# Modelado de una Turbina Eólica de Velocidad Variable con Control de Ángulo de Calaje

Salcán Gabriela, Valarezo Mauricio, Urquizo Javier MSc. Facultad de Ingeniería Eléctrica y Computación Escuela Superior Politécnica del Litoral (ESPOL) Campus Gustavo Galindo, Km 30.5 vía Perimetral Apartado 09-01-5863. Guayaquil-Ecuador {gapasalc, ovalarez, jurquizo}@espol.edu.ec

# Resumen

Los sistemas de conversión eólica de velocidad variable requieren, para su interconexión con el sistema de potencia, de convertidores de frecuencia con complejos sistemas de control, los cuales permiten la optimización de la captura de energía mediante el control de velocidad y del ángulo de calaje. El presente artículo presenta la descripción de un sistema de generación eólica de menos de 1MW, compuesto por un generador síncrono de imanes permanentes, convertidores de frecuencia, sin caja multiplicadora; el modelo matemático de cada uno de los subsistemas que lo conforman: mecánico, aerodinámico, generador, rectificador e inversor, enlace de corriente continua; adicionalmente un modelo del viento. Así mismo, se realiza el estudio de la interconexión a la red, de los lazos de control necesarios para optimizar la captura de energía eólica dentro de un rango seguro de operación del aerogenerador; y, un detalle de los resultados obtenidos según la técnica de control empleada de acuerdo a las velocidades del viento.

Palabras Claves: Aerogenerador de velocidad variable, Generador síncrono de imanes permanentes, ángulo de calaje.

#### Abstract

Wind energy conversion systems of variable speed require, for interconnection with the power system, of frequency converters with complex control systems, which allow optimization of energy capture by controlling the speed and the pitch angle. This paper presents the description of a wind generation system less than 1 MW, which includes a permanent magnet synchronous generator, frequency converters, without gearbox; the mathematical model of each of the subsystems: mechanical, aerodynamic, generator, rectifier and inverter, DC link; in addition, a model of the wind. Also, it is done a study of the interconnection with the network, the control loops necessary to optimize wind energy capture within a safety operating range of the turbine; and a detail of the results obtained using the control technique according to wind speeds.

Keywords: Wind generator of variable speed, permanent magnet synchronous generator, pitch angle.

# 1. Introducción

Las energías limpias frenan el consumo de combustibles fósiles evitando el cambio climático. El rápido crecimiento de la industria dedicada a producir electricidad mediante energía eólica ha permitido la evolución de aerogeneradores con mayor rendimiento.

Las turbinas eólicas de velocidad variable con generador sincrónico de imanes permanentes presentan ventajas competitivas con respecto a los aerogeneradores de velocidad fija, tal como un mejor rendimiento aerodinámico, control de potencia de salida sin fluctuaciones, eliminación del sistema multiplicador, control de ángulo de las palas entre otras.

Nuestro propósito es analizar el comportamiento, ante distintos rangos de velocidad del viento incidente, de una turbina eólica de velocidad variable de menos de 1 MW de potencia con generador sincrónico de imanes permanentes y control de ángulo de calaje. Para ello se planteará un modelo matemático que represente a cada uno de los componentes de dicho aerogenerador, los cuales serán implementados en el software Matlab-Simulink, para su posterior análisis con respecto a la interconexión con el sistema de potencia.

### 2. Modelo del sistema

En esta sección se describe el modelo matemático de los componentes del aerogenerador en estudio. La obtención de las ecuaciones características de todos los componentes es de gran interés para el diseño de controladores.

#### 2.1. Modelo del viento

En este trabajo la velocidad del viento se calcula como la suma de dos componentes: la primera corresponde a un perfil de velocidad media que incide sobre el área del rotor y la segunda, denominada turbulencia, relacionada con las variaciones temporales que presenta la señal, siguiendo un comportamiento en frecuencia definido por el espectro de Kaimal [1].

