RÚBRICA DE CALIFICACIÓN DEL SEGUNDO EXAMEN

Materia: FLUJO DE FLUIDOS – FIMP08748 **Profesor:** David E. Matamoros C., Ph.D.
Semestre: I **Año Académico:** 2011 - 2012

1. En una industria embotelladora, se piensa llenar botellas plásticas de 300 cm³ de capacidad con agua pura a 20°C. El llenado de cada botella se lo realizaría a través de un tubo de 5 mm de diámetro interno. Estimar:

   a. El tiempo mínimo de llenado de cada botella considerando que el régimen de flujo a través de la tubería debería siempre ser laminar (Re ≤ 2300). (**6 PUNTOS**) **USAR 4 DECIMALES**

Datos:	
Diámetro interno tubo (mm)	5
Volumen de botella (cm³)	300
Viscosidad dinámica del agua (kg/m.s)	1×10^{-3}
Densidad del agua (kg/m³)	998

Determinación de la velocidad del fluido

Esta determinación se la realiza a partir de la ecuación del número de Reynolds, y asumiendo el valor límite de régimen laminar (Re = 2300)

$$Velocidad_{LLENADO} = \frac{\mathrm{Re}\,\mu}{\rho\, d} = \frac{(2300)\left(1\times10^{-3}\ {}^{kg}/_{m.s}\right)}{\left(998\ {}^{kg}/_{m^3}\right)\left(5\,mm\times\dfrac{1\,m}{1000\,mm}\right)}$$

$$Velocidad_{LLENADO} = 0.4609\ {}^{m}/_{s}$$

Determinación del Flujo Volumétrico de llenado

Esta determinación se la realiza con la ecuación de la continuidad.

$$Q_{LLENADO} = Velocidad_{LLENADO}\ A = \left(0.4609\ {}^{m}/_{s}\right)\left(\pi\frac{\left(5\times10^{-3}m\right)^2}{4}\right)$$

$$Q = 9.0502\times10^{-6}\ {}^{m^3}/_{s}$$

Determinación del tiempo de llenado

Esta determinación se la realiza con el valor anterior y la capacidad de una botella.

$$t_{LLENADO} = \frac{Volumen}{Q} = \frac{\left(300\,cm^3\times\dfrac{1\,m^3}{10^6\,cm^3}\right)}{9.0502\times10^{-6}\ {}^{m^3}/_{s}}$$

$$t_{LLENADO} = 33.1484\,\mathrm{s}$$

Criterio de Desempeño	**Nulo**	**En desarrollo**	**Completo**
	El estudiante…		
Determinación de la velocidad del fluido	…no realiza cálculo alguno (0 Punto)	…se equivoca en el cálculo de la velocidad (1 Punto)	…determina que la velocidad es de **0.4609 m/s** (2 Puntos)
Determinación del flujo volumétrico de llenado	…no realiza cálculo alguno (0 Punto)	…se equivoca en el cálculo del caudal (1 Punto)	…determina que el caudal es de **9.0502×10^{-6} m³/s** (2 Puntos)
Determinación del tiempo de llenado	…no realiza cálculo alguno (0 Punto)	…se equivoca en el cálculo del tiempo de llenado (1 Punto)	…determina que el tiempo de llenado es de **33.1484 s** (2 Puntos)

b. Considerando el dato anterior, que solamente hay un equipo de llenado, que el tiempo para que la siguiente botella vacía llegue al equipo después de llenada la botella anterior es de 1 segundo, y que el tiempo de trabajo efectivo es de 8 horas diarias ¿cuántas botellas diarias (el valor en decimales y el valor en números enteros) esa compañía embotelladora estaría en capacidad de distribuir? **NOTA: CONSIDERAR QUE NO SE PUEDE TRABAJAR MÁS ALLÁ DEL TIEMPO EFECTIVO DE TRABAJO PARA PROPÓSITOS DEL REDONDEO (5 PUNTOS)**

