanque debe disminuir.

El sistema de control debe restablecer el nivel de líquido en el segundo tanque lo más rápido posible. La rapidez de este restablecimiento caracterizará el rechazo a la perturbación. Para la simulación de la perturbación se introduce un escalón negativo en la salida  $h_2$  del modelo matemático de la planta de  $-0.01\text{m}$ . La dinámica del rechazo a la perturbación se muestra en la figura 4.11.



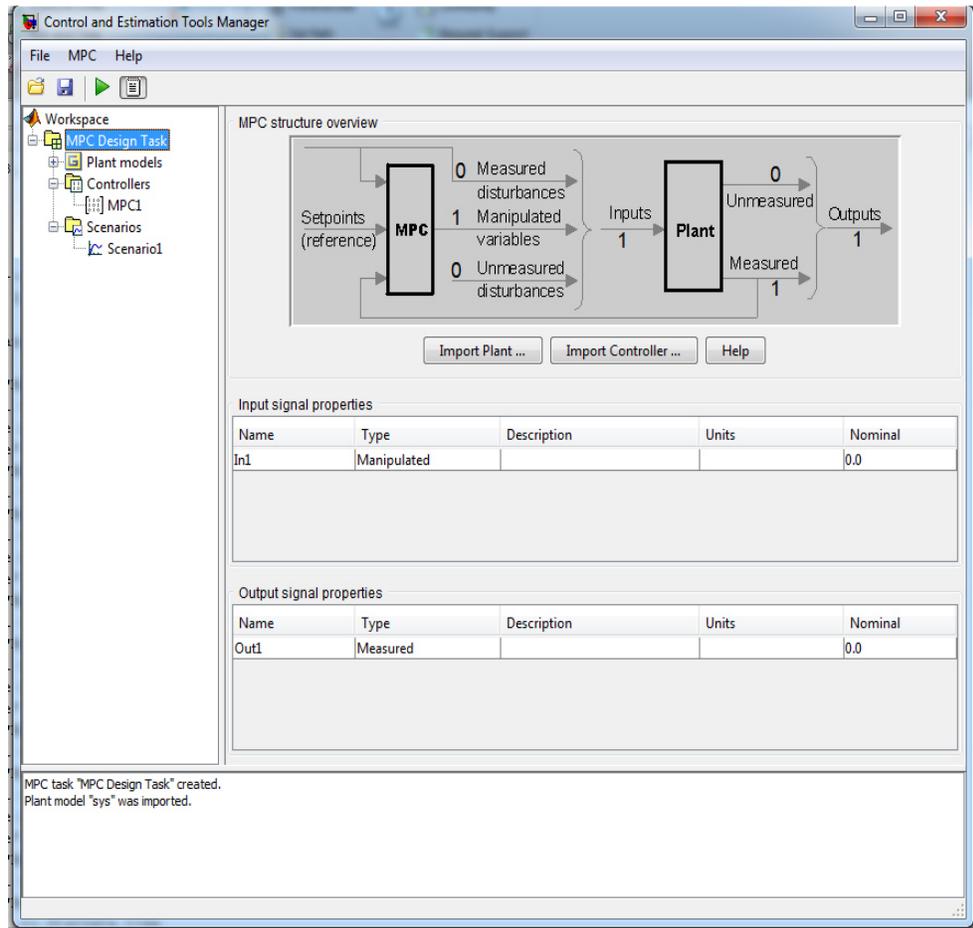
**Figura 4.11: Respuesta del sistema controlado a la perturbación en la salida.**

Como se observa el sistema controlador con el controlador IMC y en presencia de saturación en el actuador rechaza la perturbación en un tiempo aproximado de 170.8 segundos.

Concluimos que el diseño del compensador IMC es satisfactorio para el rechazo a la perturbación y proporciona respuestas estables ante cambios acotados, lo cual demuestra la BIBO estabilidad del sistema compensado pero el mismo no es robusto ante errores de modelado.

#### **4.3 Diseño del controlador predictivo en presencia de saturación en el actuador**

Para el ajuste del controlador mpc empleando MATLAB se llama a la herramienta de diseño mpctool. Al aparecer la ventana Control and Estimation Tools Manager en el campo principal se tiene la configuración mostrada en la figura 4.12.



**Figura 4.12: Ventana Control and Estimation Tools Manager.**

Para comenzar el diseño será necesario declarar la planta a la cual se aplicará el control predictivo. Para ello se declara en la ventana Command Window la planta, que en este caso es la función de transferencia

$\text{sys}=\text{tf}(0.0000863, [1 \ 0.0604 \ 0.0005])$

y MATLAB devuelve:

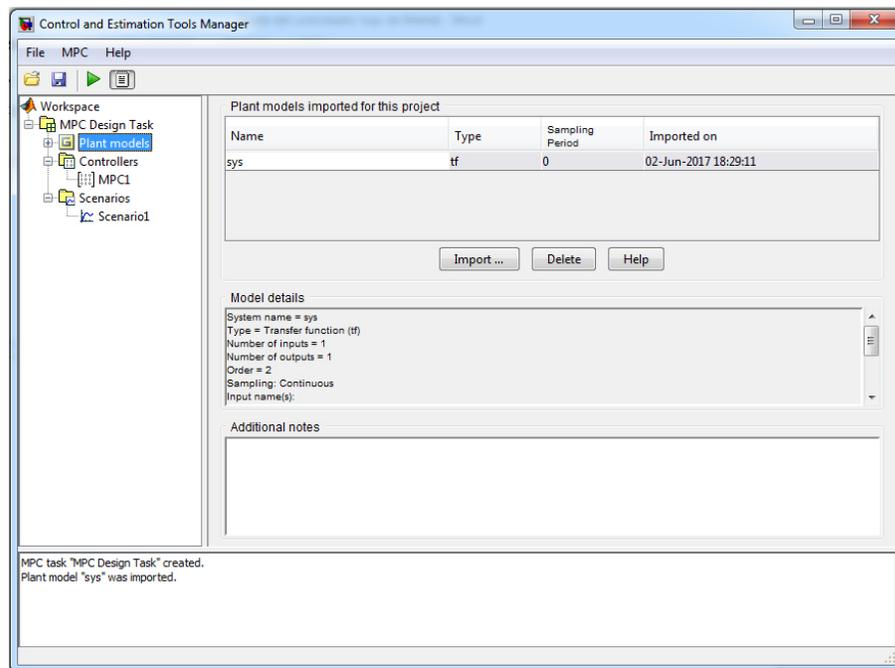
sys =

8.63e-05

----- Continuous-time transfer function

$s^2 + 0.0604 s + 0.0005$

Se importa la planta al ayudante de diseño del controlador predictivo (ver figura 4.13) y se carga como modelo de la planta importado para este proyecto.



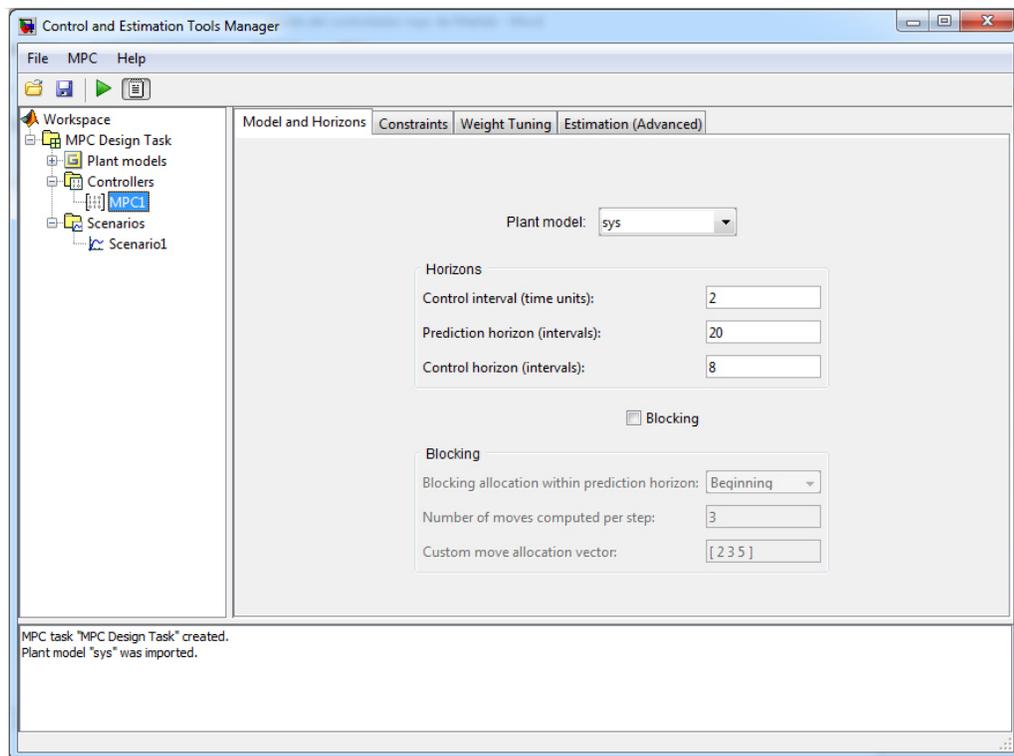
**Figura 4.13: Modelo de la planta importado para este proyecto.**

Habiéndose importado el modelo de la planta se pasa a diseñar el controlador predictivo, para lo cual se selecciona el ítem Controllers y el submenú MPC1. Se abre la ventana Model and Horizons, mostrada en la figura 4.14, donde se seleccionarán los valores requeridos para la asignación de valores a los parámetros de diseño del control predictivo tales como:

- Control interval (cada cuanto tiempo se quiere muestrear)
- Prediction Horizon (el horizonte de predicción requerido)
- Control horizon (el horizonte de control)

Una vez asignados los valores a estos parámetros de la función de costo, se pasa a asignar los valores de las restricciones (Constraints) seleccionando el botón de igual nombre en el menú secundario de la ventana.