La componente turbulenta de la velocidad del viento es caracterizado por la densidad del espectro de potencia:

$$S_t(f) = \frac{\sigma^2 Lt}{2 vo} \frac{1}{(1 + \frac{3}{2} \frac{Lt}{v0} f)^{5/3}}$$
(1)

Donde:

- f Frecuencia (Hz)
- Lt Longitud de escala de la turbulencia (mt)
- z Altura de la torre (mt)
- σ Desviación estándar de la velocidad del viento
- It Intensidad de turbulencia
- vo Velocidad media del viento (mt/s)



Figura 1. Modelo equivalente del viento

La intensidad de la turbulencia es definida como la desviación estándar de la variación de velocidad del viento alrededor de la velocidad media.

$$It = \frac{\sigma}{vo} \tag{2}$$

La escala de longitud es dependiente de la altura sobre la tierra del aerogenerador

$$Lt = \begin{cases} 20 * z & para \ z < 20 \ mt \\ 600 & para \ z > 20 \ mt \end{cases}$$
(3)

Para simular una serie temporal de turbulencia con espectro Kaimal, se utiliza una función de transferencia en el domino de Laplace con la siguiente expresión que representa una densidad de espectral de potencia aproximada a la de Kaimal:

$$H_{Kaimal}(s) = \sigma \sqrt{\frac{Lt}{vo}} \frac{0.0182c^2s^2 + 1.3653cs + 0.9846}{1.3463c^2s^2 + 3.7593cs + 1}$$
(4)

Para representar la velocidad del viento en Simulink, la velocidad del viento se puede sintetizar en la siguiente expresión matemática: (5)  $Veq(t) = v_0 + V_T(t) + rV_3(t) * cos(3\omega_m t) + iV_3(t) * sen(3\omega_m t)$ 

La función $V_T(t)$  se calcula aplicando un ruido blanco sobre la función de transferencia de Kaimal, seguida de la función de transferencia:

$$H_{V0}(s) = \frac{4,7869d_{TF}s + 0,9904}{7,6823d_{TF}^2s^2 + 7,3518d_{TF}s + 1}$$
(6)

Siendo

$$d_{TF} = \frac{R}{\nu o}$$
(7)

El modelo equivalente en Simulink se muestra en la Figura1

#### 2.2. Modelo aerodinámico

La potencia mecánica obtenida del viento es:

$$Pm = \frac{1}{2}\rho\pi R^2 Cp(\lambda,\beta)v^3 \tag{8}$$

Donde  $\rho$  es la densidad del viento en kg/m<sup>3</sup>; **R** es el radio, en metros ; **v** es la velocidad del viento en m/s; Cp es el coeficiente de potencia cuyo máximo valor es el límite de Betz, depende de la relación de la velocidad de punta de pala  $\lambda$  y el ángulo de calaje  $\beta$ , la siguiente ecuación fue tomada de [2]

$$Cp(\lambda,\beta) = c_1 \left(\frac{c_2}{\lambda_i} - c_3\beta - c_4\right) e^{\frac{-c_5}{\lambda_i}} + c_6\lambda$$
(9)

Con

$$\frac{1}{\lambda_i} = \frac{1}{\lambda + 0.08\beta} - \frac{0.035}{\beta^3 + 1}$$
(10)

$$\lambda = \frac{\omega R}{v} \tag{11}$$

El valor máximo de Cp se obtiene para  $\beta=0^{\circ}$  y el valor de  $\lambda$  en dicho punto se denomina  $\lambda_{opt}$ .

El par en una turbina eólica es igual a la potencia mecánica sobre la velocidad angular.

$$\tau_r = \frac{1}{2\omega} \rho \pi R^2 C p(\lambda, \beta) v^3 \tag{12}$$

**2.2.1. Modelo equivalente del ángulo de calaje.** El modelo del servomecanismo responsable de la variación del ángulo de calaje se lo representa mediante una función de transferencia de primer orden, con una constante de tiempo Tservo en un rango de operación entre 0° a 30°. La relación de cambio no debe exceder a  $\pm 10$  deg/s.