Determinación del tiempo total de llenado de una botella

$$t_{TOTAL} = t_{LLENADO} + t_{VIAJE} = 33.1484\ s + 1\ s$$

$$\boxed{t_{LLENADO} = 34.1484\ {}^{s}/_{botella}}$$

Cálculo del número de botellas que pudieran ser llenadas en 8 horas de trabajo

$$Número_{BOTELLAS} = \frac{8\ h \times \frac{3600\ s}{1\ h}}{34.1484\ {}^{s}/_{botella}}$$

$$\boxed{Número_{BOTELLAS} = 843.3777\ botellas}$$

Determinación del número de botellas que realmente pudieran ser llenadas

Ya que el trabajo efectivo va a ser realizado en máximo 8 horas y no más allá de eso. El redondeo del valor obtenido deberá ser hecho hacia abajo y no hacia arriba. No se pueden embotellar botellas en más de 8 horas, ni tampoco fracciones de botella. Por lo tanto, el máximo número de botellas llenadas en un día será de:

$$\boxed{Número_{BOTELLAS} = 843\ botellas}$$

Criterio de Desempeño	Nulo	En desarrollo	Completo
	El estudiante...		
Determinación del tiempo de llenado real	...no realiza cálculo alguno o se equivoca en el cálculo (0 Punto)	NO APLICA	...determina que el tiempo de llenado real es de **34.1484 s** (1 Punto)
Cálculo del número de botellas llenadas	...no realiza cálculo alguno (0 Punto)	...se equivoca en el cálculo (1 Punto)	...determina que el número real de botellas llenadas es de **843.3777 botellas** (2 Puntos)
Determinación número real de botellas llenadas	...no realiza cálculo alguno (0 Punto)	...se equivoca en el redondeo (1 Punto)	...estima que el valor real de botellas llenadas es de **843 botellas** (2 Puntos)

c. ¿A qué temperatura se debería embotellar el agua para que el tiempo de llenado sea de 1 minuto manteniendo el régimen de flujo laminar? Considerar el siguiente gráfico para responder esta pregunta **(7 PUNTOS) USAR 4 DECIMALES**

Determinación del caudal de llenado para el nuevo tiempo suministrado

$$Q = \frac{Volumen}{t} = \frac{\left(300\,cm^3 \times \frac{1\,m^3}{10^6\,cm^3}\right)}{\left(1\ \text{min} \times \frac{60\ s}{1\ \text{min}}\right)}$$

$$\boxed{Q = 5 \times 10^{-6}\ {}^{m^3}/_{s}}$$

Determinación de la velocidad de llenado para el nuevo tiempo suministrado

$$V_{LLENADO} = \frac{Q_{LLENADO}}{A} = \frac{5\times10^{-6}\ {}^{m^3}/_{s}}{\frac{\pi}{4}(0.005\ m)^2}$$

$$\boxed{V_{LLENADO} = 0.2546\ {}^{m}/_{s}}$$

Determinación de la viscosidad cinemática para el nuevo tiempo suministrado

A partir de la ecuación de Reynolds, se puede determinar la viscosidad cinemática

$$\nu = \frac{V\ d}{\mathrm{Re}} = \frac{(0.2546\ {}^{m}/_{s})(0.005\ m)}{2300}$$

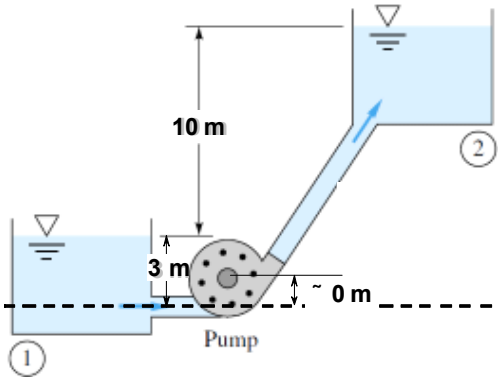
$$\boxed{\nu = 5.5358\times10^{-7}\ {}^{m^2}/_{s}}$$