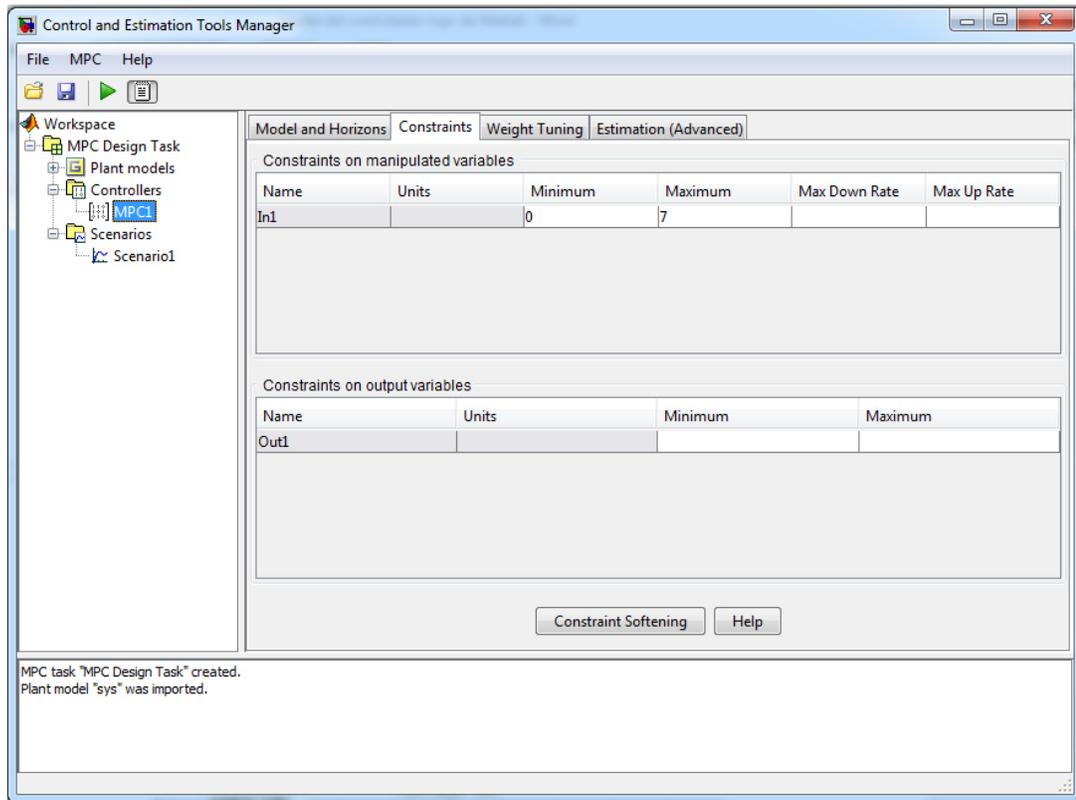
Para establecer las restricciones se emplea la ventana mostrada en la figura 4.15. En ella se muestran las posibilidades para establecer las restricciones del control predictivo. Las restricciones pueden ser al control (variables manipuladas), a la variación del control, a las variables de salida. Como se conoce la planta investigada emplea una válvula de control que está gobernada por voltaje. El valor mínimo y el valor máximo de este voltaje son de 0V y 6.99V respectivamente. Esos valores se establecen en los campos respectivos de la ventana de Constraints on manipulated variables (Minimum and Maximun).



**Figura 4.14: Ventana para asignar los valores de la función de costo a optimizar.**

La última ventana que emplearemos es la ventana donde se asignan los pesos. Como se sabe, los pesos son aquellos factores que permiten penalizar el error

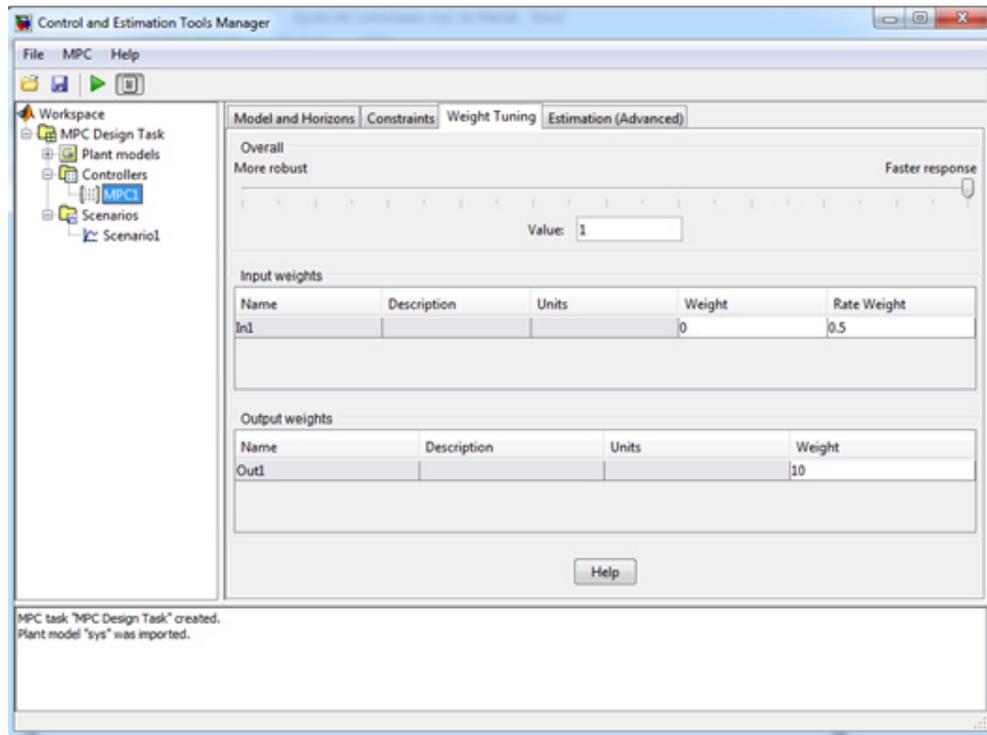
en el sistema y la variación de cambio del control. La expresión (4.16) tomada de lo desarrollado por Camacho [19], contiene los factores  $\delta$  y  $\lambda$  así como los horizontes  $N_1, N_2, N_u$  los primeros deben ser definidos en esta etapa de diseño y los últimos ya fueron definidos en la ventana Model and Horizons.



**Figura 4.15. Ventana para el ajuste de las restricciones al controlador predictivo.**

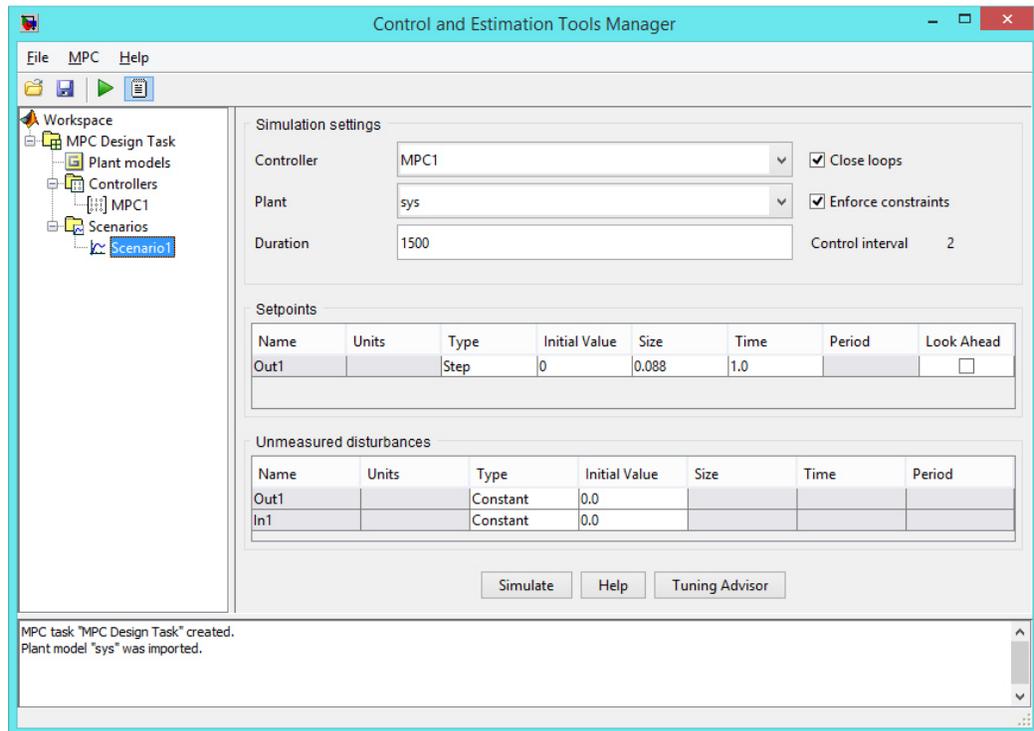
$$J(N_1, N_2, N_u) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [y(t+j|t) - \omega(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j) [\Delta u(t+j-1)]^2 \quad (4.16)$$

En la figura 4.16 mostrada a continuación se tienen definidos los pesos  $\lambda = 0.5$  y  $\delta = 10$ .