Figura 2. Modelo equivalente del viento

#### 2.3. Modelo mecánico

Debido al no uso de caja multiplicadora, se puede considerar el conjunto palas-buje, generador como un

sistema de dos masas, tal como se muestra en la Figura 3. La ecuación siguiente representa al sistema mecánico:

$$J\frac{d\omega_m}{dt} = \tau_r - \tau_e \tag{13}$$

Donde J es el momento de inercia total,  $\omega_m$  la velocidad mecánica equivalente, Tm el torque mecánico y Te el torque eléctrico, se despreció la fricción.



Figura 3. Modelo de 2 masas del sistema mecánico

El modelo en pequeña señal del torque mecánico es

$$\widetilde{\tau_r} = \frac{\partial \tau_r}{\partial \omega_m} \Big|_{ss.} \widetilde{\omega_m} + \frac{\partial \tau_r}{\partial v} \Big|_{ss.} \widetilde{v} + \frac{\partial \tau_r}{\partial \beta} \Big|_{ss.} \widetilde{\beta}$$
(14)

Desarrollando la expresión, y considerando el modelo del torque eléctrico, encontramos la siguiente ecuación, la cual muestra que la velocidad sería muy difícil de no establecer ciertos rangos de control, como se indica en la sección 3. (15)

$$\widetilde{\omega}_m = \frac{\frac{\partial \tau_r}{\partial \omega_m} \Big|_{ss} \cdot \widetilde{\omega_m} + \frac{\partial \tau_r}{\partial \omega_m} \Big|_{ss} \cdot \widetilde{v} + \frac{\partial \tau_r}{\partial \beta} \Big|_{ss} \cdot \widetilde{\beta} - \frac{3}{2} p \Psi_m \widetilde{t}_q}{Js}$$

# **2.4.** Modelo del generador síncrono de imanes permanentes

El modelo del generador se realizará en el marco de referencia dq0, por simplificación del control <sup>3</sup>. La ecuación que representa los voltajes de fase del generador en el sistema trifásico, en forma vectorial es:

$$\vec{v}_{abc} = -r_s \cdot \vec{i}_{abc} + \frac{d \vec{\Psi}_{abc}}{dt}$$
(16)

Donde  $\vec{v}_{abc}$  es el vector de tensiones resultantes del generador,  $r_s$  es una matriz que representa la resistencia equivalente del bobinado en cada fase,  $\vec{l}_{abc}$  es el vector de corrientes en el estator y  $\vec{\Psi}_{abc}$  es el vector flujo, el cual está compuesto por el flujo creado por los imanes permanentes, y por el flujo autoinducido debido a las corrientes e inductancias en cada fase. Aplicando la matriz de transformación

$$T = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \sin(\theta) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$
(17)

a la ecuación vectorial de voltajes, se obtienen los voltajes equivalentes en el eje directo y de cuadratura:

$$v_{d} = r_{s}i_{d} - \omega L_{q}i_{q} + L_{d}\frac{dt_{d}}{dt}$$

$$v_{q} = r_{s}i_{q} + \omega L_{d}i_{d} + L_{q}\frac{di_{q}}{dt} + \omega\Psi_{m}$$
(18)

Pasando estas ecuaciones al modelo de pequeña señal, considerando la variación de velocidad angular igual a cero –por ser una variable mecánica y lenta- y despejando para las corrientes, se tiene:

$$\widetilde{\iota_d} = \frac{\widetilde{v_d} + \Omega L_q \widetilde{\iota_q}}{L_d s + r_s}$$

$$\widetilde{\iota_q} = \frac{\widetilde{v_q} - \Omega L_d \widetilde{\iota_d}}{L_q s + r_s}$$
(19)

Desacoplando las corrientes entre sí, se obtienen las funciones de transferencia que relaciona corrientes y voltajes en el marco de referencia síncrono.

$$\frac{\widetilde{\iota_d}}{\widetilde{v_d}} = \frac{1}{L_d s + r_s}$$

$$\frac{\widetilde{\iota_d}}{\widetilde{v_d}} = \frac{1}{L_d s + r_s}$$
(20)

La potencia eléctrica del GSIP y el torque eléctrico desarrollado se definen como:

$$P_{e} = \frac{3}{2} \left[ v_{d} i_{d} + v_{q} i_{q} \right]$$
(21)

