

# **Análisis de la extracción de la tendencia de una serie de tiempo mediante del uso del filtro de Hodrick Prescott con una aplicación al IPCO**

Antonio Ramírez A.<sup>1</sup>, John Ramírez.<sup>2</sup>  
Instituto de Ciencias Matemática<sup>1</sup>  
Escuela Superior Politécnica del Litoral<sup>1</sup>  
Campus “Galindo Velasco” – Km. 30.5 Vía Perimetral (Contiguo a Ceibos Norte), Guayaquil, Ecuador<sup>1</sup>  
[caza\\_duva@hotmail.com](mailto:caza_duva@hotmail.com)<sup>1</sup>  
Msc. en Estadística aplicada<sup>2</sup>  
Escuela Superior Politécnica Nacional (Quito)<sup>2</sup>  
Profesor Titular del ICM<sup>2</sup>  
[jramirez@espol.edu.ec](mailto:jramirez@espol.edu.ec)<sup>2</sup>

## **Resumen**

La tesis tiene como objetivo exponer de manera breve la metodología del filtro Hodrick Prescott como herramienta útil para el análisis de extracción de tendencia. También se repasan propiedades matemáticas del filtro H-P, para comprender que aspectos se deben considerar. Como aplicación del filtro, se analizan series con periodicidad mensual (IPCO, IPC, y las exportaciones de banano, cacao y flores) y se concluye que el parámetro de suavidad  $\lambda$  para series mensuales en la economía ecuatoriana es 1600.

**Palabras Claves:** *Serie original, tendencia, parámetro de suavidad, periodicidad mensual.*

## **Abstract**

*The thesis briefly explains the Hodrick Prescott filter's methodology, which has become a very useful tool as a method for trend extraction. Some mathematic properties of Hodrick-Prescott filter are also reviewed, in order to Understand the aspects that it should consider. I applied the filter to monthly series (IPCO, IPC, and bananas cacao flower exportations). Although the smoothing parameter,  $\lambda$ , that the filter H-P uses in Ecuadorian time series is 1600.*

## 1. Introducción

El objetivo primordial de este trabajo es presentar una metodología alternativa para la extracción de la tendencia de una serie de tiempo. Dicha metodología se fundamenta en el denominado "Filtro de Hodrick-Prescott", el cual permite obtener una mejor estimación del componente de tendencia que puede ser útil en diversas investigaciones, además de facilitar una mejor aproximación del componente cíclico, aspecto de gran utilidad en ciertos estudios de los ciclos de las series de tiempo.

Este método ha cobrado mucha popularidad entre los modelos de series temporales en los últimos años, ya que permite obtener una representación no lineal suavizada de un conjunto de datos también conocido como una serie de tiempo. El disponer de esta técnica de extracción de tendencia abre nuevas posibilidades especialmente en el estudio de muchos índices económicos de un país; en particular como se demostrará en el último capítulo de esta tesis, mediante la aplicación de dicha técnica, la misma que se empleará para obtener la tendencia del índice de precios de los materiales, equipos y maquinarias de la construcción, IPCO, el mismo que facilitará a las empresas constructoras la elaboración de sus presupuestos.

Cuando se realiza un análisis de series de tiempo es preferible trabajar únicamente con el componente de tendencia eliminando de la misma el efecto de los componentes: estacional, irregular e inclusive cíclico, por lo tanto uno de los primeros aspectos que se deben tomar en cuenta es emplear el método de descomposición para series temporales. (Extracción de señales).

Por tal razón, los expertos en el campo que se está explorando, a través de los años, se han encontrado con el problema de cómo estimar solamente el componente tendencial de un conjunto de datos, ya que si bien existen software de computación especializados en la descomposición de las series (como el X12-ARIMA)<sup>1</sup>, los mismos que solamente

---

<sup>1</sup> Método alternativo de desestacionalización basado en promedios móviles que incorpora algunas mejoras respecto

permiten obtener estimaciones de la tendencia-ciclo, la estacionalidad y el componente irregular pero no permiten separar la tendencia y el ciclo; sin embargo hoy en día existen otros métodos, como el propuesto anteriormente, filtro de Hodrick-Prescott, por medio del cual se puede extraer exclusivamente la tendencia, componente que interesa identificar.