**Figura 4.16: Ventana para asignar los valores de los factores de peso en la función de costo.**

Para asignar el escenario de simulación se pasa a la ventana Scenario para lo cual se selecciona el ítem de igual nombre en el Workspace del campo izquierdo de la ventana Control and Estimation Tools Manager. Se selecciona el submenú Scenario1. En el campo de parametrización de la simulación (Simulation settings) se selecciona Close loops, Enforce constraints, al campo Control interval se asigna el valor 2. En el campo Controller se asigna la variable MPC1, como planta se asigna sys y el tiempo de simulación se programa como 1500.

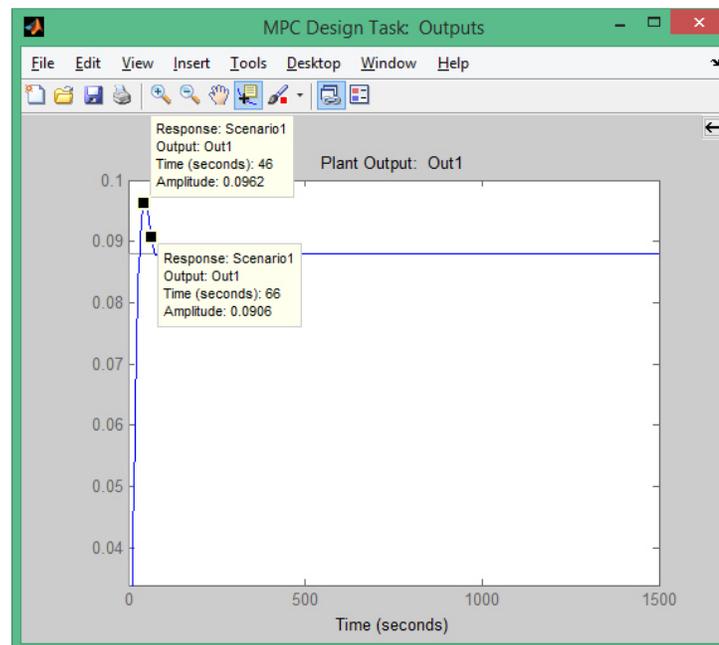


**Figura 4.17 Parametrización de la simulación del controlador predictivo diseñado**

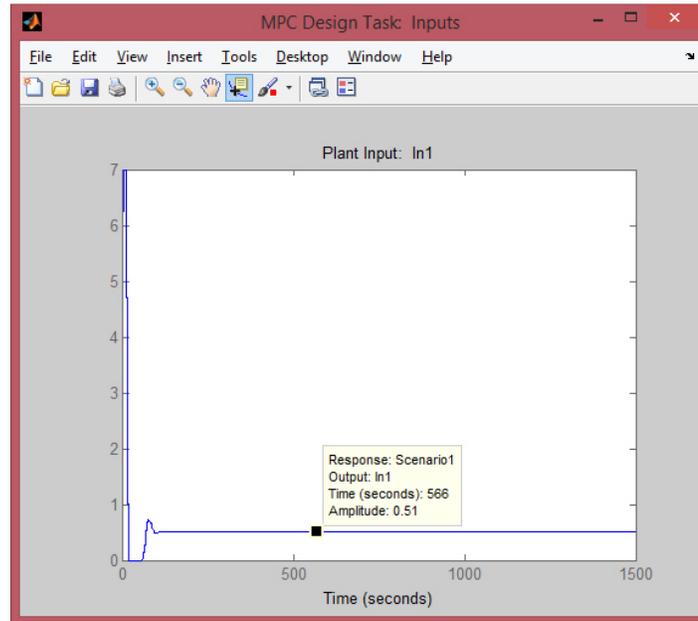
A continuación se programa el setpoint de entrada estableciendo el tipo de consigna que será constante, y su valor de 0.088 como ya fue establecido en capítulos anteriores. Para programar la perturbación no medible se tiene el siguiente campo “Unmeasured disturbance”, campo que será usado en las pruebas con perturbación del capítulo 5.4, por lo que por el momento se mantiene en cero sus valores. Para simular el comportamiento del controlador predictivo se hace clic en el botón Simulate de la propia ventana.

Bajo las asignaciones mostradas en las figuras 4.12, 4.13, 4.14, 4.15, 4.16 y 4.17 la respuesta del controlador predictivo se muestra en la figura 4.18 y en la figura 4.19 el esfuerzo en el control. Como se observa se tiene un sobre Paso porcentual de 9.32% y un tiempo de establecimiento de 76 segundos, es evidente la rapidez que proporciona el controlador predictivo en comparación con el compensador IMC.

Además, es evidente que en este caso en el sistema no ocurre la saturación del actuador, como se constató en el diseño del compensador IMC. Este valor del esfuerzo en el control es de 0.51V.  $N1 > 2$  y  $N2 = 20$ : horizontes de predicción mínimo y máximo,  $Nu = 8$  horizonte de control.



**Figura 4.18: Respuesta del sistema con un controlador predictivo.**



**Figura 4.19: Esfuerzo en el control predictivo.**

El significado de  $N1$  y  $N2$  es bastante intuitivo. Marcan los límites de los instantes en que es deseable que la salida siga la referencia. Así, si se toma un alto valor de  $N1$ , es porque no tiene importancia si hay errores en los primeros instantes. Esto dará lugar a una respuesta suave del proceso.

En los procesos con tiempo muerto " $d$ " no hay razón para que  $N1 < d$  ya que la salida no comenzará a evolucionar hasta el instante  $t+d$ , lo mismo ocurre si el proceso es de fase no mínima.

Los coeficientes  $\delta(j)$  y  $\lambda(j)$  son secuencias que consideran el comportamiento futuro y normalmente se consideran valores constantes o secuencias exponenciales. Todos estos valores se pueden utilizar como parámetros de ajuste para abarcar un amplio abanico de opciones.

- La trayectoria de referencia  $\omega(t+j)$ : Una de las ventajas del control predictivo es que, si la evolución futura de la referencia es conocida a priori, el sistema puede reaccionar antes de que el cambio se haya hecho efectivamente, evitando así los efectos de retraso en la respuesta al proceso.

- Restricciones: En la práctica, todos los procesos están sujetos a restricciones. Los actuadores tienen un campo de acción limitado y una determinada velocidad en el caso de las válvulas, limitado por las posiciones de totalmente abierto o cerrado y por la tasa de respuesta. Razones constructivas, seguridad o medio ambiente o incluso los propios alcances del sensor pueden causar límites en las variables del proceso como son los niveles en tanques, caudales en tuberías o temperaturas y presiones máximas.

Al agregar las restricciones a la función objetivo, la minimización se hace más compleja, de modo que la solución no puede obtenerse explícitamente como en el caso no restringido.

## CAPÍTULO 5.

### 5. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES

Se presentan los resultados de las pruebas realizadas por simulación teniendo en cuenta aspectos tales como las incertidumbres en los parámetros del modelo empleado. Se presentan y discuten los resultados de la simulación de los modelos controlados

#### 5.1 Presentación de los resultados de las pruebas

En el capítulo anterior se realizaron algunas pruebas del desempeño del controlado-compensador IMC, las mismas que se muestran en las figuras 4.7 a la 4.12 y en la Tabla 4.1 por lo que no se presentarán otras en lo que respecta al control por modelo interno.

Respecto del control predictivo los resultados obtenidos con los valores indicados de los parámetros de ajuste dados por los horizontes de predicción y de control, así como por los factores de pesos muestran mejores resultados, en lo que respecta al tiempo de levantamiento y el tiempo de establecimiento, los cuales son de 26 segundos y 66 segundos respectivamente, lo que contrasta con la mejor respuesta obtenida de los dados en la Tabla 4.1, de 382.5 segundos.

Otros valores de ajuste fueron empleados y mostraron un mejor comportamiento del controlador predictivo. Ellos se dan en la Tabla 5.1 y en los gráficos mostrados en 5.2.