Estimación de la temperatura del agua para el nuevo tiempo suministrado

Con el valor de la viscosidad cinemática determinada anteriormente y el gráfico suministrado en el ejercicio, se puede determinar que la temperatura del agua para el nuevo tiempo de llenado debería ser de:

$$\boxed{T \text{ está entre } 48°C \text{ y } 50°C}$$

Criterio de Desempeño	Nulo	En desarrollo	Completo
	El estudiante…		
Determinación del caudal de llenado para el nuevo tiempo suministrado	…no realiza cálculo alguno (0 Punto)	…se equivoca en el cálculo del caudal (1 Punto)	…determina que el nuevo caudal es de **5×10^{-6} m³/s** (2 Puntos)
Determinación de la velocidad de llenado para el nuevo tiempo suministrado	…no realiza cálculo alguno (0 Punto)	…se equivoca en el cálculo de la velocidad (1 Punto)	…determina que la nueva velocidad es de **0.2546 m/s** (2 Puntos)
Determinación de la viscosidad cinemática para el nuevo tiempo de llenado	…no realiza cálculo alguno (0 Punto)	…se equivoca en el cálculo de la viscosidad (1 Punto)	…determina que la viscosidad cinemática es **5.5358×10^{-7} m²/s** (2 Puntos)
Estimación de la temperatura necesaria para obtener el tiempo suministrado	… no realiza estimación alguna o se equivoca en la estimación a partir del gráfico (0 Punto)	NO APLICA	…estima correctamente a partir del gráfico que la temperatura del agua debe estar entre 48°C y 50°C (1 Punto)



2. La curva característica (Carga vs. Caudal) de una bomba centrífuga está dada por la ecuación adjunta. En un caso particular, la bomba impulsa agua a 20°C a través de una tubería de hierro fundido de 120 m de longitud (descarga + succión) y 30 cm de diámetro. La rugosidad del hierro fundido es de 0.26 mm. Despreciar pérdidas menores. La diferencia de niveles de agua entre el reservorio de descarga y el reservorio de succión es de 10 m.

$$H_{[m]} = -20\left(Q_{[m^3/s]} - 2\right)\left(Q_{[m^3/s]} + 2\right)$$

a. ¿Cuál será el flujo volumétrico resultante en el punto de operación de la bomba, en m³/s? (**13 PUNTOS**) **USAR 4 DECIMALES**.

Datos:	
Longitud de tubería (m)	120.00
Diámetro tubería (cm)	30.00
Viscosidad del agua a 20°C (kg/m.s)	1×10^{-3}
Densidad del agua a 20°C (kg/m³)	998
Rugosidad del hierro fundido (mm)	0.26

Definición de la ecuación de altura de bombeo para el sistema indicado

Aplicando Bernoulli en el gráfico indicado, tomando como puntos 1 y 2 los respectivos niveles de agua tanto en la succión como en la descarga, respectivamente, se tiene que:

- Presiones en puntos 1 y 2 se cancelan.
- Velocidades en ambos puntos son igual a cero

$$H_{BOMBA} = \left(Z_2 - Z_1\right) + h_f = \Delta Z + f\frac{L}{d}\frac{V^2}{2\,g} = \Delta Z + f\frac{L}{d}\frac{Q^2}{2\,g\,A^2} = \Delta Z + f\frac{L}{d^5}\frac{8\,Q^2}{g\,\pi^2}$$

$$H_{BOMBA} = (10\ m) + f\frac{(120\ m)}{(0.3\ m)^5}\frac{8\,Q^2}{g\,\pi^2}$$

$$\boxed{H_{BOMBA} = 10 + 4080.3386\ f\ Q^2}$$

Definición de la ecuación resultante de interceptar la curva característica de la bomba con la curva del sistema

El punto de operación de la bomba dentro del sistema propuesto resulta de la intersección de ambas curvas. Es decir, $H_{BOMBA} = H_{SISTEMA}$:

$$-20\left(Q-2\right)\left(Q+2\right) = 10 + 4080.3386\ f\ Q^2$$

$$-20Q^2 + 80 = 10 + 4080.3386\ f\ Q^2$$

$$4080.3386\ f\ Q^2 + 20Q^2 = 80 - 10$$

$$\boxed{f = \frac{70 - 20Q^2}{4080.3386\ Q^2}}$$

Determinación de una ecuación iterativa de Caudal a partir de la Ecuación de Colebrook y White

El factor de fricción f puede ser determinado de la Ecuación de Colebrook y White. En dicha ecuación, el factor de fricción depende de la rugosidad del material de la tubería, el diámetro de la tubería y el número de Reynolds del flujo:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log\left(\frac{\in / d}{3.7} + \frac{2.51}{\mathrm{Re}\sqrt{f}}\right)$$