El modelo en pequeña señal del torque eléctrico y considerando el caso de inductancias síncronas y de cuadratura iguales, tenemos:

$$\tilde{\tau}_e = \frac{3}{2} p \Psi_m \tilde{\iota}_q \tag{22}$$

# 2.5. Modelo de los convertidores de potencia

La representación de un convertidor trifásico en el modelo de estados promedios está dada por las siguientes ecuaciones:

$$\overline{V}_{a} = \frac{V_{DC}}{2} + m \frac{V_{DC}}{2} \sin(\omega t + \theta)$$

$$\overline{V}_{b} = \frac{V_{DC}}{2} + m \frac{V_{DC}}{2} \sin(\omega t + \theta - \frac{2\pi}{3})$$

$$\overline{V}_{c} = \frac{V_{DC}}{2} + m \frac{V_{DC}}{2} \sin(\omega t + \theta + \frac{2\pi}{3})$$

$$\overline{V}_{n} = \frac{V_{DC}}{2}$$

$$\overline{V}_{an} = \overline{V}_{a} - \overline{V}_{n} = m \frac{V_{DC}}{2} \sin(\omega t + \theta)$$
(23)

Donde  $m.sin(\omega t+\theta)$  es la señal de control o moduladora de la fase a, las fases b y c tienen la misma amplitud pero se encuentran desfasadas 120°.

#### 2.6. Modelo de la modulación PWM

La función de transferencia en el dominio de Laplace que representa al modulador PWM está dada por la ecuación a continuación, donde Vpp es la amplitud pico a pico de la señal portadora, D es el ciclo de trabajo y Ts es el periodo de muestreo de la señal de control [4].

$$Gpwm = \frac{1}{2Vpp} (e^{-S(1-D)T_s} + e^{-SDT_s})$$
(24)

Lo que representa un tiempo muerto o retardo dependiente del tiempo de muestreo, el cual es pequeño, por lo que el retardo podría considerarse insignificante.

#### 2.7. Modelo de la red

Interconectar la turbina eólica con la red, implica el uso de cables de transmisión desde el aerogenerador hasta el punto de común acoplamiento, que puede ser una subestación, así mismo, de transformadores de elevación y reducción y de filtros de corriente para entregar energía de calidad. Todo esto añade impedancia al modelo del equivalente Thèvenin de la red.



Figura 4. Modelo equivalente de la red, desde los terminales del inversor

Observando la Figura 4, se plantea la ecuación que representa los voltajes trifásicos en los terminales del inversor.

$$\vec{v}_{abc\_inv} = r_{red} \cdot \vec{l}_{abc\_inv} + L_{red} \frac{d \cdot \vec{l}_{abc\_inv}}{dt} + \vec{e}_{abc\_red}$$
 (25)

Aplicando la matriz de transformación de abc a dq0, se obtienen los voltajes en el eje directo y de cuadratura.

$$v_{d\_inv} = r_{red} i_{d\_inv} + L_{red} \frac{d i_{d\_inv}}{d t} - \omega L_{red} i_{q\_inv} + e_d$$

$$v_{q\_inv} = r_{red} i_{q\_inv} + L_{red} \frac{d i_{q\_inv}}{d t} + \omega L_{red} i_{d\_inv} + e_q$$
(26)

Las siguientes ecuaciones representan el modelo en pequeña señal, desacoplando las corrientes.

$$\frac{\tilde{l}_{d\_inv}}{\tilde{v}_{d\_inv}} = \frac{1}{L_{red} s + r_{red}}$$

$$\frac{\tilde{l}_{d\_inv}}{\tilde{v}_{q\_inv}} = \frac{1}{L_{red} s + r_{red}}$$
(27)

# 3. Control del Sistema de generación eólica 3.1. Estrategias de control

Como la entrada del sistema es la velocidad del viento, en función de esta variable se definen tres zonas de trabajo de tal modo que se aproveche de forma óptima la energía cinética del viento, con este control se establece el valor de referencia de velocidad.

