

**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**  
**INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS**  
**CÁLCULO INTEGRAL**

PRIMERA EVALUACIÓN

Julio 9 de 2010

NOMBRE.....

PARALELO: .....

TEMAS	NOTA
TEMA 1	
TEMA 2	
TEMA 3	
TEMA 4	
TOTAL EXAMEN	
DEBERES Y LECCIONES	
NOTA FINAL	

**CRITERIOS DE CALIFICACION**

1) Justificando sus respuestas, califique como VERDADERA o FALSA a cada una de las siguientes proposiciones:

a)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{i=1}^n \frac{4}{n} \left[ 3 \left( \frac{4i}{n} \right)^2 - 2 \left( \frac{4i}{n} \right) + 1 \right] = 52$  (5 puntos)

CRITERIO	PUNTAJE
Aplicar propiedades de linealidad del operador sumatoria	<b>1</b>
Expresar en términos de n las sumas $\sum_{i=1}^n i$ , $\sum_{i=1}^n i^2$ y $\sum_{i=1}^n 1$	<b>1.5</b>
Calcular el límite respectivo	<b>1.5</b>
Comparar y concluir que la proposición es VERDADERA	<b>1</b>

b) Si  $f$  es continua en  $[0, k]$  entonces  $\int_0^k f(x) dx = \int_0^k f(k-x) dx$  (5 puntos)

CRITERIO	PUNTAJE
Especificar la sustitución a realizar	<b>1</b>
A partir de la sustitución indicada, expresar el diferencial y los límites de integración con respecto a la nueva variable	<b>1.5</b>
Sustituir e intercambiar el orden de los límites de integración	<b>1.5</b>
Comparar y concluir que la proposición es VERDADERA	<b>1</b>

c)  $\int_{-2}^2 3x^2 + xe^{x^2} - x^5 \sqrt{1+x^8} dx = 16$  (5 puntos)

CRITERIO	PUNTAJE
Aplicar las propiedades de linealidad de la integral definida	<b>1</b>
Aplicar propiedad de simetría de la integral definida	<b>1.5</b>
Aplicar teorema fundamental del cálculo para evaluar la integral definida	<b>1.5</b>
Comparar y concluir que la proposición es VERDADERA	<b>1</b>

2) Obtenga las siguientes antiderivadas:

a)  $\int x^3 e^{-x^2} dx$

(5 puntos)

CRITERIO	PUNTAJE
Aplicar una sustitución adecuada como $t=x^2$ , especificando el respectivo diferencial	1
Aplicar integración por partes para lo cual debe identificar a u, du, dv y v	2
Integrar correctamente vdu	1
Expresar correctamente la respuesta en términos de la variable original	1

b)  $\int \frac{\text{sen}(x) \cos^3(x)}{1 + \cos^2(x)} dx$

(5 puntos)

CRITERIO	PUNTAJE
Identificar una sustitución adecuada como $t=\cos x$ , especificando el respectivo diferencial	1
Sustituir y realizar la división de polinomios obtenida	1
Antiderivar correctamente las dos expresiones obtenidas	2
Expresar correctamente la respuesta en términos de la variable original	1

c)  $\int \frac{x^2}{\sqrt{2-x^2}} dx$

(5 puntos)

CRITERIO	PUNTAJE
Identificar la sustitución trigonométrica a realizar, especificando el respectivo diferencial	1
Sustituir y simplificar.	0.5
Aplicar adecuada identidad trigonométrica a la expresión obtenida al simplificar	0.5
Antiderivar las dos expresiones obtenidas	2
Expresar correctamente la respuesta en términos de la variable original	1

d)  $\int \frac{x^2 - 3x + 1}{x(x^2 - 2x)} dx$

(5 puntos)

CRITERIO	PUNTAJE
Expresar correctamente la descomposición en fracciones parciales de la función dada	1
Calcular correctamente los coeficientes de la descomposición anterior.	1
Antiderivar las expresiones obtenidas	2
Expresar correctamente la respuesta en términos de la variable original	1

3) Calcule :

a)  $\int_{\ln 2}^{\ln 5} \frac{12}{e^{2x} + 16} dx$

(5 puntos)

CRITERIO	PUNTAJE
Identificar la sustitución a realizar, especificando el respectivo diferencial y los nuevos límites de integración	1
Aplicar fracciones parciales a la expresión obtenida o completar cuadrados en el denominador	1
Aplicar el teorema fundamental del cálculo a la(s) expresión(es) obtenida(s)	2
Expresar correctamente la respuesta	1

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} \text{sen}(t) dt}{x^4}$

(5 puntos)

CRITERIO	PUNTAJE
Aplicar la regla de L'hospital a la función dada (aplicar propiedad de la integral definida con respecto al límite superior), o Evaluar la integral definida del numerador y luego aplicar la regla de L'hospital	3
Calcular correctamente el límite correspondiente	2

- c) El precio promedio de la carne de res, durante los tres primeros meses del año, si los registros indican que,  $t$  meses después del principio del año, el precio de la carne de res en los supermercados locales era  $P(t) = 0.09t^2 - 0.2t + 1.6$  dólares por libra. (5 puntos)

CRITERIO	PUNTAJE
Aplicar el teorema del valor medio para la función precio en el intervalo $[0,3]$	2
Antiderivar correctamente	1
Evaluar correctamente la integral definida	1
Especificar el precio promedio de la carne de res	1

- 4) Utilizando la definición de la integral definida, calcule  $\int_1^4 2x - x^2 dx$  (10 puntos)

CRITERIO	PUNTAJE
Expresar la partición del intervalo cerrado $[1,4]$ , especificando $\bar{x}_i$ y $\Delta x_i$	2
Sustituir los parámetros obtenidos en la suma de Riemman, expresar en función de $n$ y simplificar la expresión obtenida en términos de $n$	5
Calcular el límite al finito de la suma de Riemman	2
Especificar correctamente el valor de la integral definida	1