El número de Reynolds del flujo puede ser determinado también en función del caudal:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho V d}{\mu} = \frac{\rho d Q}{\mu A} = \frac{4 \rho d Q}{\mu \pi d^2} = \frac{4\left(998\,{}^{kg}/_{m^3}\right)(0.3m)Q}{\pi (0.3m)^2 \left(1\times10^{-3}\,{}^{kg}/_{m.s}\right)}$$

$$\mathrm{Re} = 4235643.5522\,Q$$

Reemplazando las ecuaciones de Reynolds y de factor de fricción en la ecuación de Colebrook, se tiene:

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{70-20Q^2}{4080.3386\,Q^2}}} = -2.0 \log\left(\frac{(0.26\ mm)/(300\ mm)}{3.7} + \frac{2.51}{(4235643.5522\,Q)\sqrt{\frac{70-20Q^2}{4080.3386\,Q^2}}}\right)$$

$$\sqrt{\frac{Q^2}{70-20Q^2}} = -0.03131 \log\left(2.3423\times10^{-4} + \frac{3.7853\times10^{-5}}{\sqrt{70-20Q^2}}\right)$$

Determinación del Caudal de Operación de la bomba mediante iteraciones con la ecuación deducida anteriormente

El procedimiento involucra asumir un primer valor de Q, y obtener un nuevo valor de Q con la ecuación anterior. El error aceptable para las iteraciones es de 0.001. Despejando la ecuación anterior para que cumplir con esto tenemos:

$$Q_{final} = \sqrt{\frac{70\left[-0.03131 \log\left(2.3423\times10^{-4} + \frac{3.7853\times10^{-5}}{\sqrt{70-20Q_{inicial}^2}}\right)\right]^2}{1+20\left[-0.03131 \log\left(2.3423\times10^{-4} + \frac{3.7853\times10^{-5}}{\sqrt{70-20Q_{inicial}^2}}\right)\right]^2}}$$

- Ya que la curva característica de la bomba comprende caudales entre 0 y 2 m³/s, se procede a asumir un valor inicial de Q = 1 m³/s

$$Q_{final} = \sqrt{\frac{70\left[-0.03131 \log\left(2.3423\times10^{-4} + \frac{3.7853\times10^{-5}}{\sqrt{70-20(1)^2}}\right)\right]^2}{1+20\left[-0.03131 \log\left(2.3423\times10^{-4} + \frac{3.7853\times10^{-5}}{\sqrt{70-20(1)^2}}\right)\right]^2}} = 0.8459\,{}^{m^3}/_{s}$$

$$error_Q = \left|Q_{final} - Q_{inicial}\right| = \left|0.8459\,{}^{m^3}/_{s} - 1\,{}^{m^3}/_{s}\right| = 0.1541 \quad > \quad 0.001 \text{ seguir interando}$$

- Debido a que el error todavía es inadmisible, seguimos iterando. Este valor de Q = 0.8459 m³/s, ahora es usado como valor inicial. El nuevo valor de Q sería 0.8460 m³/s.

$$error_Q = \left|Q_{final} - Q_{inicial}\right| = \left|0.8460\,{}^{m^3}\!/_{s} - 0.8459\,{}^{m^3}\!/_{s}\right| = 0.0001 \quad < \quad 0.001 \text{ parar iteraciones}$$

Por lo tanto el valor de caudal aceptado para el punto de operación sería de:

