



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

COMPONENTE TEORICO	
TEMA 1	
TEMA 2	
TEMA 3	
TEMA 4	
TEMA 5	
TEMA 6	
TOTAL (sobre 100)	

AÑO: 2018 - 2019	PERIODO: PRIMER TÉRMINO
MATERIA: ECUACIONES DIFERENCIALES	PROFESORES: Jennifer Avilés, José Castro, C. Mario Celleri, Antonio Chong, David De Santis, Liliana Pérez, Eduardo Rivadeneira, Hernando Sánchez, Emilk Sempértégui.
EVALUACIÓN: TERCERA	FECHA: 10 SEPTIEMBRE 2018

COMPROMISO DE HONOR

Yo, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que NO puedo usar calculadora ni equipos electrónicos, que sólo puedo usar lápiz o esferográfico, que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción de esta evaluación y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que haya traído conmigo. Además, reconozco que no debo consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación y que los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma: _____ **NÚMERO DE MATRÍCULA:** _____ **PARALELO:** _____

Tema 1 (20 Puntos: 2 Puntos cada literal)

Complete las siguientes frases, para lo cual NO es necesario justificar las respuestas.

- a) $f(x) = x^m$ es solución de la ecuación $\frac{dy}{y} = 2 \frac{dx}{x}$ si el valor de m es igual a _____.
- b) La ecuación diferencial $(-x + 2y - 1)dy + (-3x + 2y + 2)dx = 0$ se transforma en una ecuación de la forma $y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$ al realizar los cambios de variable $x = u + h$ y $y = v + k$ donde las constantes h y k deben ser iguales a _____ y _____ respectivamente.
- c) Un ejemplo de una ecuación diferencial de orden 3 que sea de grado 4 es _____.
- d) La solución particular de $y'''(x) + 2y''(x) + y'(x) = e^{-x} \text{sen}(x)$ usando el método de los coeficientes indeterminados se plantea de la forma _____.
- e) Un ejemplo de una ecuación de Cauchy-Euler de orden 4 es _____.
- f) Un ejemplo de una serie divergente de la forma $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ donde $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ es _____.
- g) Si $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ es una serie divergente y $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 2$, entonces de acuerdo al criterio de comparación en el límite se puede afirmar que la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ es _____.
- h) Si $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{b_{n+1}(x-2)^{n+1}}{b_n(x-2)^n} \right| = \infty$, el intervalo de convergencia de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} b_n(x-2)^n$ es _____.
- i) Si una serie de potencias en términos de la variable x es convergente para todo $x \in \mathbb{R}$ entonces su radio de convergencia es _____.
- j) Si $Y(s)$ es la transformada de Laplace de la función $f(t)$, y $y(0) = k$; $k \in \mathbb{R}$, entonces una expresión para la transformada de Laplace de $g(t) = t^2 f'(t)$ es _____.

Tema 2 (15 Puntos)

A un paciente se le aplica cierto medicamento cuya concentración en el flujo sanguíneo con respecto al tiempo cambia con una rapidez dada por $R(X) = A - BX$, tal que A, B son constantes positivas y $X(t)$ es dicha concentración a los t minutos. Si el paciente nunca antes ha recibido este medicamento, determine el valor límite de su concentración cuando t crece indefinidamente ($t \rightarrow \infty$). Además, determine el intervalo de tiempo en el que el paciente debe recibir un segundo medicamento si éste se debe aplicar cuando la concentración del primer medicamento esté entre el 50% y 60% de su valor límite para que el paciente sobreviva.

Tema 3 (15 Puntos)

En algunas aplicaciones de ingeniería las ecuaciones de segundo orden de coeficientes constantes son muy comunes. Considerando las funciones $f(x) = \cot(x)$ y $g(x) = x^2$, obtenga la solución de cada una de las siguientes ecuaciones diferenciales:

a) $y''(x) + y(x) = f(x)$

b) $y''(x) + y(x) = g(x)$

c) $y''(x) + y(x) = f(x) + g(x)$

Tema 4 (15 Puntos)

Resuelva la ecuación diferencial de segundo orden $y'' + 2y = 0$, $y(0) = 5$, $y'(0) = 0$ por medio de series de potencia alrededor de $x_0 = 0$. Esta ecuación describe un sistema de masa-resorte sin amortiguación y sin fuerzas externas que intervengan en el movimiento.

Tema 5 (15 Puntos)

Halle la solución general del sistema $\begin{cases} x'_1 - x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 0 \\ x'_2 + 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 0 \\ x'_3 - 2x_1 - 2x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$ haciendo uso del método de valores y vectores propios.

Tema 6 (20 Puntos)

Determine la solución del siguiente problema de valor inicial:

$$y''(t) + 2y'(t) + y(t) = \delta(t)\cos\left(t - \frac{\pi}{3}\right) + \mu(t - \pi) ; y(0) = 0 ; y'(0) = 1$$