Tabla 1. Regiones operativas del aerogenerador

Región del Viento	ω <sub>m</sub>	$ au_r$	Velocidad de giro en el eje	β
Velocidades Bajas	$< \omega_{m_{\rm NOM}}$	$< \tau_{r_{\rm NOM}}$	variable	0°
Velocidades Intermedias	= ω <sub><b>m</b><sub>NOM</sub></sub>	$< \tau_{r_{\rm NDM}}$	fija	0°
Velocidades Altas	= ω <sub><b>m</b><sub>NOM</sub></sub>	= $\tau_{r_{\text{NDM}}}$	fija	variable

**3.1.1. Velocidades bajas.** El objetivo de control en esta zona de trabajo es extraer tanta energía del viento como sea posible ya que no se sobrepasan los valores nominales del sistema, por lo tanto se trabajará en el punto óptimo del aerogenerador.

**3.1.2. Velocidades intermedias.** En estas condiciones el objetivo de control del sistema es seguir aumentando el valor de potencia extraída, por medio del incremento del par desarrollado por la turbina, manteniendo la velocidad de rotación nominal.

**3.1.3. Velocidades altas.** se debe restringir el crecimiento del valor de potencia por encima de su nominal, para ello se recurre al control del ángulo de calaje de las palas de tal forma que el par desarrollado de la turbina sea igual al torque nominal del generador, en estas condiciones el objetivo de control es mantener al sistema en su funcionamiento nominal.



Figura 5. Curvas de potencia y velocidad mecánica respecto a la zona de trabajo.

#### 3.2. Diseño del sistema de control

La Figura 6 muestra el sistema de control, el cual se divide en dos secciones: la primera corresponde a los controles que afectan la parte del generador, que incluye un control en cascada donde se controla la velocidad mecánica mediante un lazo externo siguiendo las estrategias de control tratadas en la sección 3.1, el lazo interno corresponde a la regulación de las corrientes del generador en el marco de referencia síncrono, donde el principal objetivo es que el sistema no supere sus valores nominales y se aproveche de la mejor manera la energía del viento; y la segunda a los controles que regulan la variación de voltaje en la interconexión con la red, incluye un lazo externo a fin de mantener la tensión del capacitor en su valor de consigna, mediante la regulación de corrientes en la etapa inversora. La Figura 7 muestra el lazo de corrientes mientras que la Figura 8 el de velocidad.







Figura 7. Lazo interno de control de corrientes



Figura 8. Control en cascada de velocidad

Para realizar el control de la velocidad de rotación, en velocidades bajas e intermedias de viento se usa la función de transferencia (28) mientras que para velocidades altas la función expresada en (29). Con este control se obtiene  $i_q$  de referencia, mientras que  $i_d$ tendrá un valor fijo de cero.

$$\frac{\widetilde{\omega}_m}{\widetilde{\iota}_q} = \frac{-\frac{3}{2}p\Psi_m}{J_S - \frac{\partial\tau_r}{\partial\omega_m}}\Big|_{ss}$$
(28)

$$\widetilde{\widetilde{\beta}}_{m} = \frac{\frac{\partial \tau_{r}}{\partial \beta} \big|_{ss}}{Js - \frac{\partial \tau_{r}}{\partial \omega_{m}} \big|_{ss}}$$
(29)

La función de transferencia usada para calcular el controlador del voltaje en el enlace de CC está expresada en (33), ecuación a la que se llega planteando un balance de energía, potencia (30) y considerando que el voltaje a la salida del inversor es aproximadamente igual al voltaje de la red. El valor de referencia de  $i_q$  es cero, puesto que se quiere un factor de potencia lo más cercano a 1 posible.

$$P_{DC\_Link} = P_{gen} - P_{red}$$
(30)

$$C\frac{dv_{DC}}{dt}v_{DC} = P_{mec} + \frac{3}{2} (v_{d_{inv}}i_{d_{inv}} + v_{q_{inv}}i_{q_{inv}}) (31)$$

$$C \frac{d\tilde{v}_{DC}}{dt} \tilde{v}_{DC} \approx -\frac{3}{2} \left( E_{d_{inv}} \tilde{\iota}_{d_{inv}} \right)$$
(32)

$$\frac{C\tilde{v}_{DC}^{2}}{\tilde{\iota}_{d\_inv}} = -\frac{3E_{d\_inv}}{s}$$
(33)

### 4. Resultados de la simulación

Para la simulación del modelo matemático obtenido a partir de las ecuaciones aquí desarrolladas, se emplearon valores de la referencia [2], de catálogos de turbinas eólicas [5] y valores calculados a partir de ellos.