#### 5.2 Análisis de los resultados experimentales

Los experimentos realizados por simulación del controlador predictivo permitieron realizar el ajuste de los parámetros de diseño del controlador. El modelo y las restricciones se mantuvieron como los mostrados en la figura 4.16. El intervalo de control y los horizontes se reajustaron a los valores mostrados en la figura 5.1

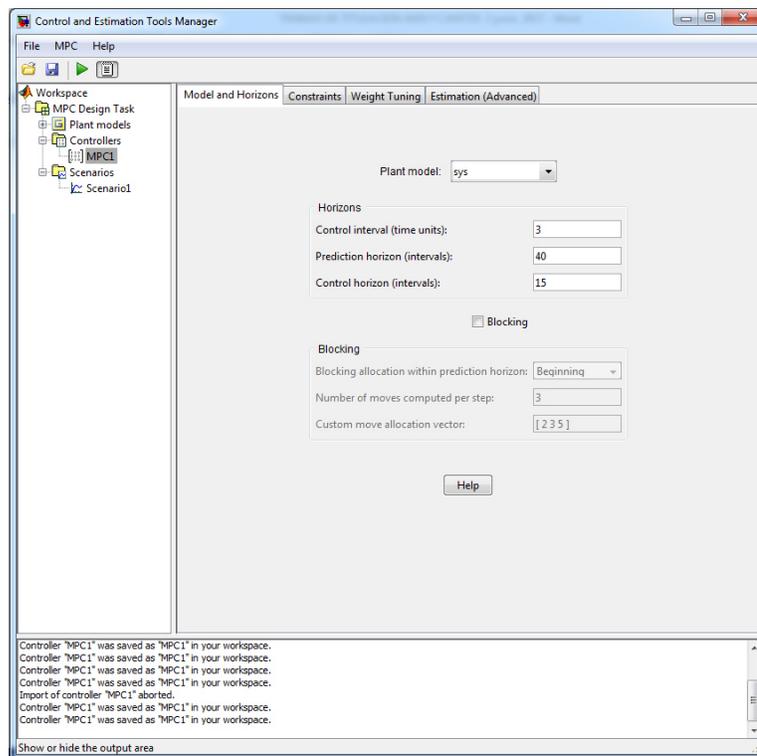
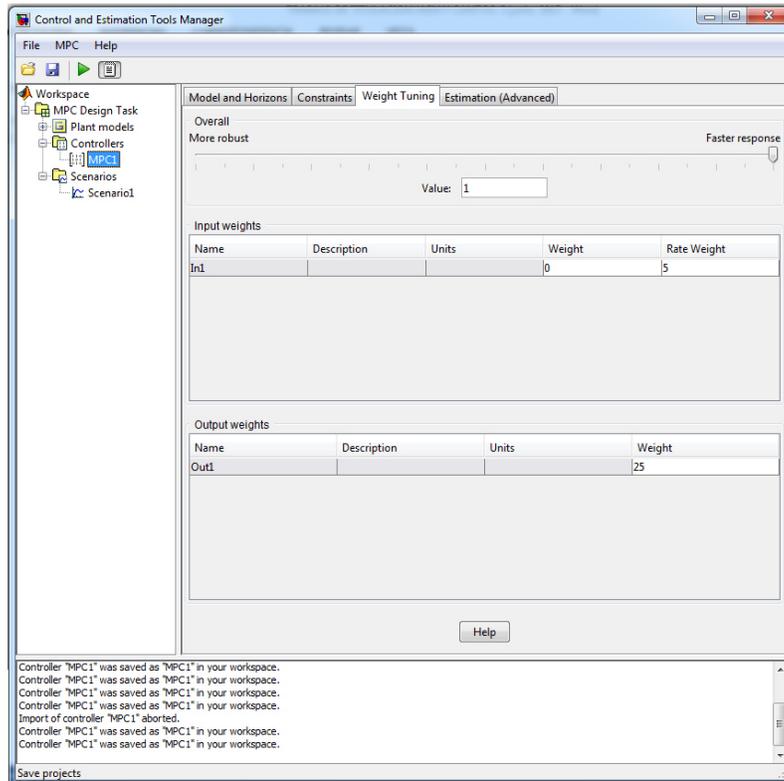


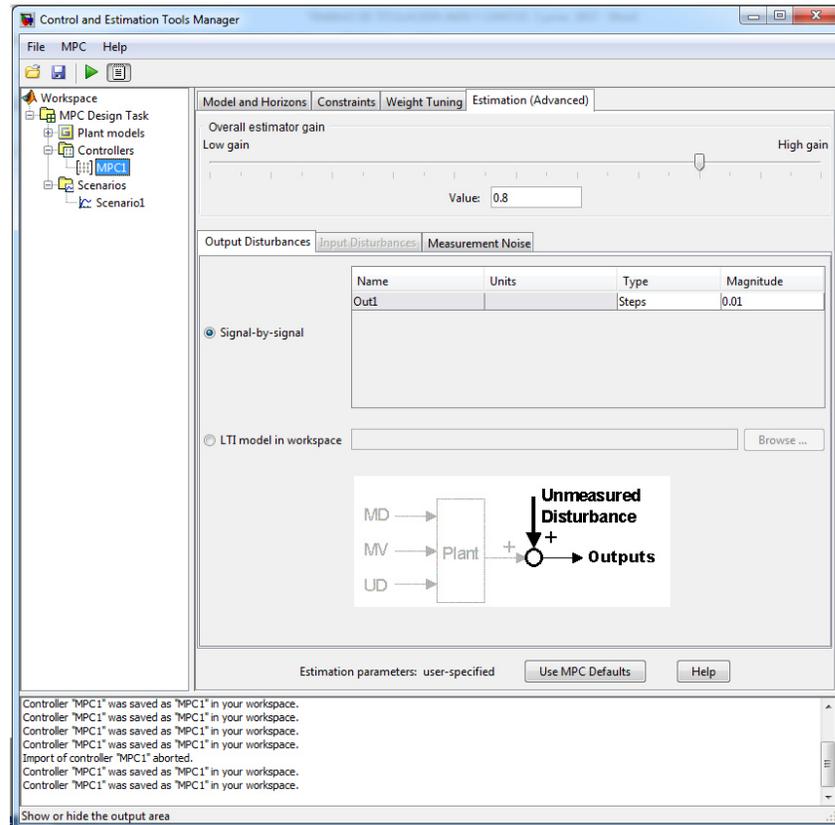
Figura 5.1: Horizontes de control y de predicción reajustados.



**Figura 5.2: Ajuste final de los pesos**

La pestaña de perturbaciones de salida permite modelar perturbaciones no medibles en la salida de la planta. Se utilizan las siguientes opciones:

- Señal por señal: la tabla enumera la salida <Out1> de la planta y se especifica la característica de la señal de perturbación que el software debe sumar a la salida de la planta.
- Tipo de carácter de la perturbación se selecciona como Step. Este tipo de perturbación es una perturbación casual del tipo salto, su magnitud es casual y tiene una desviación estándar del ruido blanco de la perturbación especificada en el campo Magnitude.



**Figura 5.3: Ajuste final de las perturbaciones no medibles.**

- **Magnitud:** se fija a 0.01. Para anular la perturbación este campo se fija a cero. Los parámetros finales se listan en la Tabla 5.1

El modelo empleado para la predicción se determina transformando el modelo continuo a discreto con tiempo de muestreo de 3. Así, tendremos que el modelo de predicción es:

$$y(k) = 1.83y(k-1) - 0.834y(k-2) + 3.658e^{-4}u(k-1) + 3.44e^{-4}u(k-2) \quad (5.1)$$

La respuesta de la planta controlada con el controlador predictivo se muestra en la figura 5.4

PARÁMETROS DE LA FUNCIÓN DE COSTO		
1	Horizonte de predicción	$N_2=40$
2	Horizonte de control	$N_u=15$
3	Peso a las variaciones del control	$\lambda=5$
4	Peso para los errores de la salida	$\delta = 25$
RESTRICCIONES SOBRE LA VARIABLE MANIPULADA		
5	Valor mínimo	$U_{MIN} = 0$
6	Valor máximo	$U_{MAX} = 7$

Tabla 5.1: Valores finales del diseño del controlador predictivo.