En efecto, se consideró fundamental examinar el filtro H-P debido a que en muchos estudios realizados en países desarrollados<sup>2</sup> han empleado este método para la extracción del componente de tendencia que es muy útil en diversas investigaciones, generando resultados satisfactorios, los mismos que han permitido que esta técnica pueda ser aplicada en estudios futuros, donde sea necesario extraer los componentes tanto de tendencia como el ciclo por separado, además es importante ampliar constantemente la gama de técnicas estadísticas disponibles para un análisis de series de tiempo y finalmente se encontrarán los parámetros de suavidad que se necesitan al utilizar el filtro Hodrick-Prescott para calcular la tendencia de las variables económicas con periodicidad mensual del Ecuador.

A continuación se presenta el desarrollo matemático del filtro de Hodrick-Prescott para la extracción de la tendencia de una serie, indicando su evolución y justificando las demostraciones indispensables para la comprensión de su ejecución.

## 2. Deducción matemática del filtro H-P

### 2.1. Títulos de segundo-orden

---

*al programa X12 ARIMA, como por ejemplo entre sus innovaciones se encuentran procedimientos basados en modelos como Seats, el cual supone un modelo ARIMA para cada uno de los componentes de la serie de tiempo de interés.*

<sup>2</sup> Estados Unidos, España, Reino Unido, Suiza y Chile

El filtro propuesto por Hodrick-Prescott es una herramienta matemática el cual tiene su origen en el método conocido como "Whittaker-Henderson de tipo A<sup>3</sup>", método usado primero por actuarios para suavizar las tablas de mortalidad, aunque también ha sido de utilidad en astronomía y balística.

Sea  $y_t$  una serie de tiempo para  $t = 1, 2, \dots, T$ .

Si  $\tau_t$  es la tendencia de esta serie, entonces la medida de las fluctuaciones cíclicas o también conocido como el componente irregular, que no es más que las diferencias entre la serie original y su respectiva tendencia, están dadas por:

$$C_t = y_t - \tau_t$$

Por lo tanto Hodrick-Prescott proponen que el componente de tendencia de una serie es determinado al minimizar la siguiente función:

$$\sum_{t=1}^T (y_t - \tau_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} [(\tau_{t+1} - \tau_t) - (\tau_t - \tau_{t-1})]^2$$

Efectuando cálculos matemáticos a la función anterior se obtiene otra manera resumida de expresarla, cuyo resultado se aprecia a continuación con la particularidad de que la sumatoria de la segunda diferencia del componente de tendencia empieza en  $t=3$  con la finalidad de evitar tener tiempos negativos como consecuencia de la pérdida de las primeras observaciones al diferenciar la serie original.

$$\text{Min} \sum_{t=1}^T C_t^2 + \lambda \sum_{t=3}^T (\Delta^2 \tau_t)^2$$

Siendo el primer término de la función a minimizar la sumatoria de las desviaciones de la serie original respecto a la tendencia elevadas al cuadrado,  $c^2 = (y_t - \tau_t)^2$  la misma proporciona una medida

<sup>3</sup> Metodología complementaria generalmente a métodos empleados en la ciencia actuarial como: Greville y Reed - Merrell, para suavizar las probabilidades de muerte de un colectivo con la finalidad de construir su tabla de mortalidad completa.

del grado de ajuste de las series<sup>4</sup>, mientras que el segundo término posee un parámetro positivo,  $\lambda$ , que multiplica a la suma de cuadrados de las segundas diferencias de los componentes de tendencia y representa una medida del grado de suavidad. En general este modelo permite que el componente de tendencia de la serie original  $y_t$  cambie suavemente a lo largo del tiempo.