$$Q_{OPERACIÓN} = 0.8460\,{}^{m^3}\!/_{s}$$

Criterio de Desempeño	Nulo	En desarrollo	Completo
	El estudiante…		
Definición de las condiciones de aplicación de la ecuación de Bernoulli	…no define condiciones (0 Punto)	NO SE APLICA	…aplica la ecuación de Bernoulli fijando condiciones de igualdad de presiones en punto 1 y 2, y que las velocidades en esos puntos son igual a cero. (1 Punto)
Determinación de la ecuación de la curva característica del sistema en función de factor de fricción *f* y caudal *Q*	…no determina la ecuación (0 Punto)	…se equivoca en la determinación de la ecuación (1 Punto)	…determina que la ecuación es $H_{BOMBA} = 10 + 4080.3386\, f\, Q^2$ (2 Puntos)
Determinación de la ecuación del factor de fricción *f* en función del caudal *Q* a partir de igualar las ecuaciones del sistema y de la bomba (suministrada)	…no determina la ecuación (0 Punto)	…se equivoca en la determinación de la ecuación (1 Punto)	…determina que la ecuación es $f = \frac{70 - 20Q^2}{4080.3386\, Q^2}$ (2 Puntos)
Determinación de la ecuación del Número de Reynolds en función del caudal *Q*	…no determina la ecuación (0 Punto)	…se equivoca en la determinación de la ecuación (1 Punto)	…determina que la ecuación es $\mathrm{Re} = 4235643.5522\, Q$ (2 Puntos)
Determinación de la ecuación iterativa de Caudal a partir de la ecuación de Colebrook y White, para las condiciones del sistema dado	…no determina la ecuación (0 Punto)	…se equivoca en la determinación de la ecuación (1 Punto)	…determina que la ecuación es $\sqrt{\frac{Q^2}{70 - 20Q^2}} = -0.03131 \log\left(2.3423\times10^{-4} + \frac{3.7853\times10^{-5}}{\sqrt{70 - 20Q^2}}\right)$ (2 Puntos)
Determinación del Caudal de Operación mediante iteraciones matemáticas	…no determina caudal alguno (0 Punto)	…se equivoca en la determinación matemática del caudal o estima el caudal por métodos gráficos (1 Punto)	… determina por iteraciones matemáticas que el caudal es de 0.846 m³/s (2 Puntos)

b. ¿Cuál será la altura de bombeo del sistema en el punto de operación de la bomba, en m? **(2 PUNTOS) USAR 4 DECIMALES**

En función de las ecuaciones determinadas anteriormente y el caudal estimado, se puede contestar esta pregunta. Se puede usar la ecuación de la curva característica del sistema como la ecuación de la curva característica de la bomba.

Determinación de Altura de Bombeo usando la ecuación de la curva de la bomba

$$H = -20(0.846 - 2)(0.846 + 2)$$

$$H_{OPERACIÓN} = 65.6857 \text{ m}$$

Determinación de Altura de Bombeo usando la ecuación de la curva del sistema

Para usar la ecuación de la curva del sistema, primero se necesita determinar el factor de fricción de la tubería. Esto se lo hace con la ecuación del factor de fricción determinada anteriormente.

$$f = \frac{70 - 20Q^2}{4080.3386\,Q^2} = \frac{70 - 20(0.846)^2}{4080.3386\,(0.846)^2}$$

$$\boxed{f = 0.0191}$$

Con este factor de fricción y el caudal obtenido, se usa la ecuación de la curva del sistema.

$$H_{BOMBA} = 10 + 4080.3386\,f\,Q^2 = 10 + 4080.3386\,(0.0191)(0.846)^2$$

$$\boxed{H_{OPERACIÓN} = 65.7789 \text{ m}}$$

La diferencia de valor obtenida entre las dos ecuaciones usadas es mínima debido a los redondeos usados en los cálculos.

Criterio de Desempeño	Nulo	En desarrollo	Completo
	El estudiante...		
Estimación de la altura de bombeo del sistema	...no estima la altura (0 Punto)	...se equivoca en el cálculo (1 Punto)	...calcula que la altura de bombeo del sistema está entre 65 y 66 m (2 Puntos)

c. ¿Cuál será la potencia de la bomba, en Caballos Fuerza (HP)? (**2 PUNTOS**) **USAR 4 DECIMALES**

$$P = \rho\, g\, Q\, H = \left(998\,{}^{kg}/_{m^3}\right)\left(9.81\,{}^{m}/_{s^2}\right)\left(0.846\,{}^{m^3}/_{s}\right)(65.6847\ m) = 544044.1345 \text{ watts} \times \frac{1 \text{ HP}}{745.699872 \text{ watts}}$$

$$\boxed{P_{BOMBA} = 729.5752\ HP}$$

Criterio de Desempeño	Nulo	En desarrollo	Completo
	El estudiante...		
Estimación de la potencia de la bomba	...no estima la potencia (0 Punto)	...se equivoca en el cálculo (1 Punto)	...calcula que la potencia de la bomba es de 729.57 HP (2 Puntos)

d. Determinar si en este sistema (bomba + tubería) se produce cavitación. Considerar que la presión atmosférica es de 101325 Pa y que la bomba tiene una velocidad específica (adimensional) de 0.4349. No considerar las pérdidas menores (**7 PUNTOS**) **USAR 4 DECIMALES**

Para que se produzca cavitación se debe tener que $NPSH_{DISPONIBLE} < NPSH_{REQUERIDO}$. Por lo tanto, se necesita comprobar esta hipótesis. Primero hay que calcular las pérdidas de carga por fricción de la tubería para el caudal de operación.