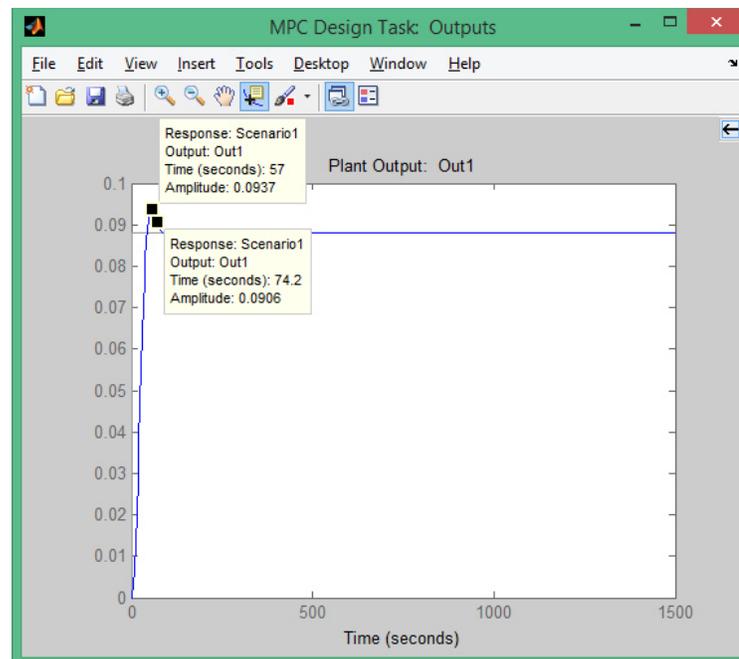
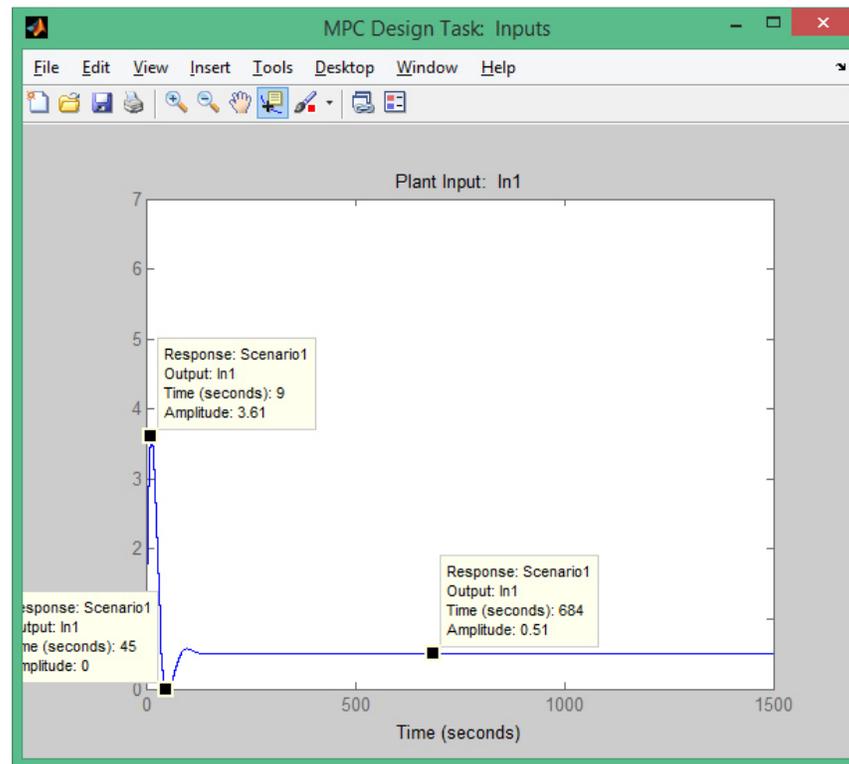


Figura 5.4: Respuesta de la planta con controlador predictivo reajustado.

El esfuerzo en el control se muestra en la figura 5.5. Como se observa de las figuras mencionadas el tiempo del valor pico es de 57 segundos y el valor del mismo es 0.0937 m por lo que el porcentaje máximo de sobre paso [44] será:

$$S\% = \frac{h_{2max} - h_{2est}}{h_{2est}} = \frac{0.0937 - 0.0880}{0.088} 100\% = 6.48\% \quad (5.2)$$



**Figura 5.5: Esfuerzo en el control predictivo.**

Por otro lado, el tiempo de establecimiento: tiempo de finido como el tiempo requerido para que la respuesta al escalón disminuya y permanezca dentro de un porcentaje específico de su valor final (de establecimiento) [44] que en esta Trabajo de Titulación definimos como del  $\pm 3\%$  queda medido en la misma figura 5.4 y es aproximadamente de 74.2 segundos.

En lo que respecta al esfuerzo en el control, de la figura 5.5, se observa que no hay saturación del actuador ya que el valor de esta variable manipulada está dentro de los límites 0 y 7V. Por otro lado, el valor final que toma esta variable manipulada es de 0.51V para establecer el valor de la referencia de nivel en el segundo tanque.

### 5.3 Comparación del desempeño de los controladores diseñados en presencia de saturación en el actuador e incertidumbre en los parámetros

Para comprobar la robustez del controlador predictivo diseñado será necesario suponer la misma variación que se supuso en el capítulo 4 respecto de las variaciones de los polos de la planta, o sea, supondremos que el controlador se ha diseñado para una "planta nominal" y la misma puede variar sus parámetros de tal forma que la ubicación de los polos también a variado en cierto rango de valores. Para ello supondremos diferentes plantas que denominaremos sys\_1, sys\_2 y sys\_3. Sus funciones de transferencia estarán dadas por:

$$sys\_1(s) = \frac{0.000863}{s^2 + 0.0604 s + 0.0004}$$

$$sys\_2(s) = \frac{0.000863}{s^2 + 0.0604 s + 0.0003}$$

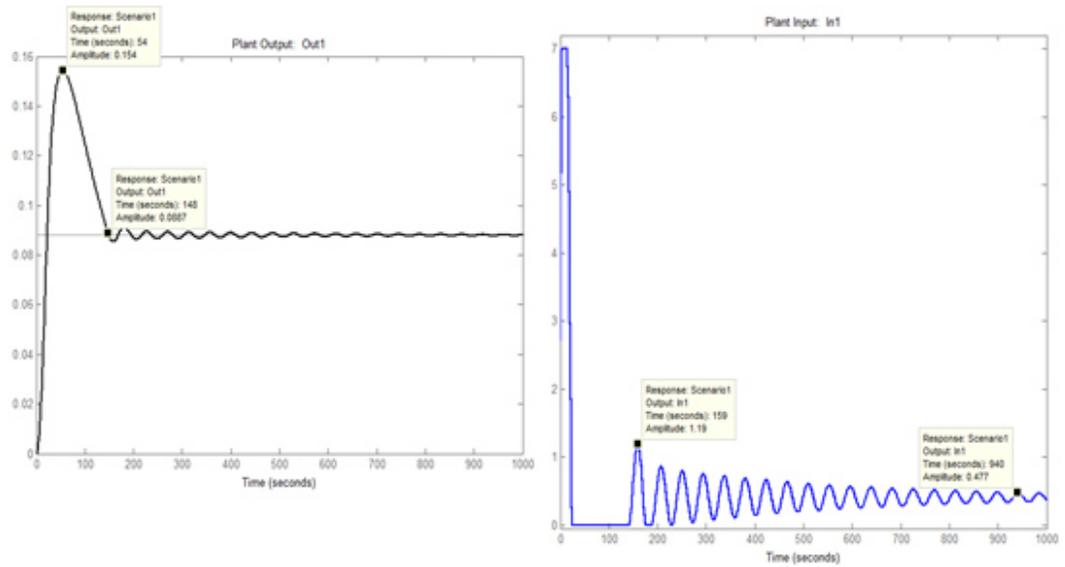
$$sys\_3(s) = \frac{0.000863}{s^2 + 0.0604 s + 0.0002}$$

Para la planta sys\_1 se ha diseñado un controlador MPC\_1 con los parámetros dados en la Tabla 5.2

Configuración	Control Interval	Prediction Horizon	Control Horizon	$\lambda (\Delta)$	Figura
MPC_1(a)	1	10	2	0.1 (1)	5.6
MPC_1(b)	3	25	5	0.1 (1)	5.7
MPC_1(nom)	3	40	15	5 (25)	5.8
MPC_3(a)	1	10	2	0.1 (1)	5.9
MPC_3(b)	3	25	5	0.1 (1)	5.10
MPC_nom	3	40	15	5 (25)	5.11

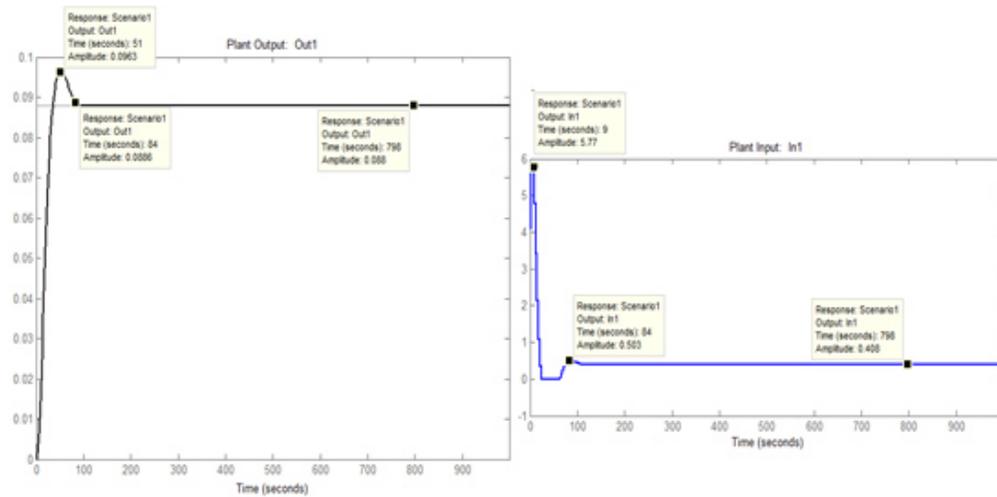
**Tabla 5.2: Parámetros probados en el diseño del MPC**

Como se observar en la figura 5.6 para la configuración de parámetros MPC\_1(a) y la planta Sys\_1, el controlador no proporciona una buena respuesta al escalón en la referencia ya que su valor máximo alcanzado en el segundo 54 es de 0.154 lo que representa un 75% de sobre paso. Por otro lado, el esfuerzo en el control en sus inicios es excesivo y muy parecido al control por el principio del máximo de Pontriaguin. Las oscilaciones que se establecen en el controlador son amortiguadas, pero no permisibles para un control de nivel en tanques.