Para entender mejor el desarrollo matemático del filtro de H-P es necesario representar a la función a minimizar en forma matricial:

$$\text{Min } C' C + \lambda (A\tau)' (A\tau)$$

Para efectos prácticos y una mejor deducción del filtro reemplazamos a la función en la siguiente expresión:

$$\text{Min } F + \lambda S$$

Donde  $F$  representa al primer término y  $S$  el segundo; posteriormente para obtener el mínimo de la función hay que determinar los extremos relativos de  $F + \lambda S$  derivando e igualando a cero para despejar y:

$$Y = (I + \lambda A' A) \tau$$

Como la matriz  $(I + \lambda A' A)$  está definida positiva se puede despejar la  $\tau$ :

$$\tau = (I + \lambda A' A)^{-1} Y$$

La ecuación define el filtro que asocia la tendencia a la serie dependiendo de  $\lambda$ .

Los creadores del filtro recomiendan emplear un parámetro de suavidad igual a 14400 para series con periodicidad mensual; de 1600 para series trimestrales y  $\lambda$  de 10 para datos anuales. Aunque esos valores fueron fijados para la economía norteamericana.

<sup>4</sup> Nótese que,  $\sum (y_t - \tau) = 0$  siempre, es decir, que la tendencia calculada pasa por el centro de la serie original

A continuación se determinará el parámetro de suavidad para variables económicas ecuatorianas, donde se empleará el filtro de estudio al IPCO, IPC, y algunas variables de importancia mundial para el Ecuador: exportaciones de banano, cacao y flores.

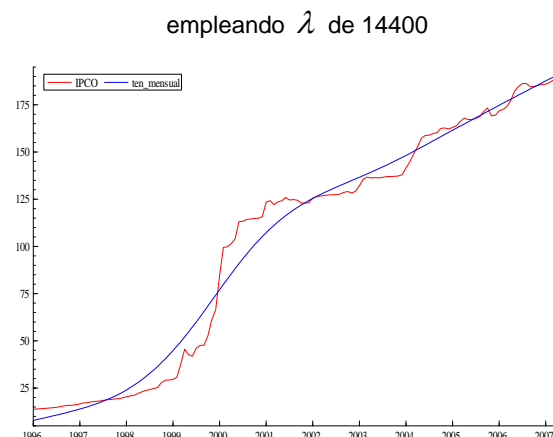
### 3. Análisis para extraer la tendencia del IPCO desde 1996

Como interesa analizar el IPCO, el mismo que presenta una periodicidad mensual, es recomendable utilizar  $\lambda$  de 14400 dado que los creadores del filtro H-P recomiendan este parámetro de suavidad para la naturaleza que presentan dichos datos. Considerando que uno de los objetivos de este trabajo es verificar si los valores de los  $\lambda$  propuestos por Hodrick-Prescott son aplicables a la economía ecuatoriana, se procederá a comprobar con distintos valores de  $\lambda$  en algunas variables de nuestra economía para verificar si los aportes de H-P se pueden generalizar por lo menos para la economía del Ecuador.

Por factores externos se va a excluir el período que implica el año 1983 hasta 1996. Es decir se va a analizar el período en que se rastrea el inicio de la crisis económica a inicios del 99 que determinaría la dolarización en el Ecuador.

#### 3.1. Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 14400

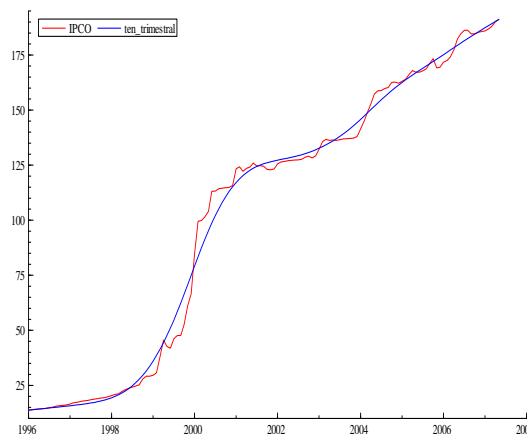
**Gráfico 1**  
Índice IPCO con su respectiva tendencia



En el gráfico 1 se aprecia una inestabilidad debido a que el nivel de los precios se mantiene en constante crecimiento hasta el mes de Abril del año 2000 donde el gobierno decide adoptar a la dolarización como sistema monetario financiero, dicha medida permite estabilizar la inflación recién a inicios del año 2002 a partir del cual se observa una desaceleración del crecimiento del índice inflacionario aunque conserva una tendencia creciente.