Determinación de la Pérdida por fricción en la succión (h_f) para el caudal de operación

La longitud de tubería en la succión es igual a 30 m. El caudal de operación es 0.846 m³/s, y el factor de fricción calculado es de 0.0191

$$h_{f\,\text{succión}} = f\,\frac{L}{d^5}\,\frac{8\,Q^2}{g\,\pi^2} = (0.0191)\frac{30\ m}{(0.3\ m)^5}\,\frac{8\left(0.846\,{}^{m^3}/_{s}\right)^2}{\left(9.81\,{}^{m}/_{s^2}\right)\pi^2}$$

$$\boxed{h_{f\,\text{succión}} = 13.9447 \text{ m}}$$

Determinación de la Carga Neta de Succión Positiva Disponible ($NPSH_{DISPONIBLE}$)

En la ecuación, el valor de Z1 es positivo ya que el reservorio de succión está por encima del nivel de la bomba.

$$NPSH_{disponible} = \frac{p_{atm}}{\gamma} + z_1 - h_{f\,\text{succión}} - \frac{p_V}{\gamma} = \frac{101325Pa - 2300Pa}{\left(9.81\,{}^{m}/_{s^2}\right)\left(998\,{}^{kg}/_{m^3}\right)} + (3m) - (13.9447m)$$

$$NPSH_{disponible} = -0.8302\,\text{m}$$

Determinación de la Carga Neta de Succión Positiva Requerida ($NPSH_{REQUERIDO}$)

Para una velocidad específica adimensional de 0.4349 y una altura de bombeo de 65.7789 m, se tiene que la carga neta de succión positiva requerida es de:

$$NPSH_{requerida} = \left(1.05\ N_s^{4/3}\right) H_{bomba} = 1.05\,(0.4349)^{4/3}(65.7789m)$$

$$NPSH_{requerido} = 22.7577\,\text{m}$$

Determinación del potencial de cavitación

La cavitación se produce cuando la $NPSH_{DISPONIBLE}$ es menor que la $NPSH_{REQUERIDA}$. En el presente caso:

$$NPSH_{disponible} \quad ? \quad NPSH_{requerido}$$

$$-0.8302 \quad < \quad 22.7577$$ Por lo tanto si hay cavitación

Criterio de Desempeño	Nulo	En desarrollo	Completo
	El estudiante...		
Estimación de la altura por pérdida de fricción en la tubería de succión	…no estima la altura por pérdida de fricción (0 Punto)	…se equivoca en el cálculo de la altura por pérdida de fricción en la tubería de succión (1 Punto)	…calcula que la altura por pérdida de fricción en la tubería de succión es 13.9447 m (2 Puntos)
Estimación de la carga neta de succión positiva de succión disponible	…no estima la $NPSH_{DISPONIBLE}$ (0 Punto)	…se equivoca en el cálculo de la $NPSH_{DISPONIBLE}$ (1 Punto)	…calcula que la $NPSH_{DISPONIBLE}$ es -0.8302 m (2 Puntos)
Estimación de la carga neta de succión positiva de succión requerida	…no estima la $NPSH_{REQUERIDO}$ (0 Punto)	…se equivoca en el cálculo de la $NPSH_{REQUERIDO}$ (1 Punto)	…calcula que la $NPSH_{REQUERIDO}$ es 22.7577 m (2 Puntos)
Determinación del potencial de cavitación	…no estima el potencial de cavitación o se equivoca en la estimación (0 Punto)	NO APLICA	…define correctamente que si hay un potencial de cavitacion, porque $NPSH_{DISPONIBLE} < NPSH_{DISPONIBLE}$ (1 Punto)