**Figura 5.6: Respuesta con el Controlador MPC\_1(a) y la planta sys\_1(s)**

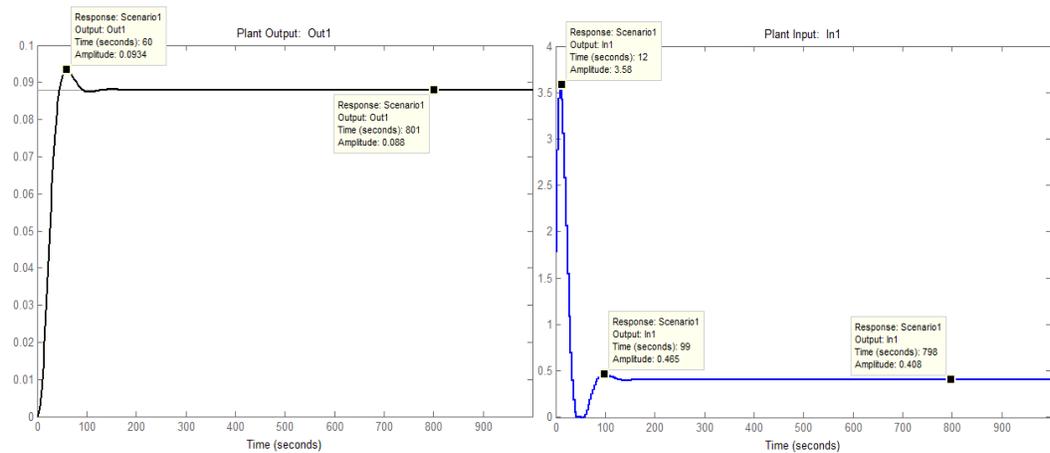
Para la configuración del controlador MPC\_1(b) y el modelo de planta Sys\_1, mostrada en la figura 5.7, el controlador logra una buena respuesta al escalón en la referencia ya que su valor máximo alcanzado en el segundo 51 es de 0.0963. y su tiempo de establecimiento es de 75 seg. Por otro lado, el esfuerzo en el control es inicialmente inferior al límite superior de la saturación siendo un esfuerzo inferior al anterior. Solo se observa una semi oscilación para lograr el valor de establecimiento del control con un máximo de 0.503 y valor de establecimiento del control de 0.408 V.



**Figura 5.7: Respuesta con el Controlador MPC\_1(b) y la planta sys\_1(s)**

En la figura 5.8 se muestra la respuesta del sistema controlado con el controlador diseñado, o sea con el controlador nominal, para la planta Sys\_1, la cual indica un valor de pico máximo de 0.0934 en un tiempo de 60 segundos, lo que representa un sobre paso del 6.14% además se puede observar un tiempo de establecimiento de 75 segundos.

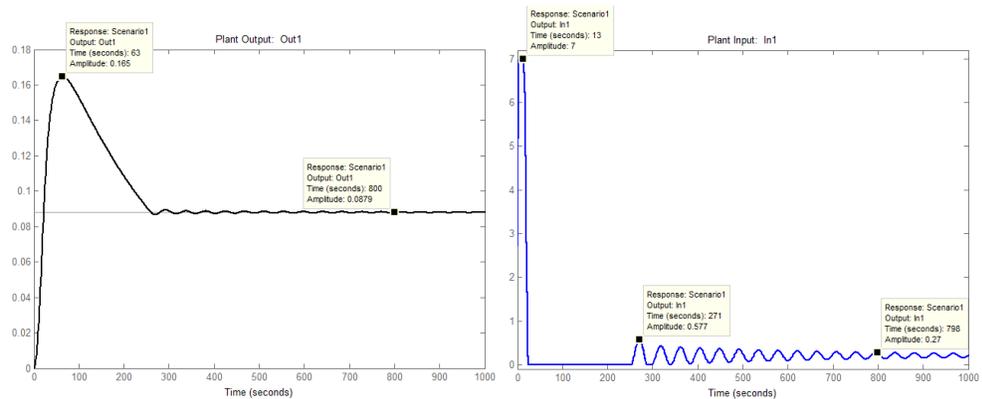
La respuesta obtenida pone de manifiesto las bondades del controlador nominal ante una variación de los polos de la planta nominal.



**Figura 5.8: Respuesta con el Controlador MPC\_nom y la planta sys\_1(s)**

En aras de abreviar la descripción del análisis realizado se muestran sólo los resultados del control predictivo con diferentes controladores incluyendo el nominal pero considerando la planta correspondiente a la función de transferencia  $sys_3(s)$  que es aquella donde se ha introducido la mayor variación de los polos de la planta nominal.

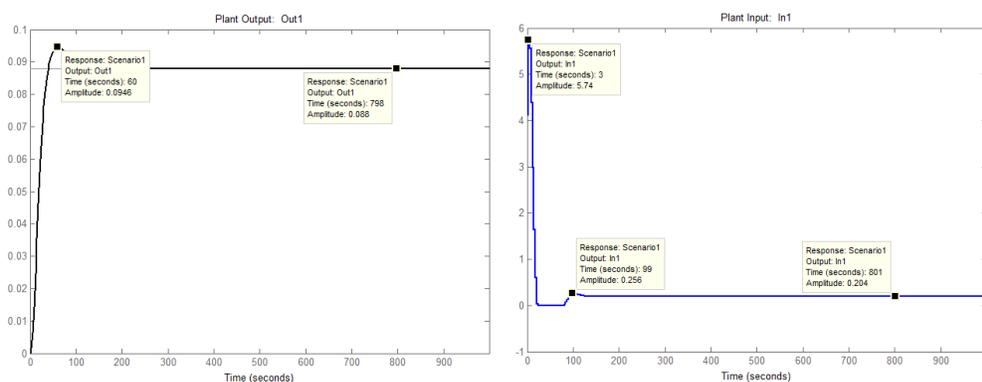
Como se observa la configuración MPC\_3(a) con la planta Sys\_3 representada en la figura 5.9, el controlador no proporciona una buena respuesta al escalón en la referencia ya que su valor máximo alcanzado en el segundo 63 es de 0.165 superior lo que representa un sobre paso del 87.5%. Por otro lado, el esfuerzo en el control en sus inicios es excesivo y muy parecido al control por el principio del máximo de Pontriaguin durante un tiempo mayor, lo que evidencia la saturación del actuador. Las oscilaciones que se establecen en el controlador siguen siendo amortiguadas, pero no permisibles para un control de nivel en tanques.



**Figura 5.9: Respuesta con el Controlador MPC\_3(a) y la planta sys\_3(s)**

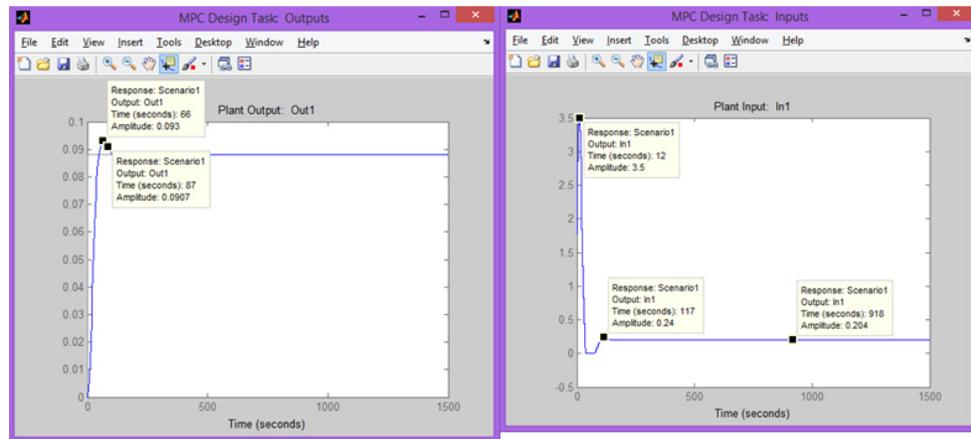
En la configuración MPC\_3(b) con la planta Sys\_3 de la figura 5.10, el controlador logra un buen desempeño ante la variación de la referencia. Su valor máximo alcanzado en el segundo 60 es de 0.0946 lo que representa un sobre paso del 7.5% y un tiempo de establecimiento de 87 segundos.

Por otro lado, el esfuerzo en el control es inicialmente inferior al límite superior de la saturación (7V). El tiempo en el cual se aplica un control saturado es muy inferior al caso anterior, menos de 100 segundos. Solo se observa una semi oscilación para lograr el valor de establecimiento del control con un máximo de 0.256 y valor de establecimiento del control de 0.204 V.



**Figura 5.10: Respuesta con el Controlador MPC\_3(b) y la planta sys\_3(s)**

En la figura 5.11 se muestra la respuesta del sistema controlado con el controlador diseñado, o sea con el controlador nominal y la planta  $\text{sys}_3(s)$ , representado en un sobre paso del 5.69% y tiempo de establecimiento de 87 segundos.



**Figura 5.11: Respuesta con el Controlador MPC\_nom y la planta  $\text{sys}_3(s)$**

La respuesta obtenida a la variación en la referencia es buena, la misma difiere muy poco a la respuesta obtenida con la planta nominal y el controlador predictivo nominal mostrada en la figura 5.4 lo cual es de esperar ya que estamos suponiendo que los polos de la planta se han desplazado respecto de la posición nominal. El esfuerzo en el control obtenido presenta la característica de control por el principio del máximo de Pontriaguin durante la etapa inicial del control teniendo una duración limitada a los primeros 100 segundos del control. El valor de establecimiento del control es de 0.204V.