#### 3.2. Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 1600

**Gráfico 2**  
Índice IPCO con su respectiva tendencia empleando  $\lambda$  de 1600

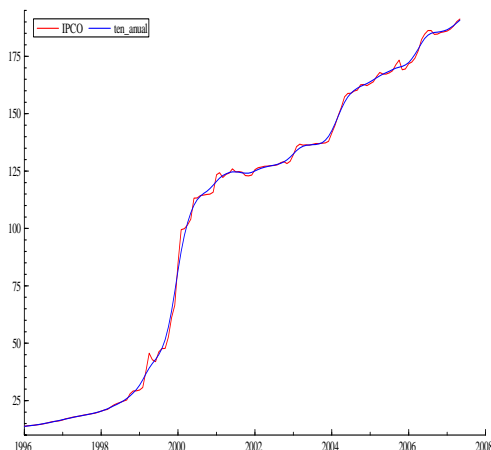


En el gráfico 2 se utiliza un  $\lambda$  de 1600 el cual genera una tendencia bastante cercana a la serie original, es decir que la tendencia de esta serie representa mejor a la variación de la serie de datos en

el tiempo que una tendencia producida por un  $\lambda$  de periodicidad mensual.

### 3.3. Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 10

**Gráfico 3**  
Índice IPCO con su respectiva tendencia empleando  $\lambda$  de 10



En el gráfico 3 se emplea un parámetro de suavidad igual a 10 donde las fluctuaciones de la tendencia son frecuentes lo que permite que se confunda con la serie original evidenciando que no es un  $\lambda$  adecuado para calcular la línea de tendencia del IPCO usando el filtro de H-P por lo menos en la economía ecuatoriana.

Es importante mencionar que al analizar IPCO en distintos períodos de tiempo, el parámetro de suavidad de 10 funcionó adecuadamente generando una tendencia que representa la evolución de la serie a largo plazo.

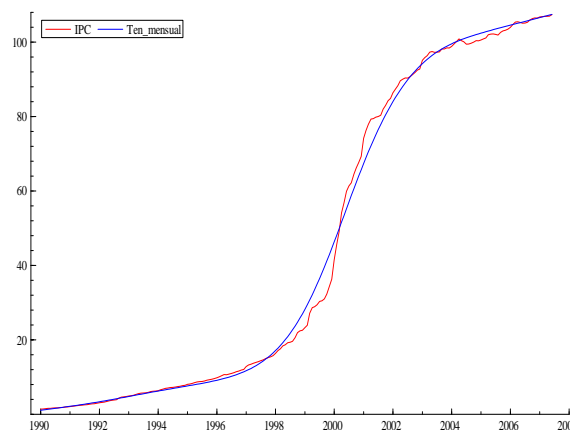
Posteriormente del análisis del índice IPCO a través del filtro de HP, se calculará la tendencia del índice de precios al consumidor (IPC) empleando el filtro mencionado para determinar si efectivamente el parámetro de suavidad que funciona adecuadamente en índices con periodicidad mensual dentro de la economía ecuatoriana, es igual a 1600, parámetro recomendado para series con periodicidad semestral en la economía de los EE.UU.

## 4. Análisis para extraer la tendencia del IPC desde 1996

Es importante mencionar que el IPC es un indicador económico que mide la evolución del Nivel de precios, correspondiente al conjunto de artículos, bienes y servicios, de consumo adquiridos por los hogares del área urbana del país.

