

# ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

## INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS

### ECUACIONES DIFERENCIALES

SEGUNDA EVALUACIÓN Septiembre 3 de 2010

| CALIFICACIÓN        |  |
|---------------------|--|
| TEMA 1              |  |
| TEMA 2              |  |
| TEMA 3              |  |
| TEMA 4              |  |
| TEMA 5              |  |
| <b>TOTAL EXAMEN</b> |  |
| DEBERES Y LECCIONES |  |
| <b>TOTAL</b>        |  |

Nombre: .....

Paralelo: ..... # Matrícula: .....

1) TEMA 1

Utilizando series de potencias en  $x$  determinar la solución general de la siguiente ecuación diferencial:  $xy'' + 2y' - xy = 0$ , identificando las funciones elementales a las cuales converge las dos soluciones linealmente independientes. (14 puntos)

TEMA 2

a) Determinar la solución del problema de valor inicial:

$$y'' - 2y' + y - 2 \int_0^t y(u) du = 5; \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0, \quad t > 0$$

b) Demostrar que si  $f$  es una función periódica con periodo  $T$  y continua por tramos en el intervalo

$$0, T, \text{ entonces } L(f)(s) = \frac{\int_0^T e^{-st} f(t) dt}{1 - e^{-sT}} \quad (14 \text{ puntos})$$

TEMA 3

Calcular la intensidad de la corriente para cualquier tiempo  $t$  en un circuito RLC en serie cuyos componentes son: un resistor con una resistencia de  $2 \Omega$ , un inductor con una inductancia de  $1 H$ , y un capacitor con una capacitancia de  $1 F$ . Suponga que inicialmente no hay corriente en el circuito y que la entrada de voltaje al circuito, en voltios, está definida por la ecuación:

$$V(t) = \begin{cases} t, & t < 1 \\ 2 - t, & 1 \leq t \leq 2 \\ 0, & t > 2 \end{cases} \quad (14 \text{ puntos})$$

TEMA 4

Utilizando el método matricial, determinar la solución general del siguiente sistema de ecuaciones

$$\text{diferenciales: } X' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix} X \quad (14 \text{ puntos})$$

TEMA 5

$$\text{Para el siguiente modelo matemático } \begin{cases} 2 \frac{du}{dt} = \frac{d^2u}{dx^2} \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0; \quad t > 0 \\ u(x, 0) = \text{sen}(2x); \quad 0 < x < \pi \end{cases}$$

- a) Resolver la ecuación diferencial parcial determinando soluciones mediante variables separables.
- b) Identifique la solución del problema dado.

(14 puntos)