Como se observa del análisis realizado el desempeño del controlador predictivo es robusto ante las variaciones establecidas para la investigación por simulación.

#### 5.4 Comparación del desempeño de los controladores diseñados en presencia de saturación en el actuador y perturbación

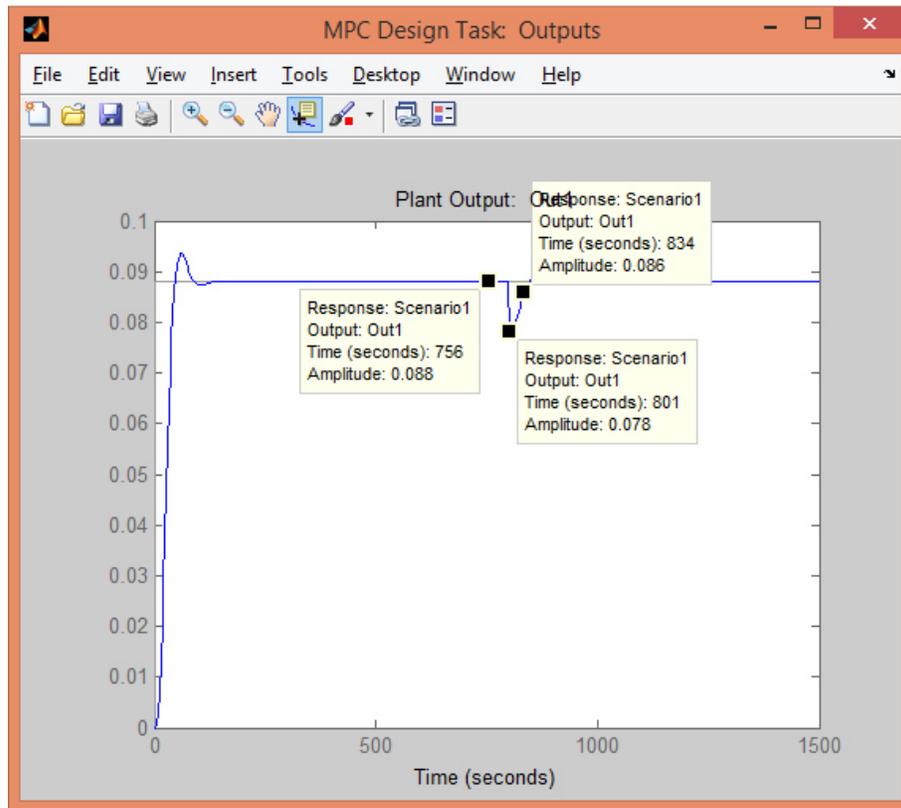
En 4.2 se realizó el análisis del comportamiento del controlador IMC en presencia de la perturbación, o sea la prueba para el rechazo a la perturbación con el controlador IMC. En la figura 4.11 se muestra ese desempeño, donde el rechazo ocurre prácticamente a los 170.8 segundos después de haber ocurrido la perturbación en el sistema de dos tanques interconectados.

Para introducir la perturbación en la ventana Control and Estimation Tools Manager se selecciona el ítem del menú desplegado a la izquierda Scenarios y se despliega el mismo apareciendo Scenario1, en la parte derecha aparece el campo “Unmeasured disturbance”. Considerando que la perturbación es de salida se asigna el valor de 0.01 como perturbación, como se puede apreciar en la figura 5.12.

Name	Units	Type	Initial Value	Size	Time	Period
Out1		Step	0	-0.01	800	
In1		Constant	0			

**Figura 5.12 Campo de ajuste de los parámetros de la perturbación no medible.**

Para esta simulación usaremos el controlador nominal y el modelo de la planta real. Al terminar la programación de los campos se selecciona la acción Simulate con lo cual ocurre la simulación del sistema linealizado de dos tanques en el punto de operación indicado. Las respuestas se proporcionan en la figura 5.13.



**Figura 5.13 Respuesta al paso escalón demostrando el rechazo a la perturbación**

Como se observa al aplicarse la misma perturbación al sistema controlado por el controlador predictivo diseñado el rechazo a la perturbación es ejecutado mucho más rápido que con el controlador IMC expuesto con anterioridad. En este caso el rechazo ocurre aproximadamente a los 34 segundos, en contraste con el tiempo de rechazo del IMC de 170.8 segundos.

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Para investigar el comportamiento de los controladores avanzados se empleó el modelo matemático de dos tanques interconectados con interacción entre sus niveles de líquido.

Uno de los controladores avanzados que se investiga es el control por el modelo interno, llamado generalmente "IMC". Este controlador tiene varias ventajas, principalmente el emplearse como compensador de las perturbaciones. Durante el desarrollo del trabajo quedó demostrado que permiten rechazar la perturbación, o sea el efecto de la misma se ve atenuado considerablemente a la salida de la planta a manera de un proceso transitorio del tipo exponencial para retornar el valor inicial de la variable de proceso o de salida. Sin embargo, como se demuestra por las simulaciones realizadas con este controlador, muy simple, no es robusto ante los errores de modelado del proceso o planta real.

El segundo controlador investigado fue el controlador predictivo o MPC mediante la interfase de MPCTool de Matlab®.

Para la investigación del comportamiento fue necesario primeramente diseñar el controlador. En este diseño es de importancia definir los parámetros que caracterizan a la función de costo ( $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_u$ ,  $\delta$  y  $\lambda$ ), la trayectoria interna deseada  $\omega$  y el modelo matemático de predicción.

Como se conoce, los valores de la función de costo son valores que debe elegir el diseñador.  $N_1$  es un valor de fácil selección cuando el modelo del proceso no tiene retardo de transporte. En esos casos se puede elegir  $N_1=1$ , lo cual hace la interfase MPCTool de manera automática al reconocer que la planta a controlar no tiene retardo. El resto de los valores fueron establecidos por pruebas sistemáticas hasta lograr comportamientos aceptables según las especificaciones de diseño generales. En este sentido el controlador predictivo fue muy superior al controlador IMC.

Como evidencia de esta conclusión, se pone de manifiesto la rapidez del sistema diseñado ante los cambios en la referencia, los pequeños tiempos de establecimiento del valor final, etc.

Con respecto a la robustez del controlador predictivo se realizó una investigación por simulación considerando dos aspectos. En primer lugar, hemos supuesto que el controlador nominal se diseñó por la planta nominal y que la planta real varió algunos de sus parámetros conllevando al desplazamiento de sus polos. Ante este supuesto el controlador nominal clasificó como robusto.

El segundo aspecto considerado fue la posibilidad de adaptación del controlador predictivo. Ya que no se observaron inestabilidades fuertes, se considera que el controlador predictivo además de ser robusto tiene capacidad de adaptación en los rangos analizados de valores de los polos. Lo que puede lograrse si se tuviera diseñado un dispositivo de adaptación (o de búsqueda de los valores más adecuados de los parámetros  $N_2$ ,  $N_u$ ,  $\delta$  y  $\lambda$ ) concebido, por ejemplo, en base a los algoritmos genéticos, para la búsqueda de los mejores valores y el análisis de algún criterio como el IAE, ITAE, etc.

La interfase MPCTool permite introducir perturbaciones no medibles en el diseño del controlador. Para lo cual se seleccionó un valor de perturbación a la salida similar al empleado con el diagrama Simulink controlado con modelo interno. En las diferentes respuestas ensayadas por simulación se constató que el controlador predictivo rechaza rápidamente las perturbaciones de tal magnitud, a diferencia del comportamiento del controlador IMC.

En resumen, los objetivos iniciales fueron cumplidos y el controlador predictivo diseñado para los dos tanques interactuantes proporciona el mejor desempeño por exactitud, tiempo de reacción, rechazo a las perturbaciones y robustez ante variaciones de la posición de los polos en el semiplano complejo izquierdo.