### 4.1. Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 14400

**Gráfico 4**  
Índice IPC con su respectiva tendencia empleando  $\lambda$  de 14400

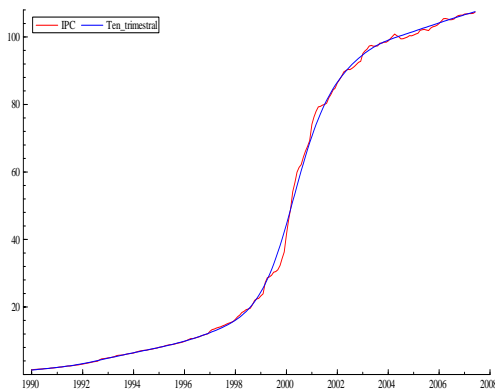


La tendencia obtenida en el gráfico 4 emplea un  $\lambda$  de 14400, siendo una muy buena representación de la evolución de la serie a largo plazo, dado que no produce fluctuaciones frecuentes ni cambios bruscos que le permitan confundirse con la serie original.

### 4.2. Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 1600

**Gráfico 5**

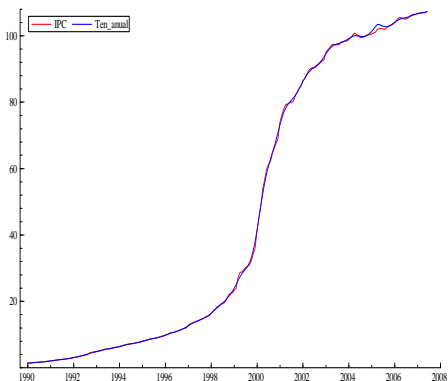
Índice IPC con su respectiva tendencia empleando  $\lambda$  de 1600



Por otro lado el gráfico 5 nos muestra que la tendencia producida con un  $\lambda$  de 1600 representa mejor el cambio de la serie en el tiempo que la tendencia obtenida con  $\lambda$  de 14400, lo cual evidencia que el parámetro de suavidad para series con periodicidad trimestral en la economía estadounidense funciona perfectamente en índices económicos ecuatorianos con periodicidad mensual.

#### 4.3. Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 10

Gráfico 6  
Índice IPC con su respectiva tendencia empleando  $\lambda$  de 10



En el gráfico 6 se aprecia la tendencia generada con el parámetro de suavidad recomendable para series con periodicidad anual en la economía de EE.UU., la misma que presenta fluctuaciones frecuentes lo cual le permite confundirse con los datos

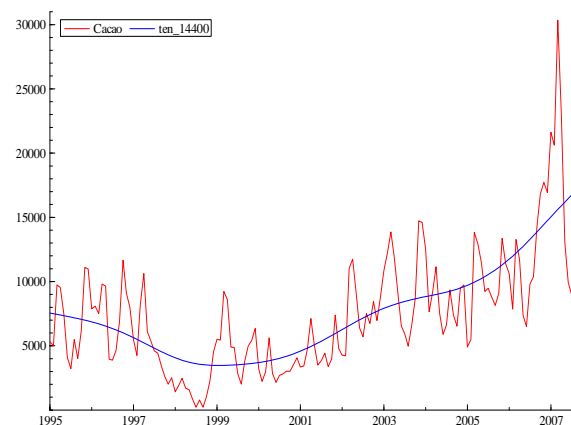
originales, aspecto que no caracteriza una línea de tendencia, por lo tanto  $\lambda$  igual a 10 tampoco funciona como un adecuado parámetro de suavidad en el índice de precios al consumidor.

### 5. Análisis para extraer la tendencia de las exportaciones del cacao en Ecuador

Luego de haber analizado las tendencias encontradas de los índices IPCO e IPC por los tres parámetros de suavidad que se mencionan a lo largo del desarrollo de este trabajo de investigación, se procederá al análisis de las tendencias correspondientes a las exportaciones del cacao en nuestro país; con la finalidad de evidenciar que el parámetro de suavidad apropiado para la economía ecuatoriana tanto para índices y variables con periodicidad mensual es  $\lambda$  igual a 1600.