# Repositorio de la Escuela Superior Politécnica del Litoral Artículo Tesis Grado



Figura 9. Velocidades bajas del viento



Figura 10. Respuesta de la Velocidad rotacional frente a variaciones de la velocidad del viento en zona de velocidades bajas



Figura 11. Velocidades intermedias del viento



**Figura 12.** Respuesta de la Velocidad rotacional frente a variaciones de la velocidad del viento en zona de velocidades intermedias



Figura 13. Respuesta de la Velocidad rotacional frente a variaciones de la velocidad del viento en zona de velocidades altas







**Figura 15.** Respuesta de corrientes en el lado de la red: a) id, b) iq frente a un cambio tipo escalón en t=1s de la potencia de entrada al inversor



Figura 16. Respuesta del voltaje en el enlace CC frente a un cambio tipo escalón en t=1s de la potencia de entrada al inversor



Figura 17. Voltajes trifásicos en el punto de común acoplamiento



**Figura 18.** Respuesta de la potencia eléctrica activa y reactiva obtenida de la turbina eólica, frente a una disminución tipo escalón de la potencia de entrada al inversor, en t=1s

De los resultados obtenidos observamos que los métodos de control han sido adecuados, puesto que las variables controladas se han aproximado bastante bien a las señales de referencia.

La simulación se la realizó en partes, comprobando cada una de las secciones mencionadas en la sección 3.2. de manera independiente. Esto se puede realizar sin ningún inconveniente, debido a que el lado de la red involucra transitorios netamente eléctricos, mientras que el lado del generador incluye transitorios mecánicos y eléctricos.

# 9. Conclusiones

- Al momento de desarrollar las ecuaciones fue importante tener un conocimiento cualitativo de la turbina eólica, no así de un conocimiento cuantitativo; de esta manera el modelo dinámico desarrollado puede servir para representar y simular a cualquier turbina con características semejantes.

- Para poder realizar una correcta simulación fue importante tener los datos reales de un aerogenerador, los cuales no fueron fáciles de obtener por el casi reciente desarrollo de la fabricación de las turbinas eólicas y por ende la confidencialidad de los fabricantes. Los datos usados en esta tesina fueron obtenidos de las especificaciones de fabricantes y los restantes mediante cálculos basados en las ecuaciones que representan al sistema.

- Los modelos desarrollados fueron implementados en Matlab-Simulink y se analizó la respuesta del lado del generador frente a las variaciones del viento, observando que los métodos de control para las diferentes zonas de funcionamiento fueron los adecuados. El lado de la red se estudió realizando variaciones en la potencia mecánica de entrada, representando de esta manera la variación que produciría el viento.

#### **10. Recomendaciones**

- Un programa de simulación es más rápido cuando se hace la simulación de manera discreta, por lo cual, sería recomendable que en un posterior trabajo se halle el modelo del viento en forma discreta.

- Es muy importante para una simulación tener datos reales del sistema a representar, que se puedan comprobar, por lo que es recomendable, realizar nuevamente la simulación si se obtienen dichos datos.

### 11. Referencias

- [1] GONZALEZ, H. Diseño de un controlador LQR para una turbina de velocidad variable, Universidad Autónoma de Bucaramanga, 2008.
- [2] HEIER, S. Grid Integration of Wind Energy Conversion Systems, Wiley, 2006.
- [3] KRAUSE, P. Analysis of electrical machinery, IEEE Press, 2002
- [4] VAN DE SYPE, D. MELKEBEEK, J. VAN DEN BOSSCHE, A. Small-Signal Laplace-Domain Analysis of Uniformly-Sampled Pulse-Width Modulators, IEEE Press, 2004.
- [5] LEITWIND, Technical Datasheet LTW86 / 1500, <u>http://en.leitwind.com/Products-</u> <u>Services/Product-Overview/LTW86-1500</u>, fecha de consulta: Junio 2011