Se recomienda continuar la búsqueda de información sobre los controladores por el modelo interno en revistas de mayor nivel de arbitraje, de corte teórico y práctico tales como IEEE TRANSACTION ON AUTOMATIC CONTROL, AUTOMATICA, etc. indagando sobre soluciones al problema de mejorar el desempeño del controlador en presencia de saturación en el actuador por ser este problema una consecuencia de las limitaciones físicas que presentan las válvulas de control, motores eléctricos, etc. Además de extender el estudio realizado en este Trabajo de Titulación a

procesos que se modelan como de múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO) para ambos controladores.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] Ogunnaike, B. A. y Wright, R. A., Industrial Application of Nonlinear Control, Chemical Process Control V, CACHE, American Institute of Chemical Engineers, NY, 1997.
- [2] Brändström, Annika (2003). Coping with a Credibility Crisis: The Stockholm JAS Fighter Crash of 1993 (en inglés). Estocolmo: Swedish National Defence College. ISBN 91-87136-72-4.
- [3] Kothare, M., Control of Systems Subject to Constraints. PhD thesis, Division of Engineering and Applied Science, California Institute of Technology, 1997.
- [4] Fuller, A.T., In the large stability of relay and saturated control systems with linear controllers, Int. J. Control, 10, 1969, 157-180.
- [5] Kosut, R.L., Design of linear with saturating linear control and bounded states, IEEE Trans. Automat. Control AC-28, 1983, 121-124.
- [6] Gutman, P.O. and Nagander, P., A new design of constrained controllers for linear systems, IEEE Trans. Automat. Control AC-30, 1985, 22-23.
- [7] Sontag, E.D., and H.J. Sussmann, Nonlinear output feedback design for linear systems with saturating controls, Proc. IEEE Conf. Decision and Control, Honolulu, Dec. 1990, IEEE Publications, 1990, 3414-3416.
- [8] Sussmann, H.J. and Y. Yang, On the stabilizability of multiple integrators by means of bounded feedback controls, Proc. IEEE Conference Decision and Control, Brighton, UK, Dec. 1991, IEEE Publications, 1991, 70-73.
- [9] Jong-Koo Park, Anti-Reset Windup Based Controller Design Method for State Constrained Control Systems, Proceedings of the American Control Conference, San Diego, California, June 1999.
- [10] Q.Hu and G.P. Rangaiah. Anti-windup schemes for uncertain nonlinear systems. IEE Proceedings online no. 20000136. IEE 2000

- [11] Tingshu Hu, Zongli Lin, Ben M. Chen. Analysis and design for discrete-time linear systems subject to actuator saturation. *Systems & Control Letters* 45 (2002) 97–112. [www.elsevier.com/locate/sysconle](http://www.elsevier.com/locate/sysconle)
- [12] C. Paim, S. Tarbouriecht, J.M. Gomes da Silva Jr and E. B. Castelan. Control design for linear systems with saturating actuators and  $\infty$ -bounded disturbances. Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control Las Vegas, Nevada USA, December 2002
- [13] Yong-Yan Cao, Zongli Lin. And D. G. Ward.  $H^\infty$  Antiwindup Design for Linear Systems Subject to Input Saturation. *JOURNAL OF GUIDANCE, CONTROL, AND DYNAMICS* Vol. 25, No. 3, May– June 2002
- [14] Haijun Fang, Zongli Lin and Tingshu Hu. Analysis of linear systems in the presence of actuator saturation and  $L_2$  disturbances. *Automatica* 40 (2004) 1229 – 1238 [www.elsevier.com/locate/automatica](http://www.elsevier.com/locate/automatica)
- [15] Matthew C. Turner, Guido Herrmann, and Ian Postlethwaite. Incorporating Robustness Requirements In to Antiwindup Design. *IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL*, VOL. 52, NO. 10, OCTOBER 2007
- [16] Wei Ni, Ping Zhao, Xiaoli Wang, and Jinhuan Wang. Event-triggered Control of Linear Systems with Saturated Inputs. *Asian Journal of Control*, Vol. 17, No. 4, pp. 1–13, July 2015
- [17] Creus, A. Instrumentación industrial. 6a edición. Alfa Omega Grupo Editor, S. A. de C. V. 1998
- [18] D'Kayser, R. Advanced Computer Control of Industrial Processes. MSc-PhD course «Industrial Control Engineering» ESPOL FIEC Guayaquil October 2014.
- [19] Camacho, E.F., Bordons, C. Model Predictive Control. Second Edition. Springer Verlag London 2007 ISBN 978-1-85233-694-3
- [20] Kothare, M., Campo, P. J., y Morari, M. A Unified Framework for the Study of Anti- Windup Designs. *TECHNICAL MEMORANDUM NO. CIT-CDS 93-011* June 17, 1993

- [21] Kothare, M., Control of Systems Subject to Constraints. PhD thesis, Division of Engineering and Applied Science, California Institute of Technology, 1997
- [22] Bak, M. Control of Systems with Constraints. Doctoral Thesis. Department of Automation Technical University of Denmark.
- [23] Murty, I. S. N. A Unified Krylov-Bogoliubov Method for solving second-order non-linear systems. Int. J. NonLinear Mechanics, Vol. 6, pp. 45-53. Pergamon Press. 1971.
- [24] Thaler, G.J. and Pastel, M.P., Analysis and Design of Nonlinear Feedback Control Systems, McGraw-Hill Book Company, New York, 1962.
- [25] Isidori, A., Nonlinear Control Systems: An Introduction, 3rd Ed., Springer-Verlag, Berlin, 1995.
- [26] Mulder, E. F., Kothare, M. V., & Morari, M. Multivariable anti-windup controller synthesis using linear matrix inequalities. Automatica, 37(9), 1407-1416. 2001.
- [27] Gao, R., O'Dwyer, A., Coyle, E. A non-linear PID controller for CSTR using local model networks. Dublin Institute of Technology Conference paper. 2002
- [28] El-Farra, N. H. and Christofides, P. D. Bounded robust control of constrained multivariable nonlinear processes. Chemical Engineering Science 58 (2003) 3025 - 3047
- [29] Kanse, N. G., Dhanke, P.B. and Abhijit, T. Modeling and Simulation Study of the CSTR for Complex Reaction by Using Polymath. Research Journal of Chemical Sciences Vol. 2(4), 79-85, April 2012
- [30] Singh, K. Analysis of anti-windup techniques. International Journal of Advance Research In Science And Engineering. IJARSE, Vol. No.3, Issue No.5, May 2014
- [31] Padmayoga, R., Shanthi, M. y Yuvapriya, T. Modeling and Control of Chemical Reactor Using Model Reference Adaptive Control. International Journal of Advanced Research in Electrical, Electronics and Instrumentation Engineering. Vol. 3, Special Issue 4, May 2014
- [32] Prasanna Kumar S. V. Ritesh Singh, Nagammai, S. Design of Internal Model Controller for an Open Loop Unstable CSTR Process. International Journal of

Innovative Research in Electrical, Electronics, Instrumentation and Control Engineering. Vol. 3, Issue 5, May 2015.

[33] Li, Y., Tong, S. and Li, T. Hybrid Fuzzy Adaptive Output Feedback Control Design for Uncertain MIMO Nonlinear Systems with Time-Varying Delays and Input Saturation. IEEE Transactions on Fuzzy Systems. 2015

[34] Pan, H., Sun, W., Gao, H., Jing, X. Disturbance Observer based Adaptive Tracking Control with Actuator Saturation and its Application. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering. 2016.

[35] Zhou, Q., Li, H., Wu, C., Wang L. and Ki Ahn, C. Adaptive Fuzzy Control of Nonlinear Systems with Unmodeled Dynamics and Input Saturation Using Small-Gain Approach. IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics System. June 2016

[36] Zheng, A., Kothare, M. V. and Morari, M. Anti-Windup Design for Internal Model Control. CIT-CDS Technical Memo. CALTECH.1993

[37] Rios-Bolivar, A. y Rivas-Hecheverría, F. Robust Anti-Windup Compensation for PID Controllers. Proceeding ICS'06. Proceeding of the 10<sup>th</sup> WSEAS International conference on Systems. Pages 136-141. Athens, Greece, July-10-12, 2006

[38] Ríos-Bolívar, A. y García, G. Control mediante compensación de la saturación y de los filtros de detección de fallas. Revista Ciencias e Ingeniería. Vol. 25 No. 1. 2004

[39] Aström, K.J. and Hägglund, T. Automatic Tuning of PID Controllers. Instrument Society of America. Research Triangle Park, NC. 1988

[40] Tan, W., Marquez, H., Chen, T. and Liu, J. Analysis and control of a nonlinear boiler-turbine unit. Journal of Process Control. No. 15, 88-891. 2005

[41] Park, J. K. and Choi, C. H. A compensation method for improving the performance of multivariable control systems with saturating actuators. Control Theory and Advanced Technology, Vol. 9, No. 1, pp. 305-323, 1993

[42] Jiffy, A. J. and Riya, M. F. Modelling and Non-linear Control Design for Coupled Twin Tank Level Process. International Journal of Science and Research (IJSR)

ISSN (Online): 2319-7064 Index Copernicus Value (2013): 6.14 | Impact Factor (2013): 4.438

[43] Sira-Ramírez, H., Márquez, R., Rivas-Hechevarría, F. y Llanes-Santiago, O. Control de sistemas no lineales. Linealización aproximada, extendida y exacta. PERARSON EDUCATION, S. A. Madrid. 2005 ISBN: 84-205-4449-3.

[44] Kuo, B. Sistemas de Control Automático, Séptima Edición. 1996 Prentice-Hall Hispanoamérica S.A

[45] Valencia Palomo, G. Aplicación del Control Predictivo Multivariable a una columna de destilación binaria. CENIDET. México. Diciembre 2006

[46] Clarke, D.W. and Morari, C. Generalized Predictive Control. Automatica 25(6), 859-875 1989.

[47] Atherton, D. P. Course on Dynamics of multidisplicinary and controlled Systems Part IV Nonlinear Control Systems. University of Sussex. 2004

[48] Rivera, D. E., Manfred M. Skogestad, S. Internal Model Control. 4. PID Controller Design. Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev. 1986, 25, 252-265

[49] Saxena S and Hote Y. Advances in Internal Model Control Technique – A Review and Future Prospects. IETE Technical Review.VoL 29.ISSUE 6.Nov-Dec 2012