#### 5.1. Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 14400

Gráfico 7  
Exportaciones de Cacao con su respectiva tendencia empleando  $\lambda$  de 14400

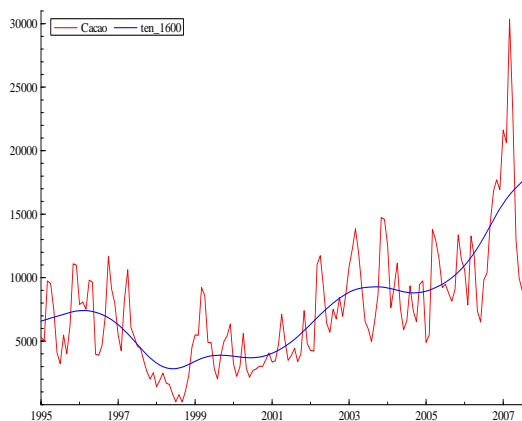


La tendencia calculada en el gráfico 7 emplea un  $\lambda$  de 14400, siendo aparentemente una muy buena representación de la variación de la serie a largo plazo careciendo de fluctuaciones y de cambios bruscos que le permitan confundirse con la serie original.

Otro aspecto importante, aunque no involucra el desarrollo de este trabajo, es que a mediados del 2006 el Ecuador ha incrementado considerablemente el nivel de exportación del cacao con relación a los años anteriores, efecto que se le atribuye en una alta proporción a la medida monetaria establecida, la dolarización, permitiéndole tener al país una buena participación en mercados extranjeros.

## 5.2. Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 1600

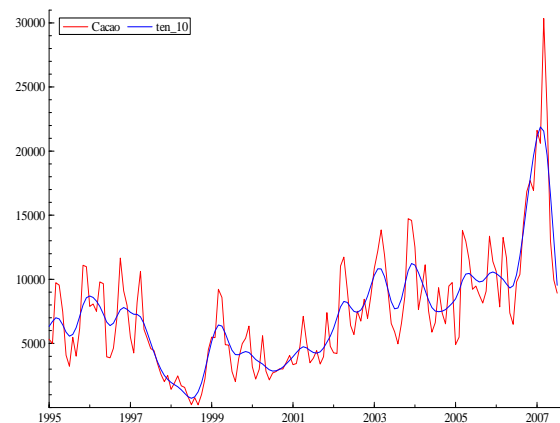
**Gráfico 8**  
Exportaciones de Cacao con su respectiva tendencia empleando  $\lambda$  de 1600



Como se menciona al analizar el gráfico 7, la tendencia generada es buena, pero al examinar el gráfico 8 la tendencia producida por un  $\lambda$  de 1600 representa mucho mejor el cambio de la serie en el tiempo que la tendencia producida por  $\lambda$  de 14400, lo cual evidencia una vez más que el parámetro de suavidad para series con periodicidad mensual en la economía ecuatoriana es el parámetro empleado en la economía estadounidense con periodicidad semestral.

## 5.3. Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 10

**Gráfico 9**  
Exportaciones de Cacao con su respectiva tendencia empleando  $\lambda$  de 10

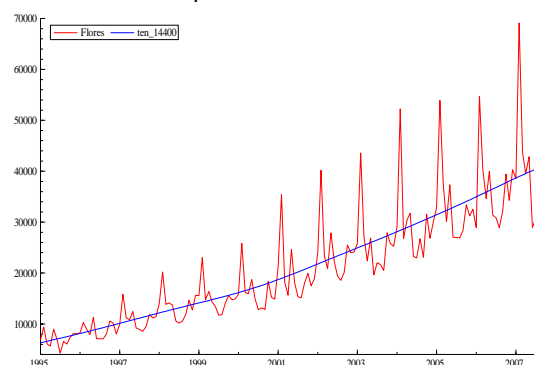


En el gráfico 9 se aprecia la tendencia generada con el parámetro de suavidad recomendable para series con periodicidad anual en la economía de Estados Unidos, la misma que presenta fluctuaciones frecuentes confundiendo con los datos originales, lo cual le impide caracterizar la línea de tendencia, por lo tanto  $\lambda$  igual a 10 tampoco funciona como un adecuado parámetro de suavidad en la variable exportaciones de cacao.

## 6. Análisis para extraer la tendencia de las exportaciones de las flores en Ecuador

### 6.1. Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 14400

**Gráfico 10**  
Exportaciones de Flores con su respectiva tendencia empleando  $\lambda$  de 14400



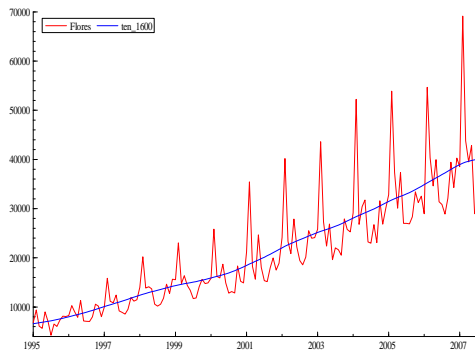
El efecto más relevante del gráfico 10 sería el crecimiento cíclico de las exportaciones de flores en el Ecuador en toda su historia lo cual demuestra que producimos un producto de calidad que crece continuamente en mercados extranjeros.

Simultáneamente se puede apreciar la línea de tendencia en forma rectilínea lo que la constituye en una tendencia poco apropiada para la serie de datos por lo tanto de 14400 no es un parámetro apropiado para el cálculo de tendencia de una variable con periodicidad mensual en la econometría ecuatoriana.

## 6.2. Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 1600

**Gráfico 11**

Exportaciones de Flores con su respectiva tendencia empleando  $\lambda$  de 1600

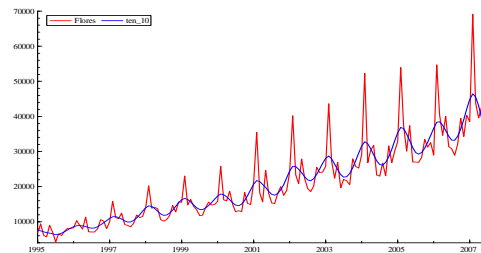


Aunque en el gráfico 11 se aprecia la línea de tendencia producida por  $\lambda$  de 1600, parámetro que en algunos análisis anteriores ha demostrado que es el adecuado para producir la tendencia de índices y variables mensuales en la economía ecuatoriana, como consecuencia la tendencia tiene una forma bastante parecida a la generada con  $\lambda$  de 14400, por lo tanto se puede decir que la tendencia representada en el gráfico adjunto es la apropiada.

## 6.3. Análisis de la tendencia empleando $\lambda$ de 10

**Gráfico 12**

Exportaciones de Flores con su respectiva tendencia empleando  $\lambda$  de 10



En el gráfico 12 se puede observar que aunque la tendencia producida por  $\lambda$  igual a 10 no reproduce exactamente las variaciones irregulares de la serie original, tampoco representa los cambios de la serie en el tiempo, lo cual desecha la idea de que este es el parámetro de suavidad apropiado para esta variable con periodicidad mensual.

Es importante anotar, que en los últimos años la exportación de flores en nuestro país ha aumentado considerablemente en comparación a inicios de los años en que comenzó con esta actividad.

## 7. Agradecimientos

Ante todo a Dios por haberme dotado de fortaleza y sabiduría al desarrollar este trabajo, al igual a mi familia que ha sido un pilar fundamental en mi formación y por supuesto al Mat. Jhon Ramírez por su excelente dirección.

## 8. Referencias



- [1] INEC (2007), **Serie histórica del índice de precios de los materiales, equipos y maquinarias para la construcción. Nivel nacional.**
- [2] Aguayo Escandón José (2007), Tesis de Grado: **Análisis multivariado de las ventas de una empresa de alimentos marzo 1994-Septiembre 2006**, Escuela Superior Politécnica del Litoral, Guayaquil-Ecuador
- [3] Ojeda Noles Katuska (2005), **Tesis de Grado: Análisis estadístico de las causas de mortalidad más frecuentes en la Provincia de El Oro: Años 2000-2004**, Escuela Superior Politécnica del Litoral, Guayaquil-Ecuador.
- [4] Estévez Carolina y Gaudencio Zurita (2002), **La graduación en la ESPOL desde su fundación hasta Febrero 2002**, Escuela Superior Politécnica del Litoral, Guayaquil-Ecuador.
- [5] Torregrosa J.R. y Jordán Lluch Cristina (1987), **Teoría y problemas de álgebra lineal y sus aplicaciones**, Editorial McGraw\_Hill, segunda edición en español
- [6] Demetra versión 2.0, desarrollado para Eurostat por Dosse y Servais Hoffmann.
- [7] GiveWin 2.30.
- [8] Muñoz Evelyn y Kikut Ana (1994), **El filtro de H-P: una técnica para la extracción de tendencia de una serie**, Departamento de investigaciones económicas del Banco Central de Costa Rica.
1. El parámetro  $\lambda$  que se asocia arbitrariamente al filtro siempre debe ser positivo.
  2. La matriz asociada a la tendencia de la función a minimizar,  $(I + \lambda A' A)$  está definida positiva.
  3. Mientras menor sea el parámetro de suavidad que penaliza la función de suavidad, es decir  $\lambda \rightarrow 0$ , la tendencia coincide con la serie original.
  4. El componente de tendencia obtenido mediante el filtro H-P empleando un  $\lambda$  de 1600 es bastante suave debido a que elimina en gran parte a los componentes estacional e irregular.
  5. El componente de tendencia obtenido mediante el filtro H-P empleando un  $\lambda$  de 10 fluctúa constantemente confundiendo con la serie original.
  6. A pesar de que el componente de tendencia que se obtiene con un parámetro de suavidad igual a 14400 elimina en gran medida los componentes estacional e irregular, no mejora a la tendencia que se estima con  $\lambda$  de 1600.
  7. Por lo contrario mientras mayor sea el parámetro de suavidad  $\lambda \rightarrow \infty$ , la tendencia se aproxima a una línea recta.
  8. En las series de tiempo económicas del Ecuador, el valor óptimo de  $\lambda$  es 1600, el mismo que elimina las componentes que hacen fluctuar irregularmente a la serie, como son los componentes estacional e irregular, sin que la tendencia deje de reproducir el movimiento a largo plazo de la serie.
  9. El Índice IPCO siempre presenta una tendencia creciente, lo que significa que los precios de los materiales, equipos y maquinarias de construcción

## 15. Conclusión y resultados.

aumentan constantemente en el tiempo a pesar de la dolarización.

10. El IPCO, antes de la convertibilidad de la economía del Ecuador, crecía constantemente; solamente presentó incrementos negativos en dos ocasiones: de Marzo a Abril de 1988 de 1.20 a 1.19 y en el mes de Septiembre a Octubre del 93 de 9.08 a 9.07; es decir que en el primer caso hubo una variación del -0.83% y en el segundo varió en -0.11%.

11. El IPCO crece a tasas superiores al 15% mensual a partir del mes de Marzo del 99 junto a la crisis económica que atravesábamos los ecuatorianos, hasta inicios del 2001.

12. El cambio del sistema monetario del Ecuador, la dolarización, aún no estabiliza del todo los precios en el sector de la construcción; a penas se evidencia una leve mejoría en el IPCO recién a partir del 2002.

13. El índice IPCO desde Abril del 2000 hasta Abril del 2001 ha variado con un incremento positivo de 101.57 a 123, es decir la tasa anual incrementada fue 21.1% con respecto al año anterior.

14. El índice IPCO desde Abril del 2001 hasta Abril del 2002 ha variado con un incremento positivo de 123.60 a 127.07, produciendo una variación en ese año del 2.81%.

15. El índice IPCO desde Abril del 2006 hasta Abril del 2007 ha variado con un incremento positivo de 177.51 a 190.12 representando un aumento con respecto al año anterior de 7.1%.

16. El índice IPCO posterior a la dolarización se comporta de forma irregular porque presenta variaciones positivas y negativas consecutivamente.